

Interrogation d'Analyse 2.

Les calculatrices ne sont pas autorisées

Le formulaire est autorisé.

NOM :

PRENOM :

GROUPE :

1. QCM

Entourer pour chaque question la bonne réponse. Une seule bonne réponse par question. Chaque bonne réponse rapporte 1 point, chaque mauvaise réponse enlève 0.5 point. Pas de réponse n'enlève pas de points. La note de l'exercice ne peut pas être négative.

1. La fonction $f(x) = |x|$ est:
A. continue mais pas dérivable en 0. B. continue et dérivable en 0.
C. ni continue ni dérivable en 0.
2. La fonction $g(x) = \sin(x) - x$ est équivalente en 0 à :
A. 0 B. $-\frac{x^3}{6}$ C. x^3
3. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(x)}{x^2} =$
A. $+\infty$ B. $\frac{1}{x}$ C. 1

2. EXERCICE DE COURS

a. Énoncer précisément le théorème des accroissements finis.

b. Appliquer ce théorème pour montrer que $\forall x \in]0; \frac{\pi}{2}[$, $1 \leq \frac{\tan(x)}{x} \leq 1 + \tan^2(x)$.

3. EXERCICE

Ecrire la formule de Taylor pour $f(x) = \ln(1 + x)$, à l'ordre $n = 5$ en $x_0 = 0$

4. Calculer les limites suivantes

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\tan(x)} - \frac{1}{x}$$

Indication : utiliser le développement limité de : $\tan(x) = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + x^6\varepsilon(x)$, avec $\lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$

b. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8^x - 4^x}{3^x - 2^x}$