

# THÈSE

présentée à

l'Université de Nice – Sophia Antipolis

en vue d'obtenir le titre de

**Docteur en Sciences**

Spécialité *Sciences de l'Ingénieur*

---

*Modélisation et estimation dans  
les bioréacteurs ;  
prise en compte des incertitudes :  
application au traitement de l'eau*

par Zakaria Mohamed HADJ-SADOK

Soutenue le 12 décembre 1999 devant le jury composé de :

MM. Denis	DOCHAIN	<i>Rapporteur</i>
Éric	WALTER	"
Michel	PERRIER	<i>Examineur</i>
Alain	RAPAPORT	"
Gauthier	SALLET	"
Jean-Philippe	STEYER	"
Jean-Luc	GOUZÉ	<i>Directeur</i>



*Modélisation et estimation  
dans les bioréacteurs ; prise en  
compte des incertitudes :  
application au traitement de  
l'eau*



*À la mémoire de ma grand-mère ...*



# Remerciements

*J'aimerais avant tout témoigner ma reconnaissance à mon directeur de thèse, Jean-Luc GOUZÉ (COMORE, INRIA Sophia Antipolis) pour avoir encadré ce travail avec tant de compétences et de rigueur. Il m'a toujours apporté l'aide et le soutien dont j'ai eu besoin durant ces années de thèse, j'ai pu apprécier en particulier sa disponibilité et sa gentillesse. Travailler avec lui a été pour moi fort agréable et très enrichissant. Je lui sais également gré de ses conseils et de sa patience pour la rédaction de ce mémoire.*

*Je voudrais exprimer ma gratitude à chacun des autres membres du jury, mes rapporteurs tout particulièrement.*

*Un très grand merci à Mr Éric WALTER (L2S de Supelec, Paris XI) pour avoir accepté de se plonger dans ce mémoire et avoir examiné ce travail en un temps limité. Ses compétences et sa grande rigueur m'ont beaucoup apporté.*

*Je voudrais adresser mes sincères remerciements à Mr Denis DOCHAIN (CESAME, Louvain-La-Neuve, Belgique) pour avoir manifesté de l'intérêt pour les thèmes de recherche abordés dans cette thèse en acceptant d'en être rapporteur. J'ai eu un très grand plaisir de travailler sous sa direction au cours de mon stage doctoral au CESAME.*

*Je remercie également grandement Mr Gauthier SALLET (INRIA Metz) pour avoir accepté d'être le président de mon jury de thèse.*

*Je tiens à exprimer ma reconnaissance à Mr Michel PERRIER (École Polytechnique de Montréal, Canada) pour l'attention et la considération qu'il a accordées à mon travail. Je le remercie pour ses encouragements à faire un post-doc dans son équipe, en regrettant juste qu'il n'ait pas pu assister à ma soutenance.*

*Je remercie Mr Alain RAPAPORT (INRA, Montpellier) qui a accepté de prendre part au jury. Nos discussions sur les observateurs ont été essentielles à l'avancement de mes travaux.*

*Toute ma gratitude également à Mr Jean-Philippe STEYER (INRA, Narbonne) qui s'est penché sur ma thèse malgré un emploi du temps chargé. Les travaux de son équipe du LBE de Narbonne nous ont permis d'effectuer des applications expérimentales sur leur procédé pilote.*

*Mes remerciements s'adressent également à toute l'équipe COMORE, en particulier à Olivier BERNARD qui a participé activement à mon stage effectué au CESAME et à Julien ARINO qui m'a supporté comme colocataire dans les derniers mois de ma thèse.*

*Et puis merci à ma famille et tous mes amis qui malgré la distance m'ont soutenu, encouragé et beaucoup aidé pendant ces années et tout particulièrement pendant les derniers et difficiles mois. Leur part à la qualité finale de ce manuscrit est très grande.*





# Table des matières

Liste des figures . . . . .	14
Liste des tableaux . . . . .	16
<b>I Introduction</b>	<b>19</b>
I.1 L'eau . . . . .	19
I.2 La pollution . . . . .	21
I.3 Motivation . . . . .	21
I.4 Objectifs de la thèse . . . . .	25
I.5 Présentation du mémoire . . . . .	26
<b>II Le traitement biologique de l'eau</b>	<b>31</b>
II.1 Les substrats polluants . . . . .	32
II.2 Les micro-organismes épurateurs . . . . .	33
II.3 Les processus métaboliques . . . . .	36
II.4 L'épuration des eaux usées . . . . .	38
II.4.1 Des traitements différenciés . . . . .	38
II.4.2 La filière d'épuration . . . . .	39
II.4.3 Les traitements biologiques . . . . .	41
II.5 Les mesures en épuration biologique . . . . .	44
II.5.1 Les grandeurs physiques . . . . .	44
II.5.2 Les matières organiques . . . . .	45
II.5.3 Les matières inorganiques . . . . .	47
II.5.4 Les matières en suspension . . . . .	48
II.5.5 Les composés spécifiques . . . . .	49
II.6 Conclusion . . . . .	51
<b>III Modélisation du procédé des boues activées</b>	<b>55</b>
III.1 Évolution historique . . . . .	56
III.1.1 Origines . . . . .	57
III.1.2 Modifications du procédé . . . . .	58
III.1.3 Perspectives . . . . .	59
III.2 Modélisation du bassin d'aération . . . . .	60
III.2.1 Historique des principaux modèles du bassin d'aération . . . . .	60
III.2.2 Modèle . . . . .	61
a) Description . . . . .	61
b) Objectifs . . . . .	62
c) Hypothèses . . . . .	62
d) Notations . . . . .	63
e) Équations . . . . .	63

III.3	Modélisation du bassin de sédimentation . . . . .	65
III.3.1	Historique des principaux modèles du bassin de sédimentation . . . . .	65
III.3.2	Concepts fondamentaux . . . . .	65
	a) La théorie du flux des particules solides . . . . .	65
	b) Les Mécanismes de biofloculation . . . . .	66
	c) Les vitesses de sédimentation . . . . .	68
III.3.3	Modèle . . . . .	69
	a) Description . . . . .	70
	b) Objectifs . . . . .	70
	c) Hypothèses . . . . .	71
	d) Notations . . . . .	71
	e) Équations . . . . .	72
	f) Flux de suspension . . . . .	76
	g) Vitesses de sédimentation . . . . .	77
III.4	Modèle global : aérateur/décanteur . . . . .	78
III.4.1	Historique . . . . .	78
III.4.2	Classes des composés solides . . . . .	79
III.4.3	De l'aérateur vers le décanteur . . . . .	81
	a) Description . . . . .	81
	b) Notations . . . . .	81
	c) Équations . . . . .	82
III.4.4	Du décanteur vers l'aérateur . . . . .	83
	a) Description . . . . .	83
	b) Notations . . . . .	84
	c) Équations . . . . .	84
	d) Concentrations recyclées . . . . .	85
	e) Concentrations rejetées . . . . .	87
III.4.5	Structure générale . . . . .	88
III.4.6	Structures particulières . . . . .	90
	a) Modèle $\mathcal{M}_1$ . . . . .	90
	b) Modèle $\mathcal{M}_2$ . . . . .	93
III.5	Conclusion . . . . .	94
<b>IV</b>	<b>Estimation par intervalles : application au procédé des boues activées</b>	<b>99</b>
IV.1	Généralités sur les observateurs . . . . .	100
IV.1.1	Principe de l'estimation d'état . . . . .	100
IV.1.2	Observabilité . . . . .	102
IV.1.3	Observateurs . . . . .	103
	a) Cas linéaire . . . . .	103
	b) Cas non-linéaire . . . . .	104
IV.2	Les concepts d'estimation et d'incertitudes . . . . .	107
IV.2.1	Motivations . . . . .	107
IV.2.2	Caractérisation des incertitudes . . . . .	109
IV.2.3	Approches d'estimation en présence des incertitudes . . . . .	111
	a) Observation avec entrées inconnues . . . . .	111
	b) Filtrage linéaire . . . . .	111
	c) Estimation robuste . . . . .	112
	d) Estimation par réseaux de neurones . . . . .	114

IV.3	Principe des observateurs à intervalles . . . . .	114
IV.4	Application des observateurs à intervalles au PBA . . . . .	117
IV.4.1	Estimation asymptotique par intervalles . . . . .	117
a)	Description . . . . .	118
b)	Objectifs . . . . .	119
c)	Hypothèses . . . . .	119
d)	Équations . . . . .	119
IV.4.2	Application au modèle $\mathcal{M}_1$ . . . . .	125
a)	Description . . . . .	125
b)	Objectifs . . . . .	125
c)	Hypothèses . . . . .	125
d)	Équations . . . . .	126
e)	Simulations . . . . .	128
IV.4.3	Application au modèle $\mathcal{M}_2$ . . . . .	130
a)	Description . . . . .	130
b)	Objectifs . . . . .	130
c)	Hypothèses . . . . .	131
d)	Équations . . . . .	131
e)	Simulations . . . . .	134
IV.4.4	Observateurs réglables : application au modèle $\mathcal{M}_1$ . . . . .	136
a)	Description . . . . .	136
b)	Objectifs . . . . .	136
c)	Hypothèses . . . . .	136
d)	Équations . . . . .	136
e)	Simulations . . . . .	139
IV.5	Conclusion . . . . .	147
<b>V</b>	<b>Modélisation et estimation : application à un fermenteur anaérobie</b>	<b>151</b>
V.1	La digestion anaérobie . . . . .	153
V.2	Les démarches expérimentales . . . . .	156
V.2.1	Caractérisation de l'effluent . . . . .	156
V.2.2	Le fermenteur . . . . .	157
V.2.3	Les mesures . . . . .	158
a)	Les mesures en-ligne . . . . .	158
b)	Les mesures hors-ligne . . . . .	158
c)	Le protocole expérimental . . . . .	159
V.3	Modélisation . . . . .	162
V.3.1	Les hypothèses du modèle . . . . .	163
V.3.2	Le schéma réactionnel . . . . .	163
V.3.3	Les équilibres chimiques . . . . .	164
a)	Le carbone inorganique . . . . .	164
b)	Les acides gras volatils . . . . .	164
c)	Le pH . . . . .	164
d)	L'équilibre ionique . . . . .	164
e)	Les gaz . . . . .	165
f)	Les conditions hydrodynamiques . . . . .	165
V.3.4	Le modèle dynamique général . . . . .	165
a)	Les cinétiques de croissance . . . . .	166

b)	Les équations dynamiques . . . . .	166
c)	Les sorties . . . . .	167
V.4	Identification des paramètres . . . . .	167
V.4.1	Procédure d'identification des paramètres cinétiques . . . . .	168
V.4.2	Procédure d'identification des coefficients de transfert . . . . .	168
V.4.3	Procédure d'identification des coefficients de rendement . . . . .	169
V.4.4	Identification des paramètres à partir des données expérimentales . . . . .	170
V.4.5	Validation du modèle . . . . .	171
V.5	Estimation des variables . . . . .	177
V.5.1	Observateur asymptotique . . . . .	177
a)	Description . . . . .	177
b)	Objectifs . . . . .	177
c)	Hypothèses . . . . .	178
d)	Équations . . . . .	178
e)	Convergence de l'observateur . . . . .	179
f)	Applications aux données expérimentales . . . . .	180
V.5.2	Observateur robuste . . . . .	183
a)	Description . . . . .	183
b)	Objectifs . . . . .	183
c)	Hypothèses . . . . .	183
d)	Équations . . . . .	183
e)	Convergence de l'observateur . . . . .	184
f)	Applications aux données expérimentales . . . . .	187
V.6	Application des observateurs pour l'estimation de la composition de l'affluent . . . . .	190
V.6.1	Estimation de la DCO totale dans l'affluent . . . . .	190
a)	Description . . . . .	190
b)	Objectifs . . . . .	190
c)	Hypothèses . . . . .	190
d)	Équations . . . . .	190
e)	Applications aux données expérimentales . . . . .	191
V.6.2	Estimation des fractions des AGV et de la DCO dans l'affluent . . . . .	193
a)	Description . . . . .	193
b)	Objectifs . . . . .	193
c)	Hypothèses . . . . .	193
d)	Équations . . . . .	193
e)	Applications aux données expérimentales . . . . .	194
V.6.3	Estimation des entrées par intervalles . . . . .	197
a)	Description . . . . .	197
b)	Objectifs . . . . .	197
c)	Hypothèses . . . . .	197
d)	Équations . . . . .	197
e)	Applications aux données expérimentales . . . . .	198
V.7	Conclusion . . . . .	205
<b>VI</b>	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>209</b>
VI.1	Conclusion générale . . . . .	209
VI.2	Perspectives . . . . .	214

