

Interrogation d'Analyse.

NOM:

PRENOM:

GROUPE:

1 Question de cours

Définition :

$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = L :$

2 Etude de la suite $U_n = \frac{2n+3}{n+3}$.

1. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, 1 \leq U_n \leq 2$.
2. Etudier la monotonie de U_n .
3. U_n est-elle convergente? Si oui calculer sa limite.
4. Résoudre $|U_n - 2| \leq \varepsilon$. Conclure.

3 Etude de la suite définie par récurrence.

$$\begin{cases} U_{n+1} &= \frac{1}{2}U_n + 1 \\ U_0 &= 1 \end{cases}$$

1. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, 1 \leq U_n \leq 2$.
2. Montrer que $U_{n+1} - U_n$ a le même signe que $U_n - U_{n-1}$. En déduire la monotonie de $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$.
3. U_n est-elle convergente? Si oui quelle est la limite de U_n ?

4 Monter que l'équation suivante admet une unique solution sur $[0; \pi]$

$$\cos(x) - \sqrt{x} = 0$$

5 Etude de la fonction $f(x) = \sin(x) - \frac{2}{3} \sin^3(x)$.

1. Montrer qu'on peut restreindre l'étude de f à l'intervalle $[0; \pi]$.
2. Montrer que $f'(x) = \cos(x) \cos(2x)$. En déduire les variations de f .
3. Tracer la courbe représentative de f sur $[-\pi; \pi]$.