

Interrogation d'Analyse.

NOM :

PRENOM :

GROUPE :

1 Question de cours

Définition :

Fonction continue :

2 Etude de la suite $U_n = \frac{1}{n} \sin(n)$.

1. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, -\frac{1}{n} \leq U_n \leq \frac{1}{n}$.
2. U_n est-elle convergente? Si oui, quelle est sa limite?

3 Etude de la suite définie par récurrence.

$$\begin{cases} U_{n+1} &= \frac{U_n}{U_n+3} \\ U_0 &= 1 \end{cases}$$

1. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, 0 \leq U_n$.
2. Montrer que $U_{n+1} - U_n$ a le même signe que $U_n - U_{n-1}$. En déduire la monotonie de $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$.
3. U_n est-elle convergente? Si oui quelle est la limite de U_n ?

4 En utilisant la définition de la limite, montrer que :

$$\lim_{x \rightarrow 2} 3x - 5 = 1$$

5 Démonstration de l'inégalité $x - \frac{x^3}{3} \leq \sin(x) \leq x$ sur $[0; \pi]$.

1. On pose $g(x) = x - \sin(x)$. Grâce à l'étude de la fonction g , montrer que $\sin(x) \leq x$ sur $[0; \pi]$.
2. a) Montrer que $\forall x \in [0; \pi], 1 - \frac{x^2}{2} \leq \cos(x)$. On peut poser $h(x) = 1 - \frac{x^2}{2} - \cos(x)$.
2. b) Montrer que $x - \frac{x^3}{3} \leq \sin(x)$ sur $[0; \pi]$. On peut poser $i(x) = x - \frac{x^3}{3} - \sin(x)$.