Simulation numérique du foie

MOSTRA - M3N

Olivier ANTONELLI, Patrick le TALLEC,
Marc THIRIET, Marina VIDRASCU

Rocquencourt Domaine de Voluceau
78153 Le Chesnay CEDEX

Objectifs

- Modèle précis (de référence) (PLT, MV)
  - élasticité non linéaire en grandes déformations
  - matériaux hyperélastiques (incompressibles)
  - éléments finis bien adaptés (Q2P1, P2P0)
- Méthode de résolution efficace (PLT, MV)
  - Newton avec continuation
  - Décomposition de domaines
- Résultats numériques (OA, PLT, MT, MV)
  - choix de la géométrie et des caractéristiques des matériaux
  - choix des conditions aux limites
- Comparer linéaire non-linéaire (OA)
- Qualité des résultats, Réalisme du simulateur

Model problem

Weak form of the equilibrium equations in a fixed reference configuration

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial F}(x, Id+\nabla u) : \nabla v dx = \int_{\Omega} f^{\Omega} \cdot v dx + \int_{\partial\Omega_2} f^{\Gamma} \cdot v da, \forall v \in (\Omega)$$

Hyper elastic constitutive law

$$T(x) = \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial F}(x, F), \quad F = Id + \nabla u,$$

Total lagrangian formulation in abstract form

$$\mathcal{F}(U, f^{\Omega}, f^{\Gamma}) = 0$$

Highly nonlinear : specific form of the energy density

Constitutive energy of isotropic hyper-elastic materials

$$\mathcal{W}(F) = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_2 - 3) + a(J^2 - 1) - (2C_1 + 4C_2 + 2a) log J,$$

Newton algorithm

Iterative solution of linearized version

$$\frac{\partial \mathcal{F}(U^n, f^\Omega, f^\Gamma)}{\partial U}.\Delta U + \mathcal{F}(U^n, f^\Omega, f^\Gamma) = 0,$$

$$\langle \frac{\partial \mathcal{F}(U^n, f^\Omega, f^\Gamma)}{\partial U} \cdot V, W \rangle = \int_\Omega \nabla w^T : \frac{\partial^2 \mathcal{W}}{\partial F^2}(x, Id + \nabla u) : \nabla v dx.$$

Converges fast if properly initialized

Continuation algorithm

Computes, by a Newton Euler algorithm with automatic time stepping the whole solution curve

$\mathcal{F}(U(\lambda), \lambda f^\Omega, \lambda f^\Gamma) = 0$ for $0 \leq \lambda \leq 1$

The major step is the solution of the large scale linear elasticity problem

- sparse
- ill conditioned

Deformation of the liver

Material characteristics :

Constitutive energy of isotropic hyper-elastic incompressible materials

$E = 130 N/m^2$ and $\nu = .5$

$C_1 = 19.7$ and $C_2 = 1.97$

Geometrical characteristics :

Total mesh 6344 elements 9741 nodes split into 20 sub domains

elements	nodes	Matrix size	elements	nodes	Matrix size
323	636	1 127 016	319	647	1 039 542
315	622	916 572	311	608	1 080 312
316	603	686 862	316	589	936 768
323	618	1 074 600	315	626	739 410
314	599	996 900	313	633	894 060
330	639	1 104 210	317	623	1 103 370
331	640	1 285 176	312	611	971 466
312	627	956 358	316	629	1 037 382
313	630	1 207 746	313	671	845 664
318	604	1 011 792	314	605	1 132 494

Finite elements : $P2 - P0$

Size of the whole matrix : 92 707 422

An idea about CPU time

1 Newton iteration on HP workstation : 8 hours for 1 domain 10 minutes for 20 subdomains with a cluster of workstations.

Perspectives

- Mieux exploiter le modèle numérique
  - conditions aux limites
    - noeuds à déplacement imposé
    - type : encastrement, simplement posé ...
    - post traitement
  - caractéristiques des matériaux

    utiliser des courbes expérimentales effort déplacement pour déterminer des valeurs de constantes des matériaux réalistes

- Affiner le modèle numérique :

  Ajouter un modèle surfacique de coque à forte résistance membranaire au modèle volumique sous-jacent avec des contraintes de déplacements égaux entre les deux.