

Interrogation d'Analyse 2.

Les calculatrices ne sont pas autorisées

Le formulaire est autorisé.

NOM :

PRENOM :

GROUPE :

1. QCM

Entourer pour chaque question la bonne réponse. Une seule bonne réponse par question. Chaque bonne réponse rapporte 1 point, chaque mauvaise réponse enlève 0.5 point. Pas de réponse n'enlève pas de points. La note de l'exercice ne peut pas être négative.

1. La fonction $f(x) = \ln(1+x) - x$ est équivalente en 0 à :

A. 0 B. $-\frac{x^2}{2}$ C. x^2

2. La fonction $g(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$ est:

A. continue mais pas dérivable en 0.

B. continue et dérivable en 0.

C. ni continue ni dérivable en 0.

3. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2}{\sin(2x)} =$

A. $\frac{x}{2}$ B. $+\infty$ C. 0

2. EXERCICE DE COURS

a. Énoncer la formule de Taylor pour une fonction f en x_0 à l'ordre n .

b. Appliquer la formule à la fonction $f(x) = \sin(x)$ en $x_0 = 0$ à l'ordre $n = 4$.

3. EXERCICE

En utilisant le théorème des accroissements finis, montrer que $\forall x \in \mathbb{R}, |\sin(x)| \leq x$.

4. Calculer les limites suivantes

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x) - x}{x^3}$$

Indication : utiliser le développement limité de : $\tan(x) = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + x^6\varepsilon(x)$, avec $\lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$

b.
$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\cos(x)}{(x - \frac{\pi}{2})^2}$$