---

<b>Références bibliographiques</b>	<b>219</b>
<b>ANNEXES</b>	<b>231</b>
<b>A Lexique</b>	<b>233</b>
<b>B Nomenclature</b>	<b>237</b>
<b>C La pollution</b>	<b>241</b>
C.1 Les sources de pollution . . . . .	241
C.2 Les principaux polluants . . . . .	242
C.3 Les conséquences de la pollution . . . . .	243
<b>D Bref historique du traitement de l'eau</b>	<b>245</b>
<b>E Historique des principaux modèles du bassin d'aération</b>	<b>247</b>
<b>F Historique des principaux modèles du bassin de sédimentation</b>	<b>251</b>
F.1 Les approches de la sédimentation continue . . . . .	251
F.2 Les approches du flux des particules solides . . . . .	251
F.2.1 Le clarificateur . . . . .	252
F.2.2 L'épaississeur . . . . .	253
F.3 Les autres approches . . . . .	254
<b>G Principe des systèmes dynamiques coopératifs</b>	<b>257</b>
<b>H Modèle général du procédé des boues activées</b>	<b>259</b>
<b>I Problème de perturbation singulière</b>	<b>261</b>
<b>J Étude théorique de l'alcalinité</b>	<b>263</b>
J.1 Le protocole de mesure . . . . .	263
J.2 Relation entre les concentrations des acides et de l'alcalinité . . . . .	263
J.3 Modélisation de l'alcalinité . . . . .	264
<b>K Articles</b>	<b>267</b>
<b>Résumé – Abstract</b>	<b>293</b>

# Liste des figures

I.1	Interactions homme-eau. . . . .	21
I.2	Automatisation d'un procédé. . . . .	24
II.1	Les populations biologiques et leurs besoins nutritifs et énergétiques. . . . .	35
II.2	Filière d'épuration. . . . .	43
III.1	Schéma fonctionnel du procédé d'épuration par boues activées. . . . .	57
III.2	Schéma fonctionnel du bassin d'aération. . . . .	62
III.3	Analyse graphique par la théorie des flux des particules solides. . . . .	67
III.4	Schéma fonctionnel du bassin de sédimentation. . . . .	72
III.5	Schéma fonctionnel du couple aérateur-décanteur. . . . .	78
IV.1	Principe de l'observateur. . . . .	101
IV.2	Principe de l'estimation par intervalles en présence d'incertitudes bornées . . . . .	116
IV.3	Fonction du taux spécifique de croissance. . . . .	137
IV.4	Comportement dynamique de l'entrée $s_{in}$ , $s_{in}^+$ et $s_{in}^-$ . . . . .	140
IV.5	Comportement dynamique de la mesure $s$ . . . . .	140
IV.6	Estimation asymptotique de l'intervalle de variation de $x$ . . . . .	141
IV.7	Estimation asymptotique de l'intervalle de variation de $x_r$ . . . . .	141
IV.8	Comportement dynamique de l'entrée $s_{in}$ , $s_{in}^+$ et $s_{in}^-$ . . . . .	142
IV.9	Comportement dynamique de la mesure $c$ . . . . .	142
IV.10	Intervalle observé pour $s$ . . . . .	143
IV.11	Intervalle observé pour $x$ avec les mesures de $c$ . . . . .	144
IV.12	Intervalle observé pour $x_r$ avec les mesures de $c$ . . . . .	144
IV.13	Intervalle observé pour $x$ avec les mesures de $s$ . . . . .	145
IV.14	Intervalle observé pour $x_r$ avec les mesures de $s$ . . . . .	145
IV.15	Estimation réglable de l'intervalle de variation de $x$ . . . . .	146
IV.16	Estimation réglable de l'intervalle de variation de $x_r$ . . . . .	146
V.1	Principales souches bactériennes et voies métaboliques de la digestion anaérobie. . . . .	153
V.2	Interactions entre les diverses phases présentes dans un fermenteur anaérobie. . . . .	155
V.3	Schéma synoptique du procédé pilote de méthanisation. . . . .	157
V.4	Comportement dynamique du taux de dilution. . . . .	160
V.5	Variations du pH dans l'affluent d'entrée. . . . .	160
V.6	Comportement dynamique de la DCO dans l'affluent d'entrée. . . . .	161
V.7	Comportement dynamique des AGV dans l'affluent d'entrée. . . . .	161
V.8	Comparaison entre les mesures et les simulations du débit du gaz carbonique. . . . .	173
V.9	Comparaison entre les mesures et les simulations du débit de méthane. . . . .	173
V.10	Comparaison entre les mesures et les simulations du débit gazeux total. . . . .	174

V.11	Comparaison entre les mesures et les simulations du pH dans le fermenteur. . . . .	174
V.12	Comparaison entre les mesures et les simulations du substrat organique. . . . .	175
V.13	Comparaison entre les mesures et les simulations des acides gras volatils. . . . .	175
V.14	Comparaison entre les mesures et les simulations de l'alcalinité. . . . .	176
V.15	Comparaison entre les mesures et les simulations du carbone inorganique. . . . .	176
V.16	Comparaison entre les estimations et les simulations de la DCO totale. . . . .	181
V.17	Comparaison entre les estimations et les simulations des acides gras volatils. . . . .	181
V.18	Comparaison entre les estimations et les simulations de l'alcalinité. . . . .	182
V.19	Comparaison entre les estimations et les simulations du carbone inorganique. . . . .	182
V.20	Comparaison entre les estimations et les données expérimentales de la DCO totale. . . . .	188
V.21	Comparaison entre les estimations et les données expérimentales des acides gras volatils. . . . .	188
V.22	Comparaison entre les estimations et les données expérimentales de l'alcalinité. . . . .	189
V.23	Comparaison entre les estimations et les données expérimentales du carbone inorganique. . . . .	189
V.24	Différence entre la concentration de DCO totale dans l'affluent et dans l'effluent. . . . .	192
V.25	Comparaison entre les estimations et les données expérimentales de la DCO totale en entrée. . . . .	192
V.26	Différence entre la concentration de DCO organique dans l'affluent et dans l'effluent. . . . .	195
V.27	Comparaison entre les estimations et les données expérimentales de la DCO organique en entrée. . . . .	195
V.28	Différence entre la concentration des AGV dans l'affluent et dans l'effluent. . . . .	196
V.29	Comparaison entre les estimations et les données expérimentales des AGV en entrée. . . . .	196
V.30	Intervalle d'estimation de la différence entre la concentration de DCO totale dans l'affluent et dans l'effluent ( $\gamma$ incertain). . . . .	199
V.31	Comparaison entre les bornes estimées et les données expérimentales de la DCO totale en entrée ( $\gamma$ incertain). . . . .	199
V.32	Intervalle d'estimation de la différence entre la concentration de DCO organique dans l'affluent et dans l'effluent ( $\gamma$ incertain). . . . .	200
V.33	Comparaison entre les bornes estimées et les données expérimentales de la DCO organique en entrée ( $\gamma$ incertain). . . . .	200
V.34	Intervalle d'estimation de la différence entre la concentration des AGV dans l'affluent et dans l'effluent ( $\gamma$ incertain). . . . .	201
V.35	Comparaison entre les bornes estimées et les données expérimentales des AGV en entrée ( $\gamma$ incertain). . . . .	201
V.36	Comparaison entre les bornes estimées et les données expérimentales de la DCO organique en entrée ( $\gamma$ et $r_0$ incertains). . . . .	203
V.37	Comparaison entre les bornes estimées et les données expérimentales des AGV en entrée ( $\gamma$ et $r_0$ incertains). . . . .	203
V.38	Intervalle d'estimation de la DCO totale dans l'affluent et ( $\gamma$ et $r_0$ incertains). . . . .	204
V.39	Intervalle d'estimation de la DCO totale dans l'affluent déduit des intervalles de $S_{1in}$ et $S_{2in}$ ( $\gamma$ et $r_0$ incertains). . . . .	204
J.1	Comparaison entre l'entrée $Z_{in}$ et les valeurs à l'équilibre de $Z$ . . . . .	265
J.2	Analyse de l'ordre des dynamiques de $Z$ . . . . .	265

# Liste des tableaux

II.1	Classifications des substrats polluants. . . . .	33
II.2	Tests d'analyse des composés organiques. . . . .	47
II.3	Formes principales de l'azote. . . . .	48
II.4	Différentes formes de matières solides . . . . .	49
II.5	Composition typique des eaux domestiques. . . . .	50
III.1	Fonctions de vitesse de sédimentation proposées pour les boues activées. . . . .	68
III.2	Vitesses de sédimentation en fonction du paramètre SVI. . . . .	69
III.3	Définition des valeurs typiques de facteurs de conversion d'unités. . . . .	81
III.4	Classification des variables d'état du modèle. . . . .	88
IV.1	Valeurs numériques des grandeurs du modèle $\mathcal{M}_1$ et de l'estimateur $\mathcal{O}_1$ . . . . .	129
IV.2	Valeurs numériques des grandeurs du modèle $\mathcal{M}_2$ et de l'estimateur $\mathcal{O}_2$ . . . . .	134
V.1	Caractéristiques des rejets de vinasses issus des distilleries vinicoles. . . . .	156
V.2	Tableau récapitulatif des modèles biologiques de la digestion anaérobie. . . . .	162
V.3	Caractéristiques de l'affluent dans le régime statique . . . . .	170
V.4	Estimées des paramètres cinétiques. . . . .	170
V.5	Estimées des rapports coefficients de rendement. . . . .	170
V.6	Estimées des coefficients de rendement. . . . .	171
C.1	Caractéristiques physiques, chimiques et biologiques des eaux usées. . . . .	243



# *Introduction*



# Chapitre I

## Introduction

### Contenu

---

<b>I.1</b>	<b>L'eau . . . . .</b>	<b>19</b>
<b>I.2</b>	<b>La pollution . . . . .</b>	<b>21</b>
<b>I.3</b>	<b>Motivation . . . . .</b>	<b>21</b>
<b>I.4</b>	<b>Objectifs de la thèse . . . . .</b>	<b>25</b>
<b>I.5</b>	<b>Présentation du mémoire . . . . .</b>	<b>26</b>

---

L'eau est vitale pour l'homme, mais son exploitation intensive s'accompagne souvent de graves déséquilibres environnementaux liés à la pollution. Ce point sera abordé dans ce chapitre introductif. On pourra ainsi mettre en évidence la problématique et l'objectif de cette thèse concernant l'étude de procédés d'épuration biologique qui traitera en particulier deux points essentiels : d'une part, la modélisation des principaux processus biologiques et physiques mis en jeu au cours de la dépollution ; d'autre part, les problèmes d'estimation des concentrations chimiques et biologiques les plus influentes sur la qualité des rejets.

