

# Interrogation d'Analyse.

**NOM :**

**PRENOM :**

**GROUPE :**

## 1 Question de cours

Définition :

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L :$$

## 2 Etude de la suite $U_n = \frac{2n+1}{n+1}$ .

1. Montrer que  $\forall n \in \mathbb{N}, 1 \leq U_n \leq 2$ .
2. Etudier la monotonie de  $U_n$ .
3.  $U_n$  est-elle convergente? Si oui calculer sa limite.
4. Résoudre  $|U_n - 2| \leq \varepsilon$ . Conclure.

## 3 Etude de la suite définie par récurrence.

$$\begin{cases} U_{n+1} &= \frac{1}{3}U_n + 1 \\ U_0 &= 1 \end{cases}$$

1. Montrer que  $\forall n \in \mathbb{N}, 1 \leq U_n \leq 2$ .
2. Montrer que  $U_{n+1} - U_n$  a le même signe que  $U_n - U_{n-1}$ . En déduire la monotonie de  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .
3.  $U_n$  est-elle convergente? Si oui quelle est la limite de  $U_n$ ?

## 4 Monter que l'équation suivante admet une unique solution sur $[0; \frac{\pi}{2}]$ .

$$\cos(x) - \sqrt{x} = 0$$

## 5 Etude de la fonction $f(x) = \sin(x) - \frac{2}{3} \sin^3(x)$ .

1. Montrer qu'on peut restreindre l'étude de  $f$  à l'intervalle  $[0; \pi]$ .
2. Montrer que  $f'(x) = \cos(x) \cos(2x)$ . En déduire les variations de  $f$ .
3. Tracer la courbe représentative de  $f$  sur  $[-\pi; \pi]$ .