

1 Etude de fonctions

Soit f la fonction définie par $f(x) = \sin^2(x) + \cos(x)$.

1. Déterminer et justifier un intervalle d'étude pour $f : I$.
2. Etudier les variations de f sur I . Représenter f sur $[-\Pi; \Pi]$.
3. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement une solution dans l'intervalle $[0; \Pi]$.

2 Borne supérieure

Soit E le sous ensemble de \mathbb{R} défini par $E = \{U_n = \frac{n}{2n+3}, n \in \mathbb{N}\}$. Déterminer la borne supérieure de E .

3 Raisonnement par récurrence

1. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, n > 0, 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.
2. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, n > 0, 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$.
3. Montrer que $\forall n \geq 4, 2^n \geq n^2$.