### I.1 L'eau

L'eau est à l'origine de la vie sur terre. Il y a plusieurs milliards d'années, elle recouvrait la quasi-totalité de la planète. C'est au milieu de cette eau que se sont constituées les premières cellules vivantes. Cette origine atteste de l'étroite dépendance que toute vie sur terre entretient avec l'eau. La totalité de l'eau contenue sur terre forme ce que l'on appelle l'hydrosphère, dont le volume total est estimé à 1.4 milliards de km<sup>3</sup>.

Cela paraît considérable. Cependant, il convient de relativiser ; d'après les données du système mondial d'observation du cycle hydrologique (WHYCOS), la proportion d'eau douce est estimée à 2.8% du total des eaux sur terre ; 2.15% constituent la partie immobilisée dans les glaces polaires. Ceci signifie que seule une faible fraction de ce total est réellement accessible pour les activités humaines. Les eaux de surface ainsi que les nappes souterraines ne représentent plus que 0.65% de la totalité de la ressource aquatique de la planète bleue. Cette "petite" quantité d'eau douce doit pourtant satisfaire l'ensemble des besoins de l'humanité.

L'eau constitue, par ailleurs l'une des ressources les plus mal réparties sur la planète. Le lac Baïkal en Russie par exemple, renferme à lui seul 10.2% du volume des eaux douces superficielles de la planète.

Ainsi, elle a été à l'origine de nombreux conflits entre les peuples. L'eau a, de ce fait, depuis longtemps, façonné notre environnement et directement influencé le mode de vie des hommes. De grandes civilisations sont nées sur les cours des grands fleuves : Nil, Euphrate, Mékong . . . La maîtrise de l'eau par l'homme fut longue ; elle a suivi l'évolution des sociétés humaines.

Cette conquête de l'eau, a eu des conséquences aussi bien positives (augmentation de la production alimentaire, production d'énergie, amélioration du confort . . .), que négatives (déterioration de la qualité de l'eau, diminution des ressources aquatiques . . .).

En effet, la croissance démographique et le développement des systèmes d'irrigation pour les besoins agricoles, ont fait que les réserves en eau étaient de plus en plus sollicitées. Ainsi, à l'échelle de la planète, les prélèvements d'eau ont été multipliés par six entre 1900 et 1995 (données WHYCOS).

Par ailleurs, l'urbanisation, l'industrialisation et l'emploi intensif des produits chimiques pour l'agriculture ont considérablement compromis l'équilibre du cycle de l'eau et par conséquent, ont aggravé les problèmes de pollution. L'auto-épuration des déchets dans les milieux aquatiques est devenue inefficace face à l'augmentation des quantités rejetées ainsi qu'à leurs concentrations excessives en substances polluantes. Le volume journalier des eaux usées produites dans la communauté européenne par exemple, était estimé à 40 millions m<sup>3</sup> au début des années 90 [126].

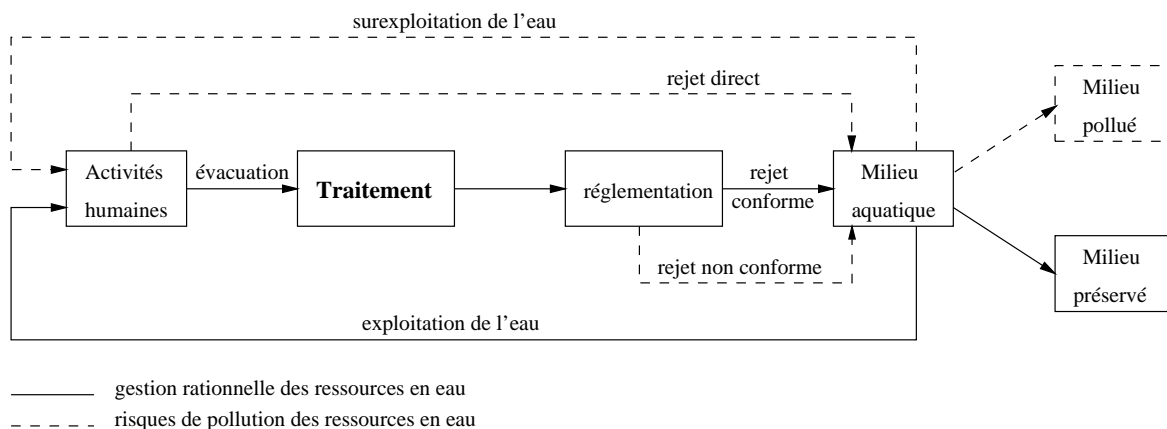
Au-delà du respect de l'environnement, la protection des milieux aquatiques constitue aussi une garantie pour assurer la pérennité des ressources en eau douce dont dépend la survie de l'homme et des autres espèces vivantes.

Une gestion globale des ressources en eau est donc devenue impérative pour nos sociétés modernes. Cette gestion doit concerner aussi bien le mode d'exploitation de l'eau que les procédures de traitement des rejets.

Le schéma (I.1) illustre les principales causes de la pollution des cours d'eau et qui se résument à trois points :

- une surexploitation de l'eau,
- des débordements directs des eaux résiduaires dans les milieux récepteurs (d'après les sources du Centre d'Information sur l'Eau, seulement 65% des eaux polluées sont collectées en France),
- une épuration insatisfaisante qui n'atteint pas les objectifs fixés par la loi.

C'est ce dernier point qui suscitera l'intérêt de notre étude. Comment contribuer à l'amélioration des performances du traitement des eaux usées ?

FIG. I.1 *Interactions homme-eau.*

## I.2 La pollution

Il existe plusieurs définitions de la pollution. En effet, suivant les acteurs impliqués et le contexte auquel on se réfère, la notion de déchet peut viser des objets de nature ou de fonction différente.

Pour le législateur, l'objectif prioritaire consiste à réglementer le traitement des déchets en interdisant les rejets anarchiques. Ainsi, la Directive Européenne du 05 mai 1976 (76-464-CEE) définit un polluant comme "tout rejet de substances ou d'énergie effectué ou non par l'homme dans le milieu aquatique, directement ou indirectement, et ayant des conséquences de nature à mettre en danger la santé humaine, à nuire aux ressources vivantes et au système écologique aquatique, à porter atteinte aux agréments ou à gêner d'autres utilisations légitimes des eaux".

Du point de vue de l'environnement, la pollution constitue une menace à partir du moment où l'on envisage un contact avec le milieu récepteur. La pollution se définit comme l'introduction dans un milieu naturel de substances provoquant sa dégradation. Concrètement, le caractère polluant d'un matériau sera plus ou moins élevé en fonction des quantités déversées et de la capacité du milieu à l'éliminer naturellement.

Afin de permettre au lecteur d'avoir une connaissance de l'étendue de ce grave problème, quelques aspects liés à la pollution (son origine, ses conséquences, les principaux polluants) sont résumés dans l'annexe (C).

## I.3 Motivation

Les concepts développés dans les sections précédentes ainsi que dans l'annexe (C) permettent de bien cerner le problème grandissant que posent les déchets. Aujourd'hui, l'opinion publique est assez sensibilisée par les risques de pollution. Les cycles biologiques "naturels" d'épuration ne sont plus suffisamment rapides par rapport au rythme de mise en décharge. Par conséquent, avant tout rejet, les déchets doivent être traités.

Cependant, malgré tout l'intérêt qu'a suscité le problème de dépollution ces dernières décennies, les axes de recherches pour le développement et l'optimisation des procédés d'épu-

ration restent encore ouverts. Des études ont montré que de nombreuses unités d'épuration ne répondent pas encore aux contraintes standards requises sur la qualité des effluents [18, 155].

Ces problèmes risquent malheureusement de s'aggraver dans les années à venir avec de nouvelles contraintes, de plus en plus strictes, imposées par la législation sur les rejets. En effet, depuis 1991, le cadre réglementaire a fortement évolué (directive CEE, loi sur l'eau, loi sur les déchets).

Face aux impératifs en matière d'assainissement et afin de remédier à ces lacunes, des solutions performantes et efficaces peuvent être mises au point grâce à l'apport précieux des *outils de l'automatique*. L'automatisation des procédés de *traitement biologique* s'impose comme une étape incontournable pour l'optimisation de leur fonctionnement et constitue encore un large champ de recherche à plusieurs niveaux [151, 89].

Bien que la question du contrôle des procédés d'épuration biologique ait été abordée depuis des années 70 [41, 59, 30, 81, 122], leur conduite automatisée est encore peu fréquente, contrairement au cas des autres industries telles que les procédés chimiques par exemple [182]. Jusqu'à ces dernières années, l'automatisation des unités de traitement se résumait globalement à la régulation de quelques variables physico-chimiques comme le débit, le pH ou la température, mesurés par certains capteurs élémentaires.

Parmi les nombreuses raisons à ces lacunes, avancées dans [13], nous pouvons retenir les suivantes :

- **La méconnaissance :** La très grande complexité des processus biologiques et chimiques qui ont lieu au cours des opérations de dégradation des substrats polluants fait que ces systèmes ne sont pas totalement maîtrisés [146]. Ce manque de connaissance a considérablement ralenti le développement de modèles mathématiques, à la fois suffisamment précis sur le plan théorique, et relativement simples en vue d'une exploitation expérimentale.
- **Les limites de l'instrumentation :** L'une des causes principales qui a freiné la progression du pilotage automatisé des unités d'épuration est certainement le manque de capteurs en ligne qui soient fiables et à faible coût (achat, installation et maintenance).
- **Les contraintes économiques :** A la différence des autres procédés industriels, les unités de dépollution de l'eau ne sont pas productives, leur automatisation contribue uniquement à la réduction des coûts d'opération et non à l'augmentation des profits. Pendant longtemps, ce facteur économique n'a donc pas motivé les investissements pour le développement de l'instrumentation et de la commande.
- **Le manque de communication :** Le traitement des eaux usées regroupe de nombreux opérateurs de divers horizons (législateurs, chercheurs, concepteurs d'équipements ...). Par conséquent, l'interaction entre les différents acteurs est délicate et souvent insatisfaisante pour répondre aux exigences de chacun. Rien que sur le plan de la recherche par exemple, le génie des bioprocédés est un domaine interdisciplinaire par excellence. Il est donc nécessaire de créer une synergie entre différentes disciplines : biologie, chimie, mathématiques, physique, informatique et automatique.

- **L'absence de vulgarisation :** Globalement, les réglages des procédés biologiques de traitement se font manuellement depuis leur début opérationnel il y a plus d'un siècle. Il est donc difficile d'imposer une nouvelle conception de l'automatisation à des opérateurs qui n'ont pas forcément une formation liée à l'instrumentation ou à la commande. Les automaticiens doivent susciter l'intérêt des spécialistes de l'environnement pour les systèmes dynamiques et le contrôle, afin qu'ils apprécient le potentiel de ces nouveaux outils.

