

Révisions.

Vendredi 7 juin 2002

Liste des thèmes à réviser.

1. Dérivée.
2. Formules de Taylor et Applications.
3. Fonctions trigonométriques inverses.
4. Séries.
5. Intégrales.

1 Dérivées.

1.1 DEFINITION D'UNE DERIVEE.

DEF :

EXERCICES:

1. La fonction $f(x) = x \sin(\frac{1}{x})$ est -elle dérivable en 0?

2. La fonction $f(x) = x^2 \sin(\frac{1}{x})$ est -elle dérivable en 0?

3. Soit $f(x) = x^2$ si $x \leq 0$ et $= 0$ sinon. f est-elle continue en 0?, dérivable en 0?, continument dérivable en 0? deux fois dérivable?

1.2 THEOREME DES ACCROISSEMENTS FINIS.

ENONCE:

EXERCICES:

1. Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}, |\sin(x)| \leq |x|$.

2. Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}, \exp(x) \geq x + 1$.

3. Montrer que $\forall n > 0, \frac{1}{n+1} < \ln(n+1) - \ln(n) < \frac{1}{n}$. En déduire la nature de la série $\sum_{i=1}^n \frac{1}{i}$.

1.3 SAVOIR DERIVER.

Connaître les dérivées classiques :

Savoir manipuler la composition, le produit, le quotient et les fonctions inverses.

EXERCICES :

1. Calculer la dérivée de $f(x) = \text{Arctan}(x)$.
2. Calculer la dérivée de $f(x) = \ln(\cos(x))$.
3. Calculer la dérivée de $f(x) = \cos(\sin(x))$.
4. Tous les exercices de la feuille de BASE DE MATHS sur les DERIVEES (feuille 10).

1.4 ETUDE DE FONCTIONS.

Différentes étapes :

EXERCICES: Tous les exercices des feuilles de BASE DE MATHS numero 12, 13, 14.

2 Formule de Taylor et applications.

2.1 ENONCE.

EXERCICES :

1. Ecrire la formule de Taylor à l'ordre n pour $f(x) = \ln(1+x)$ en 0.
2. Calculer le développements de Taylor en 0 à l'ordre 3 de $f(x) = \tan(x)$.
3. Calculer le développements de Taylor en π à l'ordre 3 de $f(x) = \cos(\sin(x))$.

2.2 APPLICATIONS.

A. Développements limités. Lesquels connaître?

B. Les équivalents.

DEFINITION :

LIEN EQUIVALENT/DEVELOPPEMENTS LIMITES:

ON PEUT MULTIPLIER OU DIVISER DES EQUIVALENTS MAIS ON NE PEUT JAMAIS LES AJOUTER OU LES SOUSTRAIRE !!!!!!!!!!!!!!!

C. Calcul de limites.

EXERCICES.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{1 - \exp(2x)}$.

2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2^x - 4}{x - 2}$.

3. Celles du TP15, et du TD sur les Développements Limités (feuille numero 6 TD d'analyse).

D. Applications aux études graphiques de fonctions.

RECHERCHE D'ASYMPTOTE.

EXERCICE: Rechercher grâce aux développements limités les asymptotes de $f(x) = x^2 \ln(1 + \frac{1}{x})$.

dernier exercice du TD 6 d'ANALYSE(+feuille distribuée avec)

ETUDE DE POINTS CRITIQUES.

cf le cours et l'avant-dernier exercice du TD 6 d'ANALYSE.

EXERCICE: Etude de $\cos(x) \cosh(x)$ en 0.

3 Fonctions inverses.

3.1 Fonctions trigonométriques inverses

Domaine de définition, variation, limites et tracés de

1. Arcsin(x).

2. Arcos(x).

3. Arctan(x).

3.2 Fonctions hyperboliques et hyperboliques inverses

Définition de $\cosh(x)$, $\sinh(x)$, $\tanh(x)$.

Etude de ces fonctions.

Etude et tracé des fonctions inverses.

3.3 Exercices

1. $\cosh(x) + \sinh(x)$ est-elle inversible? Si oui quelle est son inverse?
2. Etude complète de $\text{Arcsin}(2x^2 - 1)$.
3. Etude complète de $\log(\cosh(x))$.
4. Etude complète de $\text{argsh}(\cosh(x))$.
5. Donner une expression logarithmique de $\text{argsh}(x)$, $\text{argch}(x)$ et $\text{argth}(x)$.

4 Séries.

DEF (séries convergentes) :

EXERCICES:

1. Etude de la série de terme général $U_n = \frac{1}{n(n+1)}$.
2. Etudier la série de terme général: $U_n = \log(1 - \frac{1}{n^2})$.
3. Etudier la série de terme général: $U_n = \frac{3n+1}{n(n+1)(n+2)}$.

CRITERES DE CONVERGENCE POUR UNE SERIE A TERMES POSITIFS.

SERIES ALTERNEES

EXERCICES

1. Exercice 3 de la feuille 8.

2. Nature de la série de terme général $\frac{\cos(n\pi)}{n^{\frac{2}{3}}}$, $\frac{n^\alpha}{\sqrt{(n-1)!}}$ avec $\alpha \geq 0$, $\sqrt{n^2 + n + 1} - \sqrt{n^2 - n + 1}$.

SERIES DE FONCTIONS:

DEF:

CAS DES SERIES ENTIERES.

QU'EST-CE QUE C'EST?

LE RAYON DE CONVERGENCE, C'EST QUOI?

CA SE CALCULE COMMENT?

EXERCICES :

1. exercice 4, feuille de TD 8 d'ANALYSE.

5 Intégrales.

5.1 DEFINITION(pour une fonction positive).

EXERCICES

1.Retrouver grâce à la définition $\int_a^b x dx$.

2.

5.2 PROPRIETES

5.3 PRIMITIVES

$F(x) = \int_a^x f(t)dt$ si elle est définie est une primitive de f .

5.4 CALCUL

METHODES :

EXERCICES :

1. exercice 3 feuille 9 d'ANALYSE.

2.