Durant cette dernière décennie, la prise de conscience des problèmes de pollution et la vigilance accrue de la société, qui se sont traduites par des réglementations de plus en plus strictes au niveau des rejets, ont considérablement durci les contraintes imposées aux unités d'assainissement de l'eau.

Par exemple, les responsables de la gestion de l'eau en Europe prescrivent aujourd'hui, par une directive de 1991 (J.O. des Communautés Européennes, n° L 135 du 30 Mai 1991, pp 40-52) de descendre sous des concentrations de 10 ou 15 mg N/l pour l'azote, et 1 ou 2 mg P/l pour le phosphore. Le taux d'élimination de ces deux composés qui accompagne le processus d'oxydation des matières organiques n'étant plus suffisant, les nouvelles stations doivent non seulement assurer l'élimination organique mais aussi l'élimination des nutriments [56]. Les opérations d'élimination de l'azote (nitrification-dénitrification) et de déphosphatation sont deux procédés biologiques complexes qui requièrent souvent des conditions contradictoires susceptibles de favoriser telle ou telle souche bactérienne. Le pilotage de ces stations complexes devient dès lors plus difficile.

Par ailleurs, les nombreuses interactions qui ont lieu entre les différentes unités de l'usine globale rendent son fonctionnement très vulnérable aux perturbations extérieures, et le fait de pousser le potentiel biologique jusqu'à ses limites, rend le système sensible aux manipulations erronées. Cette complexité croissante implique forcément l'utilisation d'une instrumentation plus avancée, capable de fournir les informations nécessaires sur les conditions opérationnelles. En contre partie, l'augmentation du nombre de mesures disponibles ainsi que des variables manipulées peut conduire à des lois de commande performantes mais beaucoup plus complexes qui ouvrent la voie à de nouvelles investigations [151, 97, 138, 46, 47].

Mais la conception d'un contrôle automatique s'appuie forcément sur une certaine connaissance du procédé, en particulier celle de son comportement dynamique. Pourtant, de nombreuses unités de traitement sont actuellement encore opérationnelles suivant certains plans de fonctionnement prédéterminés, avec une très faible considération pour la variabilité de la charge polluante, tant en quantité qu'en qualité [53]. Améliorer les performances d'épuration pour se conformer aux standards attribués aux effluents, nécessite donc la connaissance des aspects liés au fonctionnement du procédé : l'influence des facteurs environnementaux sur son évolution, sa réaction face à la sollicitation de certaines actions ou perturbations . . . [14, 9, 146]. Toutes ces informations peuvent être résumées dans un modèle mathématique, qui est ainsi l'outil requis pour élaborer un système de commande automatique.

Par conséquent, la maîtrise du pilotage des unités de traitement, l'optimisation de leur fonctionnement et l'amélioration de leur potentiel de rendement passent nécessairement par les étapes suivantes (voir schéma I.2) :

- **Une modélisation adéquate (procédé) :** Élaborer une description théorique des comportements statique et dynamique des bioprocédés, est certainement la phase la plus délicate dans la procédure d'automatisation, puisque le potentiel des systèmes de commande est étroitement lié aux qualités ainsi qu'aux limites du modèle. La complexité particulière de l'ensemble des phénomènes physiques, biologiques et chimiques qui ont lieu dans ces systèmes, rend cette tâche extrêmement délicate. Se pose alors le dilemme simplicité-précision. Comment établir un modèle qui soit à la fois réaliste, sans être trop compliqué pour permettre une exploitation expérimentale efficace?
- **Une instrumentation adaptée (capteur) :** Comme il a été mentionné précédemment, les moyens de mesure constituent un handicap sérieux pour le développement de la conduite automatisée des procédés biologiques. En effet, certains composants sont difficiles ou impossibles à mesurer à cause de l'absence du capteur adéquat ou de l'inaccessibilité de la mesure due à certaines contraintes pratiques. Une solution repose sur des techniques numériques d'estimation permettant de disposer de valeurs approchées de ces variables non mesurables à partir des connaissances formulées par le modèle (capteurs logiciels).
- **Des techniques modernes de commande (régulateur) :** Pour atteindre les nouvelles exigences concernant les rejets, le potentiel biologique des nouvelles stations est poussé à ses limites, ce qui n'est pas sans conséquence au niveau du pilotage plus délicat et de l'instabilité plus importante du système. De ce fait, il est nécessaire de développer des stratégies de contrôle plus adaptées, en mesure d'apporter des solutions efficaces à ce type de problème.

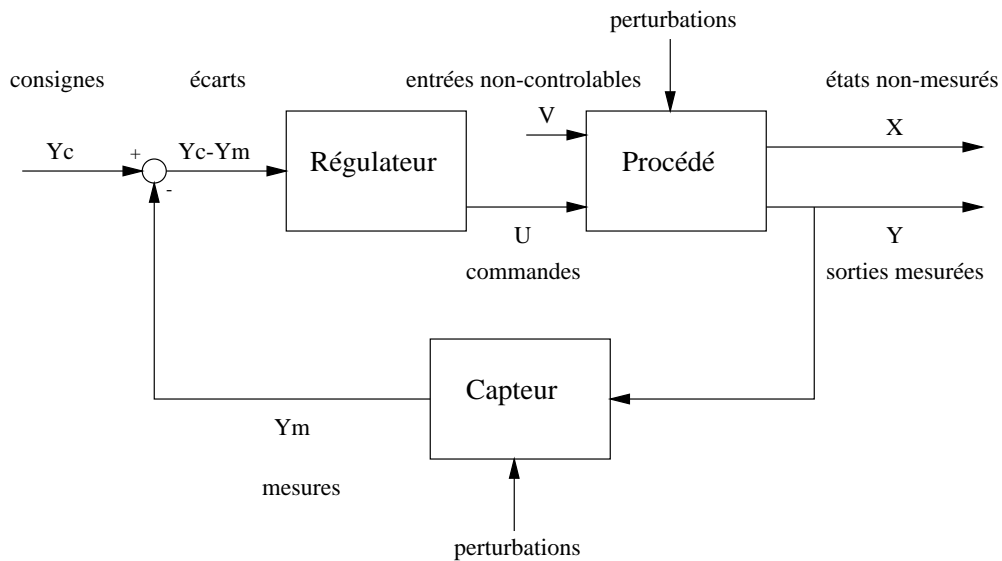


FIG. I.2 Automatisation d'un procédé.



## I.4 Objectifs de la thèse

Comme il a été mentionné dans la section précédente, les performances du contrôle automatique d'une unité d'épuration dépendent principalement de deux aspects rappelés ci-dessous :

- La qualité et la validité des connaissances du procédé transcrites sous forme de modèle théorique qui servira à la définition de la loi de commande.
- La disponibilité en temps réel d'informations sur les conditions de fonctionnement, compte tenu des incertitudes liées à ce type de bioprocédés.

L'objectif principal de cette thèse est de couvrir ces deux points.

On traitera d'une part, les problèmes de modélisation qui restent encore posés (bloc "Procédé" dans I.2). En effet, le fonctionnement interne des opérations d'épuration et les dynamiques des processus complexes qui les caractérisent sont encore mal cernés. De nombreux problèmes méthodologiques restent à résoudre, parmi lesquels nous pouvons mentionner les fortes non-linéarités, la non-stationnarité des mécanismes biologiques, la grande variabilité des entrées non-contrôlables, les interactions entre les différentes unités couplées du procédé global, la modélisation "macroscopique" des réactions "microscopiques".

D'autre part, nous nous intéresserons au problème d'estimation de variables non-mesurables (comment relier les blocs "Procédé" et "Capteur" pour reconstituer X sur le schéma (I.2). Devant les faibles performances de l'instrumentation des procédés biotechnologiques, les techniques d'observation appelées "capteurs logiciels" apparaissent comme une alternative très prometteuse [11]. L'objectif étant de reconstruire les variables inaccessibles à la mesure à partir des données disponibles ainsi que du modèle développé.

Le caractère incertain des procédés mettant en jeu des micro-organismes vivants (dynamiques non-linéaires, cinétiques non-stationnaires, manque de connaissances . . .), limite les performances des estimateurs. On introduira une nouvelle approche sur les observateurs à intervalle tenant compte de certaines incertitudes qui font la particularité des systèmes biologiques (entrées incertaines, paramètres variants au cours du temps, mesures erronées . . .). Ces types de capteurs logiciels seront développés par la suite en vue de leur application aux procédés d'assainissement.

Ce travail de modélisation et d'estimation sera consacré aux deux modes de fonctionnement possibles dans le traitement par voie microbiologique : les opérations aérobie et anaérobie.

La première partie des recherches concernera le système aérobie dans lequel la présence d'oxygène est indispensable aux réactions biologiques. On étudiera en particulier, le mode de traitement aérobie le plus utilisé qui est le procédé des boues activées.

Le but principal de la modélisation est de combiner les connaissances de la dynamique des processus qui ont lieu dans les bassins d'aération et de sédimentation pour déduire une structure générale du modèle à la fois suffisamment précise et assez simple pour envisager des applications pratiques.

Afin de pallier le manque de mesures, nous nous intéresserons à l'application des capteurs logiciels. Nous introduirons des contraintes d'incertitude sur des entrées ou des paramètres pour développer la notion des observateurs par intervalles.

Dans la deuxième étape de ce travail, nous nous intéresserons au traitement anaérobie qui met en œuvre des réactions biologiques en absence d'oxygène. Le développement des recherches s'est axé sur la technique de digestion anaérobie.

Cette partie à caractère appliqué a pour but, dans un premier temps, la validation expérimentale d'un modèle développé par Bernard [15]. Les aspects de traitement de données, d'identifiabilité et d'identification de paramètres seront abordés.

Les observateurs à intervalles seront appliqués à l'échelle expérimentale dans l'étape finale. On développera en particulier un capteur logiciel pour estimer les bornes des entrées inconnues. Ce dernier est ainsi couplé à un autre observateur à intervalles pour estimer les variables non-mesurables.

La partie recherche liée à la digestion anaérobie a été réalisée dans le cadre du projet européen AMOCO avec la collaboration du CESAME de Louvain-La-Neuve en Belgique, ainsi que le LBE de l'INRA de Narbonne pour les applications expérimentales.

## I.5 Présentation du mémoire

Ce manuscrit est divisé en quatre parties plus ou moins indépendantes afin de permettre au lecteur de localiser les sujets qui suscitent son intérêt. Ces quatre parties sont :

- Partie I (chapitres 1 et 2) : Introduction générale aux problèmes liés à la pollution des eaux et les divers aspects du traitement biologique des eaux usées.
- Partie II (chapitres 3 et 4) : Procédé des boues activées : modélisation des bassins d'aération et de sédimentation, estimation par intervalles des variables sous des contraintes d'incertitudes.
- Partie III (chapitre 5) : Procédé de digestion anaérobie : validation expérimentale d'un modèle, application pratique des observateurs à intervalles pour l'estimation des entrées et des variables.
- Partie IV (chapitre 6) : Conclusions et perspectives.

Voici un bref aperçu du contenu des différents chapitres :

- Le chapitre suivant sera consacré à la présentation générale des concepts fondamentaux de l'épuration biologique. On abordera dans un premier temps, une classification globale des polluants et des micro-organismes ainsi que les principales interactions métaboliques mises en jeu. L'introduction des différents procédés de dépollution contribuera à une description globale d'une filière de traitement. L'épuration biologique occupera une place particulière. Enfin, seront traités les diverses questions spécifiques aux moyens de mesure disponibles pour estimer les composantes intervenant dans le traitement.
- Dans le troisième chapitre, nous étudierons le problème de modélisation du procédé des boues activées. L'unité du bassin d'aération fera l'objet de la première étape de cette étude. On développera quelques structures particulières dépendant des objectifs fixés initialement. Nous nous intéresserons dans la seconde partie de ce chapitre à la modélisation des décanteurs. On présentera une description des principaux processus concernés dans les mécanismes de sédimentation. Un modèle de décanteur s'ensuivra. En conclusion, après avoir abordé le problème de couplage entre les bassins d'aération et de sédimentation, une structure générale du modèle englobant les deux unités sera élaborée.

- La problématique d'estimation de variables non-mesurables pour le procédé des boues activées est développée dans le quatrième chapitre. Après une présentation des observateurs classiques, on introduira une nouvelle approche d'estimation par intervalles en tenant compte des différentes incertitudes spécifiques à ce procédé biologique. Les performances d'observation seront traitées suivant divers aspects de l'incertitude : entrées, paramètres, cinétiques, mesures . . . . On s'intéressera aussi aux possibilités d'améliorer la vitesse de convergence des capteurs logiciels à intervalle par l'introduction de gains.
- Le chapitre qui suivra portera sur le traitement par digestion anaérobie. Des aspects à caractère pratique seront abordés sur un modèle développé par Bernard dans le cadre du projet AMOCO [15]. Nous nous intéresserons aux problèmes d'identification des paramètres à partir des données et la validation expérimentale du modèle sur un assez large éventail de données. Des procédures d'observation des composés non mesurés seront développées sur un pilote. D'autres applications expérimentales sur les estimateurs à intervalles seront effectuées sur le digesteur anaérobie pour l'estimation des bornes des entrées incertaines.
- Le chapitre de conclusion dressera le bilan de ce travail en mentionnant les principaux résultats. On discutera des directions futures de recherche et des perspectives qui ouvriront la voie à de nouvelles investigations dans les divers aspects abordés dans cette thèse.



# *Le traitement biologique de l'eau*



# Chapitre II

## Le traitement biologique de l'eau

### Contenu

---

<b>II.1</b>	<b>Les substrats polluants</b>	<b>32</b>
<b>II.2</b>	<b>Les micro-organismes épurateurs</b>	<b>33</b>
<b>II.3</b>	<b>Les processus métaboliques</b>	<b>36</b>
<b>II.4</b>	<b>L'épuration des eaux usées</b>	<b>38</b>
II.4.1	Des traitements différenciés	38
II.4.2	La filière d'épuration	39
II.4.3	Les traitements biologiques	41
<b>II.5</b>	<b>Les mesures en épuration biologique</b>	<b>44</b>
II.5.1	Les grandeurs physiques	44
II.5.2	Les matières organiques	45
II.5.3	Les matières inorganiques	47
II.5.4	Les matières en suspension	48
II.5.5	Les composés spécifiques	49
<b>II.6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>51</b>

---

Le traitement des eaux usées est un vaste domaine et le protocole d'élaboration d'une conduite automatisée d'une station d'épuration met en jeu plusieurs disciplines. Nous tenterons donc, de présenter dans ce chapitre, quelques concepts fondamentaux liés au problème d'assainissement biologique, afin de permettre à ceux qui ne sont pas forcément spécialistes de maîtriser les notions pertinentes à leur contribution dans ce type de projet interdisciplinaire. Ce qui offrira par ailleurs la possibilité de bien situer les problématiques pour mieux cerner les objectifs fixés et les études développées en conséquence, au cours de cette thèse.

Un bref historique sur l'évolution des dispositifs d'épuration est proposé dans l'annexe (D). Pour une étude détaillée et plus spécifique des divers aspects liés au domaine du traitement biologique, nous suggérons les ouvrages suivants : [9, 146] détaillent les principes fondamentaux des bioprocédés, [73, 14] abordent les caractéristiques des procédés biologiques les plus utilisés dans le traitement de l'eau, [141, 99] traitent en détail les étapes de la chaîne de traitement, liant les approches théoriques aux conditions opérationnelles, [11] développe et applique les outils de l'automatique au domaine des bioprocédés.

## II.1 Les substrats polluants

Les aspects fondamentaux liés à la pollution sont résumés dans l'annexe (C). Dans la section (C.2) de cette annexe, nous avons présenté une classification générale des principaux composés nocifs au milieu récepteur. Nous abordons dans cette partie, les caractéristiques de ces substances qui détermineront le type de procédé efficace pour leur purification.

Ainsi, du point de vue de la taille, déterminante aussi bien pour le choix des modes de traitement (voir les sections II.4.1 et II.4.2), que pour la mise en place des procédures de mesure (voir section II.5), on distingue quatre catégories principales (TAB. II.4) [141, 9]:

- **Matières décantables ou flottantes** : elles représentent la fraction des composés grossiers (galets, graisses ...). Ces substances sont soumises à des pré-traitements ou éventuellement à un traitement primaire. En fonction de leur nature, on peut recourir aux procédés de flottation ou de décantation.
- **Matières fines en suspension** : elles sont formées de particules visibles à l'œil nu (de 0.1 à 1 mm) qui contribuent à la turbidité de l'eau. Leur traitement s'effectue par des techniques de sédimentation ou de centrifugation.
- **Matières colloïdales** : dissoutes dans l'eau, elles sont constituées de particules d'un diamètre de 0.01 à 100  $\mu m$ . À la limite entre les phases solide et soluble, ces éléments sont éliminés par dégradation biologique ou par décantation associée à un mécanisme de coagulation.
- **Matières solubles** : leur taille est inférieure à 0.01  $\mu m$ . Ces substances sont directement consommées par les populations biologiques au cours du traitement secondaire (section II.4.2). La partie non biodégradable peut se retrouver dans l'effluent de sortie ; si leur quantité est importante un traitement tertiaire s'impose.

Une autre classification très importante est fondée sur le pouvoir de dégradation des déchets polluants. On distingue ainsi deux classes principales [57, 178]:

- **Matières biodégradables** : affectées par les activités biologiques des micro-organismes, ces substances sont soumises aux divers processus biochimiques de conversion. Cette fraction biodégradable peut être structurée en deux groupes :
  - *Matières aisément dégradables* : composées des substances solubles, ces matières ont la caractéristique de pouvoir être directement absorbées par les bactéries [134].
  - *Matières lentement dégradables* : composées des substrats particuliers formés par un mélange de substances organiques solides, colloïdales et solubles. Ces matières sont soumises à certains processus intermédiaires avant d'être absorbées par les populations bactériennes [109].
- **Matières non-biodégradables** : ces substances inertes ne subissent aucun phénomène biologique de transformation [154]. Ces matières sont soit présentes dans les eaux résiduaires, comme les métaux lourds, soit issues des phénomènes de mortalité des micro-organismes au cours des processus biologiques d'épuration (voir section suivante et figure II.1). Les composants non-biodégradables solubles peuvent traverser la station d'épuration sans être modifiés mais les matières inertes en suspension peuvent être éliminées par des mécanismes de décantation (voir section II.4.1).



La structure chimique des polluants permet de distinguer deux types de composés [99] :

- **Matières organiques** : elles sont constituées d'un grand nombre de composés qui ont la particularité commune de posséder au moins un atome de carbone, d'où leur nom de substances carbonées. Ces atomes de carbone sont oxydés biologiquement par les micro-organismes pour fournir l'énergie nécessaire à leur croissance.
- **Matières inorganiques** : sont des substances ne contenant pas de carbone. La fraction minérale des eaux résiduaires représente principalement les produits azotés et phosphorés.

Ces diverses classifications sont résumées dans le tableau ci-dessous. Les combinaisons entre ces catégories peuvent donner lieu à une structuration très variée de polluants (exemple : substance organique colloïdale lentement biodégradable) dont chacune subira un mécanisme de transformation bien spécifique.

Classifications	Polluants
Taille	Matières décantables ou flottantes Matières fines en suspension Matières colloïdales Matières solubles
Pouvoir de dégradation	Matières biodégradables aisément biodégradables lentement biodégradables Matières non-biodégradables
Structure chimique	Matières organiques Matières inorganiques

TAB. II.1 *Classifications des substrats polluants.*

## II.2 Les micro-organismes épurateurs

Le monde vivant est classé en trois catégories principales : les végétaux, les animaux et les protistes qui se distinguent des deux autres règnes par la structure relativement simple et la multiplication rapide de leurs individus. Ces micro-organismes sont composés essentiellement des bactéries (êtres unicellulaires), des levures (champignons unicellulaires), des moisissures (champignons de très petite taille) et des protozoaires (prédateurs des bactéries). Certaines de ces populations microbiologiques ont la faculté de dégrader les substances polluantes présentes dans les eaux résiduaires pour les convertir en eau, en dioxyde de carbone et en matières minérales dont l'effet polluant est moins nuisible pour les milieux récepteurs. Ces micro-organismes sont à la base de l'épuration biologique (section II.4.3) qui est le procédé le plus utilisé pour restaurer la qualité de l'eau en la débarrassant de ses principales impuretés pourvu qu'elles soient plus ou moins biodégradables et ne contiennent pas de toxiques qui font l'objet d'un traitement particulier (épuration physico-chimique).

Parmi tous les individus du monde protiste, trois populations jouent un rôle fondamental dans le traitement [99] :

- **Les bactéries :** Unicellulaires, ces micro-organismes possèdent la structure interne la plus simple de toutes les espèces vivantes. Elles croissent et se multiplient en général par fission binaire. Ces cellules représentent la plus importante population de la communauté microbienne dans tous les procédés biologiques, avec souvent des concentrations qui dépassent  $10^6$  bactéries/ml.  
Les tests effectués sur différentes populations ont montré que les bactéries sont composées de 80% d'eau et 20% de matière sèche dont 90% est organique. L'estimation de la proportion moyenne des différents composés chimiques de la fraction organique, a permis de déduire une approximation des formules possibles  $C_6H_7O_2N$  ou  $C_{60}H_{87}O_{23}N_{12}P$  si on prend en considération le phosphore [141]. Ces formules chimiques sont souvent utilisées pour estimer théoriquement le taux de certaines réactions biochimiques.
- **Les protozoaires :** De structure plus complexe que celle des bactéries, la distinction des protozoaires est plus simple. Certains groupes de protozoaires sont de redoutables prédateurs pour les bactéries. Ils ont la faculté de se déplacer et sont classifiés suivant leur mode de mouvement (nageurs, rampants, sessiles) [56]. Ces organismes peuvent jouer un rôle important au cours du processus d'épuration par leur abondance et leurs interactions avec les bactéries épuratrices (compétition et prédation).
- **Les algues :** Ce sont des organismes photosynthétiques unicellulaires ou multicellulaires formant une population hétérogène. Les algues sont indésirables dans les sources d'eau car elles affectent leur goût et leur odeur. Dans le traitement, on les retrouve dans deux types de procédés uniquement : les lits bactériens ainsi que les bassins de lagunage (section II.4.3), mais ce n'est que dans ces derniers qu'elles jouent un rôle bénéfique dans l'épuration.

Une grande partie du poids sec des micro-organismes est constituée en général, du carbone (50%), d'oxygène (20%), d'azote (10 à 15%), d'hydrogène (8 à 10%) et du phosphore (1 à 3%) [9]. Afin d'accomplir ses fonctions biologiques, cette faune microscopique se nourrit des matières organiques qui contiennent ces éléments nutritifs vitaux pour son développement. La consommation des polluants permet aux populations bactériennes de :

- fournir la matière nécessaire pour la synthèse cytoplasmique dont le composé fondamental est le carbone,
- assurer leurs besoins nutritifs pour leur croissance, l'azote étant nécessaire pour la synthèse des protéines par exemple,
- servir comme source d'énergie pour la croissance cellulaire et les réactions biosynthétiques. Le phosphore joue un rôle très important dans le transfert d'énergie,
- servir comme accepteur final des électrons libérés au cours des réactions d'oxydation. L'oxygène joue le rôle d'agent oxydant dans le processus de respiration aérobie.

Selon la nature de leurs besoins nutritifs, les micro-organismes sont classés en plusieurs catégories (voir schéma II.1) :

- **Forme chimique du carbone nécessaire :**
  - *autotrophes*: utilisent le dioxyde de carbone ( $\text{CO}_2$ ) et le carbonate ( $\text{HCO}_3^-$ ) comme unique source de carbone pour la synthèse de leurs biomolécules (les plantes par exemple).
  - *hétérotrophes*: nécessitent le carbone sous forme organique relativement complexe pour la synthèse de nouvelles cellules vivantes (les animaux par exemple).
- **Source d'énergie :**
  - *phototrophes*: utilisent la lumière solaire comme source d'énergie (les plantes par exemple).
  - *chimiotrophes*: obtiennent leur énergie à partir de réactions d'oxydo-réduction (les animaux par exemple).
- **Accepteur final d'électrons :**
  - *aérobies*: se servent des molécules d'oxygène comme accepteurs d'électrons. Les micro-organismes aérobies se développent donc en présence d'oxygène (les animaux par exemple).
  - *anaérobies*: ont la faculté d'utiliser d'autres molécules que l'oxygène comme accepteurs d'électrons (dioxyde de carbone, sulfate ...). Les micro-organismes anaérobies peuvent se passer d'oxygène pour se développer (certaines souches de bactéries comme les acidogènes et les méthanogènes par exemple).
  - *facultatifs*: utilisent comme agents oxydants, l'oxygène ou d'autres composants chimiques comme le nitrate (conditions d'anoxie). Cependant, leur croissance est plus efficace sous les conditions d'aérobiose (les plantes par exemple).

D'autres classifications plus "fines" peuvent être considérées. Ainsi, dans [119], trois groupes de micro-organismes sont distingués dans une culture bactérienne: les hétérotrophes, les nitrifiants et les dénitrifiants (voir nitrification-dénitrification dans la section suivante). Gujer et Kappeler se basent sur les propriétés d'accumulation du substrat pour différencier deux populations dans un procédé de boues activées (voir section II.4.3), ils ont par ailleurs, isolé d'autres micro-organismes appelés "Nacardia" qui sont caractérisés par leur faculté de flottation par rapport aux deux autres groupes [75].

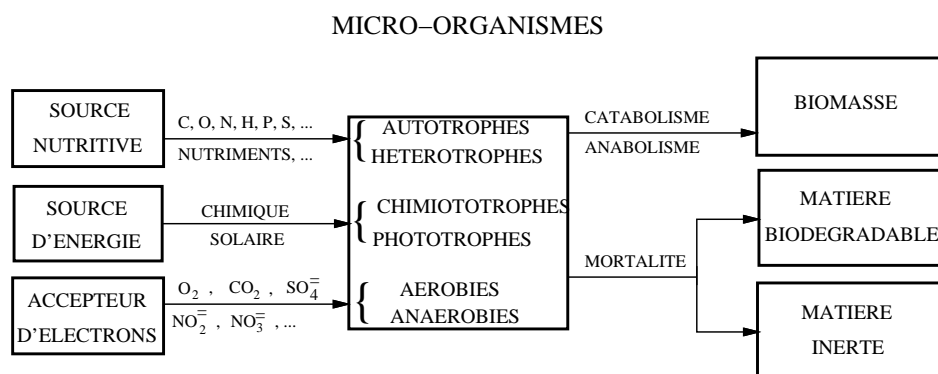


FIG. II.1 Les populations biologiques et leurs besoins nutritifs et énergétiques.

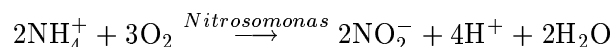
## II.3 Les processus métaboliques

Les composants chimiques consommés par les micro-organismes sont soumis à de nombreuses réactions biochimiques qui font partie d'un des deux mécanismes métaboliques fondamentaux pour le développement des bactéries [146] :

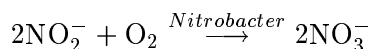
- **Catabolisme** : représente l'ensemble des réactions d'oxydation et de dégradation enzymatique. C'est une activité exothermique qui libère l'énergie inhérente à la structure complexe des molécules organiques et minérales, et qui est stockée par les micro-organismes.
- **Anabolisme** : représente l'ensemble des réactions de réduction et de synthèse enzymatique. C'est une activité endothermique qui utilise l'énergie libérée par les processus de catabolisme pour développer la taille et la structure chimique des composants organiques.

Parmi le grand nombre de processus biochimiques mis en jeu au cours du traitement biologique des polluants par les différentes populations bactériennes, on peut distinguer principalement les activités suivantes [9, 146] :

- **Oxydation** : C'est une réaction qui implique une perte d'électrons suivie d'une production d'énergie. Une partie des matières absorbées par les micro-organismes est utilisée pour fournir l'énergie nécessaire afin d'accomplir leurs fonctions biologiques. Selon la nature de l'accepteur final d'électrons, le processus d'oxydation peut s'effectuer sous les conditions d'aérobiose (présence d'oxygène), d'anaérobiose (absence d'oxygène) ou d'anoxie (présence de nitrate).
- **Digestion** : La caractéristique de la digestion appelée aussi fermentation est que ce processus ne nécessite pas un accepteur d'électrons externe. C'est un mécanisme anaérobie de production d'énergie qui n'implique pas de chaîne de transport d'électrons. La fermentation est provoquée par des bactéries anaérobies capables de décomposer la matière organique en acides et alcools et de donner du méthane (CH<sub>4</sub>) et du gaz carbonique (CO<sub>2</sub>).
- **Nitrification** : C'est une transformation chimique de l'azote organique en nitrate (NO<sub>3</sub><sup>-</sup>) par des organismes dits nitrifiants. La nitrification a lieu en trois étapes dans les conditions d'aérobiose :
  - *L'ammonification* où l'azote organique est converti en ammoniac (NH<sub>4</sub><sup>+</sup>) par l'intermédiaire des hétérotrophes.
  - *La nitritation* qui est effectuée par les nitritants dont la majorité appartient à l'espèce *Nitrosomonas*. Ces autotrophes sont responsables de l'oxydation de l'ion ammoniac (NH<sub>4</sub><sup>+</sup>) en nitrite (NO<sub>2</sub><sup>-</sup>). La réaction totale est de la forme :



- *La nitratation* qui est accomplie par les nitratants de l'espèce *Nitrobacter*. Ces cellules autotrophes effectuent l'oxydation du nitrite en nitrate. La réaction stoechiométrique s'effectue comme suit :

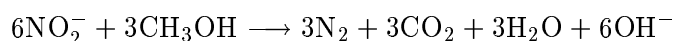
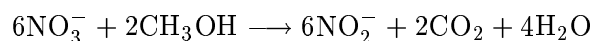


- **Dénitrification** : C'est un processus de conversion du nitrate effectué par les hétérotrophes facultatifs sous les conditions d'anoxie. La dénitrification peut avoir lieu selon

deux activités biologiques différentes :

- *L'assimilation* où le nitrate est réduit en ammoniac qui peut servir comme source d'azote pour la synthèse cellulaire. L'azote est donc éliminé par incorporation à la matière cytoplasmique. Mais cette activité est relativement négligeable.

- *La dissimilation* joue un rôle plus important dans l'élimination totale du nitrate. Certains micro-organismes facultatifs (à la fois aérobies et anaérobies) ont la capacité de se servir de l'oxygène fixé dans la molécule  $\text{NO}_3$  lorsqu'ils se trouvent plongés dans des conditions d'anoxie, c'est à dire d'absence d'oxygène dissous. Le nitrate joue le rôle d'accepteur final d'électrons qui est converti en azote moléculaire au cours de la réaction d'oxydation. L'azote est donc éliminé par échappement du dioxyde d'azote gazeux  $\text{N}_2$ . Le méthanol est utilisé comme source d'énergie c'est-à-dire comme donneur d'électrons. Le processus de conversion s'effectue en deux étapes :



- **Floculation** : Dans les cultures en suspension où les micro-organismes flottent librement dans les eaux à traiter, ceux-ci ont tendance à s'agglutiner sous forme de petits amas appelés bioflocs. Certaines substances biodégradables (particules, colloïdes, grosses molécules) ne sont pas directement absorbées par les bactéries. La floculation permet aux micro-organismes d'améliorer leurs caractéristiques d'adsorption des aliments sur leur membrane cellulaire.
- **Adsorption** : Certains composés organiques comme les substances biodégradables particulières ne peuvent pas être directement absorbés par les bactéries. Ces matières sont d'abord adsorbées par les micro-organismes et stockées à leur surface avant de subir un processus de conversion qui génère des substances simples aisément dégradables.
- **Hydrolyse** : C'est une série de réactions enzymatiques extra-cellulaires appliquées aux substances adsorbées et qui ont lieu à la surface des micro-organismes. Les molécules organiques complexes sont converties en molécules plus simples qui peuvent diffuser à travers la membrane cellulaire.
- **Mortalité** : La population biologique est soumise à divers phénomènes de mortalité : la prédation (protozoaires), le processus de lyse (dissolution) et la respiration endogène où une partie des composants cellulaires est oxydée pour satisfaire les besoins en énergie nécessaires pour maintenir en vie les autres cellules quand le substrat n'est pas disponible. Une fraction des produits de mortalité est biodégradable, l'autre partie représente les résidus endogènes inertes.

## II.4 L'épuration des eaux usées

Avant d'entamer l'étude générale du traitement des eaux usées, nous tenterons d'éclaircir quelques points sur la terminologie liée à ce domaine.

En effet, en général, le traitement des eaux a pour fonction de les transformer en eau potable. Alors que l'assainissement des eaux usées a pour objectif de collecter puis d'épurer les eaux polluées avant leur rejet. Toutefois, le terme "traitement" est généralement employé pour désigner l'opération d'assainissement. Ainsi, bien que le terme "traitement" sera largement utilisé dans ce manuscrit, il concernera seulement la seconde définition.

Par ailleurs, épurer signifie "rendre pur" tandis que la définition de purifier est "débarrasser des impuretés". Quand on parle d'épuration des eaux résiduaires, il n'est pourtant pas question de les rendre pures, mais plutôt d'en retirer le plus de déchets possible avant de les évacuer. Ces définitions du sens commun de ces mots ont l'inconvénient de considérer de prime abord l'eau comme une "matière" et non pas comme un "milieu". Par conséquent, en dépit de l'utilisation du terme épuration, le but recherché est plutôt la purification des eaux usées afin que leur incidence sur la qualité choisie pour l'eau, en tant que milieu naturel aquatique, soit la plus faible possible. L'objectif de l'épuration des rejets est défini par l'objectif de qualité que l'on choisit pour les cours d'eau. Ceux-ci diffèrent selon les usages de l'eau et selon les réglementations en vigueur dans la région concernée. Elles sont exprimées notamment par des valeurs limites de paramètres physico-chimiques que l'eau du milieu considéré ne doit pas dépasser.

### II.4.1 Des traitements différenciés

Les caractéristiques des eaux brutes sont extrêmement variées. Il existe un certain nombre de procédés élémentaires destinés à les traiter. Les professionnels de l'eau peuvent combiner de différentes manières ces procédés, en fonction des cas spécifiques. En outre, chaque procédé pourra changer de rôle en fonction de la place qu'il occupe dans la filière du traitement et de la façon dont il est mis en œuvre [141, 99].

Il n'est pas simple de prétendre décrire de façon complète les différents procédés et filières de traitement. Il est, cependant, possible de proposer une classification générale de procédés de base, puis une description des étapes les plus courantes du traitement [56].

- **Procédés physiques :** Ce sont des opérations de séparation de phases non-miscibles dont l'une au moins est liquide. Parmi ces procédés, les plus courants sont :
  - *le dégrillage* permettant d'éliminer les corps flottants et les gros déchets par l'intermédiaire de grilles placées en travers du canal d'amenée afin de protéger les installations contre les obstructions.
  - *la filtration*, passage d'un mélange liquide-solide à travers un milieu poreux (filtre) qui retient les solides (gâteau de filtration) et laisse passer les liquides (filtrat).
  - *la décantation* utilisant les forces de gravité pour séparer les particules de densité supérieure à celle du liquide en provoquant leur dépôt.
  - *la centrifugation*, opération de séparation par action de la force centrifuge, du mélange entraîné dans un mouvement de rotation. Ce mécanisme permet de décupler le pouvoir séparateur du champ de pesanteur vertical en lui substituant un champ centrifuge radial.
  - *la flottation* visant à séparer les phases solides des phases liquides par la poussée d'Archimède. En flottation naturelle, les flocs de faible densité remontent librement à la surface. La flottation assistée s'obtient par injection d'air.

- **Procédés physico-chimiques** : Utilisés en général comme moyens de traitement complémentaires, ces procédés combinent les principes de la chimie et de la physique. Certaines substances comme les colloïdes sont particulièrement stables en suspension et leur durée de décantation peut être trop longue. Afin de favoriser leur sédimentation, le décanteur est préalablement conditionné avec des réactifs chimiques qui facilitent l'agglomération des particules. Deux techniques sont utilisées :
  - *la coagulation* annule les charges électriques des particules en suspension par ajout de réactifs minéraux.
  - *la floculation* provoque l'agglomération des particules déchargées par les coagulants. La formation des floes peut être améliorée par addition de floculants.
- **Procédés chimiques** : Ils sont très utilisés dans le traitement final des effluents. On peut citer les procédés suivants :
  - *l'oxydation* par des agents tels que le chlore et l'ozone, agit sur les métaux, sur les matières organiques et détruit ou inactive totalement ou partiellement les germes vivants, les virus et les bactéries.
  - *les échanges d'ions* sont des procédés de substitution d'ions sur des résines spécifiques. Ils sont utilisés pour la dénitratation et l'adoucissement de l'eau.
  - *la neutralisation* ou l'acidification agissent sur le pH de l'eau.
- **Procédés radiatifs** : Ces techniques peuvent être utilisées dans les opérations de décontamination de l'eau :
  - *les ultra-violets* irradient les cellules vivantes indésirables. Suivant la quantité d'énergie UV reçue, elles sont soit stérilisées (effet bactériostatique) soit détruites (effet bactéricide).
  - *le bombardement électronique* est un dispositif basé sur l'exposition brève des eaux polluées à un fort flux d'électrons. La structure des éléments complexes est décomposée sous l'action des ions qui cassent leurs liaisons chimiques. La décontamination bactériologique est réalisée par destruction des bactéries et des virus.
- **Procédés biologiques** : Le traitement biologique reproduit dans des réacteurs spécifiques le phénomène d'auto-épuration qui se déroule naturellement dans les cours d'eau. Le principe consiste à mettre la matière organique contenue dans les eaux usées au contact d'une masse bactérienne. Celle-ci se nourrit des polluants et les dégrade. Une vue globale des procédés biologiques sera détaillée dans la section (II.4.3)

## II.4.2 La filière d'épuration

L'eau est le véhicule de transport et de dissémination idéal de nombreux agents polluants. Les contraintes d'assainissement, de plus en plus strictes, exigent le traitement d'un nombre plus important de polluants (matières organiques, minérales, pathogènes et toxiques). Étant donnée la grande diversité de ces déchets, l'épuration d'un affluent résiduaire comporte plusieurs étapes, chacune spécifique aux caractéristiques particulières des éléments à traiter (voir chapitre précédent).

À partir de la classification des procédés de base qui viennent d'être définis, en tenant compte du fait que ces procédés sont extrêmement imbriqués au cours du traitement et peuvent jouer des rôles différents en fonction du moment de leur mise en œuvre, on peut esquisser

l'enchaînement des étapes d'épuration comme illustré dans le schéma fonctionnel (II.2). Globalement, une filière de traitement est constituée de différents modules où les eaux brutes sont soumises à une combinaison ou une succession de différents processus de purification avant leur rejet [9, 99] :

- **Le pré-traitement** : Les effluents doivent subir avant la dépollution proprement dite, un traitement préliminaire comportant un certain nombre d'opérations à caractère mécanique (procédés physiques). Le but est dans ce cas d'extraire de l'eau les gros déchets en suspension ou en flottation qui pourraient constituer une gêne pour les traitements ultérieurs. L'élimination préalable de ces matières permet d'éviter des effets nocifs secondaires (odeurs, colmatage ...). Parmi ces méthodes de séparation primaires, les plus courantes sont :
  - *le dégrillage*, qui a pour fonction d'éliminer les gros déchets.
  - *le dessablage*, qui permet le dépôt des sables et des graviers susceptibles d'endommager les pompes.
  - *le déshuilage*, qui favorise, par injection d'air, la flottation des graisses et des hydrocarbures qui sont séparés par raclage de surface.
- **Le traitement primaire** : Le traitement primaire élimine plus de la moitié des matières en suspension formant ainsi les boues primaires. Ce traitement constitue une pré-épuration non négligeable, quoiqu'insuffisante pour garantir la qualité du rejet en milieu naturel. Il fait appel à différents procédés physiques : la flottation, la décantation et la filtration (voir II.4.1).
- **Le traitement secondaire** : Cette phase de dépollution a pour objectif principal l'élimination des substances en suspension et des composants solubles. Ces matières étant généralement d'origine organique, les procédés biologiques sont les plus adaptés pour ce type de traitement (voir la section suivante pour plus de détails).
- **Le traitement tertiaire** : Il arrive qu'un traitement complémentaire plus poussé soit nécessaire afin de faciliter l'élimination de certaines substances délicates à extraire. Cette étape joue un rôle d'affinage dans le but soit, d'une réutilisation des eaux épurées à des fins agricoles ou industrielles, soit d'une protection plus poussée du milieu récepteur destiné à un usage bien spécifique. Ce traitement peut être de nature :
  - *biologique* pour l'élimination de l'azote (nitrification-dénitrification) et du phosphore (déphosphatation).
  - *physico-chimique* pour la précipitation du phosphore (coagulation-décantation) ou l'élimination des dernières matières en suspension (filtration sur lits de sable ou charbon actif).
  - *chimique* pour la désinfection et l'élimination des risques de contamination bactériologique (chlore ou ozone).
- **Le traitement des boues** : Les boues formées au cours des procédures de séparation de la phase solide du mélange liquide sont à leur tour soumises à un processus de traitement et de conditionnement. L'objectif étant de réduire leur volume en éliminant l'eau (épaississement, déshydratation) et le cas échéant de les stabiliser (digestion, compostage). Les boues traitées sont soit incinérées soit épandues.



### II.4.3 Les traitements biologiques

Certains micro-organismes ont de grandes facultés de transformation métabolique et de décomposition des matières biodégradables [146]. Ils constituent par leur multiplication rapide et leur action biochimique, des agents épurateurs extrêmement efficaces. Le traitement biologique largement utilisé dans la dépollution de l'eau est donc la reconstitution d'un écosystème simplifié et sélectionné faisant appel à une micro-faune de bactéries et de protozoaires. De ce fait, l'épuration biologique consiste à favoriser la prolifération de ces micro-organismes pour utiliser leurs propriétés remarquables dans les conditions les mieux adaptées au résultat désiré. Les polluants ingérés par la biomasse sont d'origine organique mais certains éléments minéraux ou inertes sont affectés par les processus métaboliques ou floculés au cours des réactions biochimiques [141, 9].

Suivant l'emplacement des bactéries épuratrices dans le bioréacteur, on distingue deux dispositifs [14, 99, 56] :

- **Le procédé à cultures fixées :** Les micro-organismes sont fixés sur des supports. Le contact entre les eaux à traiter et les cellules épuratrices est assuré soit par arrosage des supports avec l'eau usée (lits bactériens), soit par rotation des supports dans le mélange pollué (disques biologiques). Ces ouvrages permettent d'obtenir des concentrations en biomasse plus importantes et donc des traitements intensifs avec une taille relativement faible, mais présentent des risques de colmatage ou d'émanation d'odeurs.
- **Le procédé à cultures libres :** Les micro-organismes sont maintenus en suspension dans le mélange à épurer. La biomasse entre ainsi constamment en contact avec les polluants. Ces dispositifs ont l'avantage d'avoir un traitement plus homogène et une meilleure maîtrise des facteurs d'épuration (apport d'eau résiduaire et de masse bactérienne) comparés aux procédés à culture fixée.

Suivant les conditions de l'environnement des cellules dans l'unité de dépollution, on distingue deux modes de traitement :

- **Le traitement aérobie :** Ce type de traitement fait appel aux bactéries aérobies qui se développent en présence d'oxygène. La dégradation des polluants est effectuée par des réactions d'oxydation dans un milieu aéré.
- **Le traitement anaérobie :** Ce traitement s'effectue en condition d'anaérobiose c'est-à-dire en absence d'oxygène. Les bactéries anaérobies assurent la décomposition métabolique des composés biodégradables par des processus de fermentation.

Parmi l'ensemble des procédés biologiques utilisés dans le traitement des eaux usées, on peut citer les principaux procédés suivants :

- **Les disques biologiques :** Dans ce procédé, les micro-organismes sont fixés sur des disques à demi immergés et tournant lentement (quelques tours par minute) autour d'un axe horizontal. La biomasse est ainsi alternativement mouillée par les eaux résiduaires et aérée par l'air ambiant. Cette technique présente l'avantage d'être peu coûteuse en énergie mais peut entraîner l'émanation d'odeurs.

- **Les lits bactériens :** Ce procédé aérobie à cultures fixées consiste à faire supporter les micro-organismes par des matériaux poreux. L'effluent est distribué par aspersion en surface et l'oxygénation est apportée par ventilation naturelle de bas en haut. L'affluent arrive par la partie supérieure alors que l'effluent est évacué par le fond afin de ne pas perturber la fonction aérobie. De ce fait, ce système présente un inconvénient majeur, en ce sens qu'il nécessite un dispositif de relevage. La biomasse se développe à la surface du support. Lorsqu'elle devient trop importante, la pellicule bactérienne se détache naturellement ; elle doit alors être séparée de l'effluent par décantation.
  
- **Le lagunage :** Il s'agit d'un étang ou un système de lagunes mettant en œuvre une culture mixte algo-bactérienne. Suivant la profondeur du bassin, on peut distinguer différents régimes de fonctionnement.
 

En zone peu profonde, le traitement s'effectue dans des conditions d'aérobiose. Les deux populations vivent en symbiose. Bien qu'une partie limitée de l'oxygène dissous provienne de la diffusion naturelle à travers l'interface air-liquide, les besoins en oxygène des bactéries sont principalement assurés par l'activité photosynthétique des algues exposées à la lumière. De leur côté, les végétaux profitent du gaz carbonique ainsi que des nutriments inorganiques produits au cours des réactions métaboliques des cellules vivantes.

Dans le cas des lagunes plus profondes, en plus de la zone supérieure aérobie, on peut distinguer une région intermédiaire facultative où la disponibilité de l'oxygène dépend de la lumière solaire. Le traitement a lieu dans des conditions d'aérobiose le jour, et en anaérobiose durant la nuit.

Les dépôts de boues au fond des bassins suffisamment profonds forment une couche anaérobique où ont lieu des processus de fermentation.
  
- **Les boues activées :** Ce système comprend deux compartiments principaux. Le premier est le bassin d'aération où ont lieu les activités biologiques de transformation des polluants biodégradables par l'intermédiaire des micro-organismes en suspension. Outre les matières organiques assimilées par les hétérotrophes, principaux constituants des boues activées, les composés azotés peuvent aussi être oxydés par des phénomènes de nitrification-dénitrification. Les bactéries floculantes utilisées dans ce système, ont la faculté de transformer les éléments ingérés en matière corpusculaire. Les floccs formés dans le bassin d'aération sont alors conduits vers un second compartiment appelé décanteur secondaire où a lieu la séparation des solides de la phase liquide par décantation. De nombreuses variantes de ce procédé sont disponibles dont les principales sont résumées au début du chapitre suivant (section III.1). Cette unité de traitement fera l'objet d'une étude beaucoup plus détaillée dans les chapitres III (modélisation) et VI (estimation).
  
- **La digestion anaérobie :** Ce procédé repose sur les réactions de fermentation qui ont lieu dans des conditions d'anaérobiose et sont effectuées par une biomasse anaérobie complexe. On distingue trois étapes dans ce processus. Dans la phase de liquéfaction, des bactéries hydrolytiques solubilisent les matières complexes. Dans la deuxième étape, une population acétogène transforme les composés organiques, en acides qui serviront ultérieurement de nourriture à des bactéries méthanogènes au cours de la phase finale. Le métabolisme anaérobie libérant très peu d'énergie comparé au processus aérobie, provoque une faible production de boues. Malheureusement, l'épuration anaérobie est plus lente que l'épuration aérobie. Un digesteur anaérobie à cultures fixées sera abordé en détail dans le dernier chapitre.

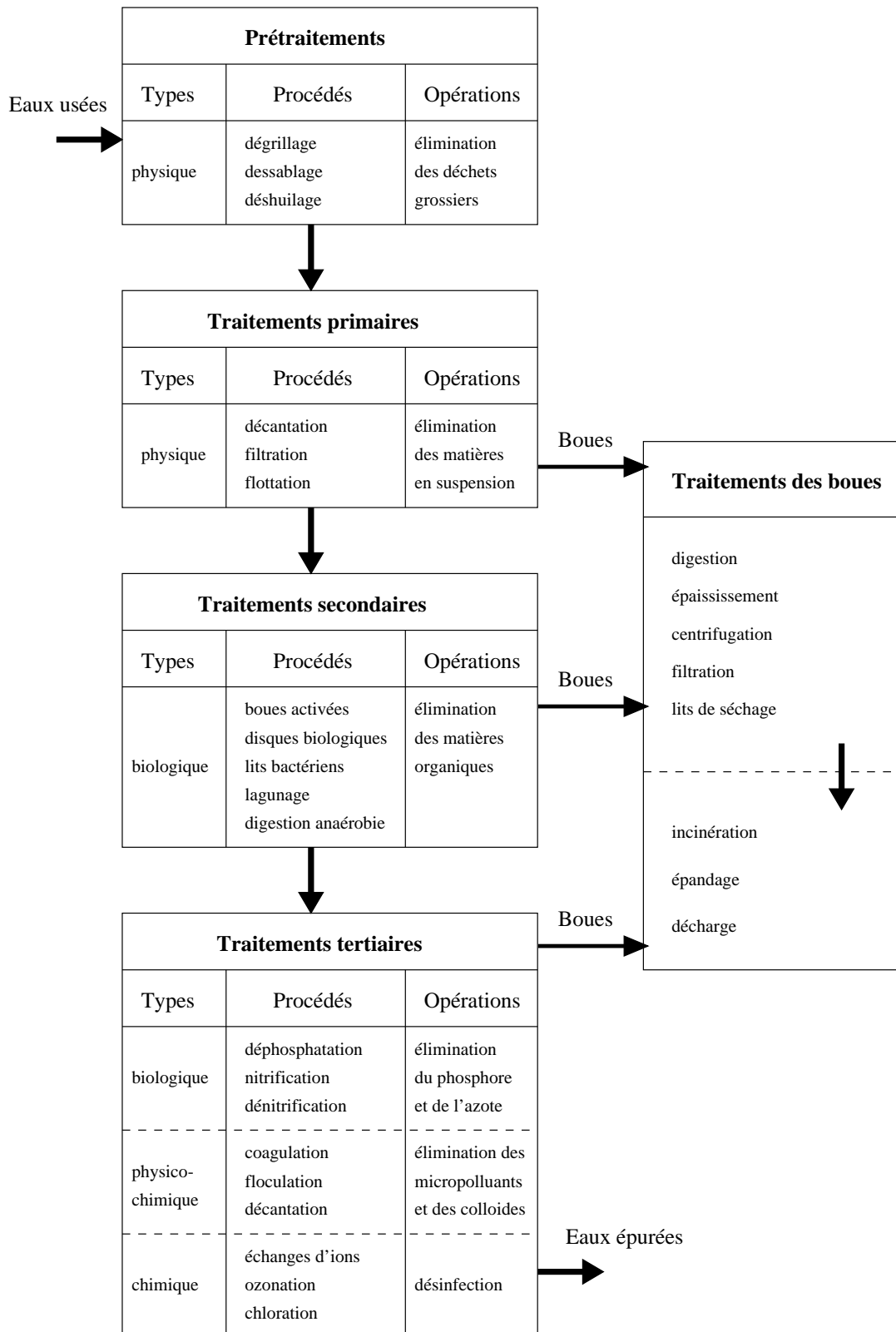


FIG. II.2 Filière d'épuration.

## II.5 Les mesures en épuration biologique

Dans les sections précédentes de ce chapitre, nous avons tenté d'aborder quelques concepts fondamentaux liés à l'épuration d'une façon générale. Nous nous sommes intéressés plus particulièrement aux différents éléments ayant chacun un rôle spécifique dans les opérations de purification biologique. D'un côté, la très grande variété des déchets à traiter ; d'un autre, les différentes populations de bactéries épuratrices.

Une caractéristique importante de ces procédés, parce qu'ils exploitent certaines potentialités du monde biologique, est leur vulnérabilité à des irrégularités difficiles à prévoir. De ce fait, une gestion efficace des ressources aquatiques, implique inévitablement des stratégies d'analyse de la composition des eaux polluée en amont et en aval de la station d'épuration. Par ailleurs, la supervision du bon déroulement de la procédure de traitement passe d'abord par la connaissance de l'évolution d'un certain nombre de paramètres d'action du procédé, ainsi que par la disponibilité d'informations sur les variations des concentrations de certains composés influents dans l'unité de traitement biologique. À cet égard, outre les paramètres physiques (température, pression, débit, niveau) fournis par l'instrumentation classique il est indispensable de connaître les paramètres chimiques (pH, bilans gazeux), ainsi que certaines variables biologiques (biomasse, matières organiques).

Compte tenu du vaste domaine de l'instrumentation appliquée aux bioprocédés, nous essayerons de mentionner quelques points pertinents concernant ce problème de mesure. Harrémões et ses co-auteurs [86] regroupent dans leur article les principaux capteurs de mesure utilisés dans les unités de traitement biologique, en spécifiant leur principe de fonctionnement, leur domaine d'utilisation, leur précision, leur temps de réponse ainsi que leur prix d'achat. Nous présentons les principales méthodes d'analyse spécifiques aux grandeurs physiques ainsi qu'aux constituants du mélange traité : les matières carbonées, les composés inorganiques et les particules en suspension.

### II.5.1 Les grandeurs physiques

Contrairement à ce que l'on pense, la technologie des capteurs conçus pour la mesure des grandeurs physiques, est plutôt rudimentaire comparée à certaines techniques d'analyse a priori moins importantes pour le bioprocédé mais qui sont, elles, très sophistiquées comme les électrodes à enzyme par exemple [28]. Bien que le principe analytique ait peu évolué, des efforts ont cependant été entrepris pour améliorer les performance et la fiabilité de ces capteurs physiques.

Ainsi, différents types de débitmètres (électromagnétiques, à ultrasons . . .) sont utilisés dans le traitement des eaux. Leurs caractéristiques (principe, précision, standard) sont résumées dans un tableau de l'article [86]. Une analyse assez complète sur les débits des eaux usées à l'entrée des stations d'épuration, est traitée dans un chapitre du livre [141].

Parmi les nombreux systèmes utilisés pour les mesures de niveaux, ce sont les capteurs par ultrasons qui sont les plus sollicités, car n'étant pas en contact avec le produit, ils ont l'avantage de réduire les effets de corrosion et d'encrassement [141].

Pour les pressions et les températures elles sont moins souvent mesurées, sauf dans des cas bien précis tels que la digestion anaérobie, la production de vapeur, l'incinération . . . [28].

## II.5.2 Les matières organiques

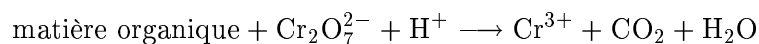
La matière carbonée traitée dans les stations d'épuration est caractérisée par la diversité et le grand nombre des éléments organiques qui la composent. Certains de ces composants peuvent avoir des concentrations trop faibles pour permettre des mesures isolées. Une solution consiste alors à mesurer des concentrations de classes de composés par des tests chimiques (hydrocarbures, alcools ...).

Mais les méthodes d'analyse des charges organiques largement utilisées en pratique exploitent la caractéristique d'oxydation de ces matières (voir la section II.3). L'état d'oxydation d'une substance organique étant exprimé en termes d'électrons disponibles pour le transfert, est par conséquent lié à la quantité d'oxygène nécessaire pour oxyder totalement cette substance. En d'autres termes, les mesures de concentrations des matières organiques (solubles et solides) les plus courantes, utilisent le concept de demande en oxygène.

Il est donc important, avant une description plus détaillée des techniques de mesure, de souligner que les données fournies sont des mesures qualitatives (quantité d'oxygène consommée) plutôt que quantitatives (quantité réelle des substances organiques). En effet, un composant fortement réduit nécessite plus d'agents oxydants par rapport à un produit fortement oxydé de masse identique. C'est-à-dire qu'un composé organique fortement réduit possède un potentiel de pollution plus élevé. Ces méthodes de mesure sont donc bien adaptées au domaine de l'épuration puisqu'elles permettent d'estimer l'importance des effets polluants des substances organiques plutôt que leurs quantités massiques [14, 141, 99].

Parmi les tests d'analyse utilisés pour estimer la charge organique des eaux polluées, les méthodes les plus courantes sont cités ci-dessous :

- **Demande Totale en Oxygène (DTO)** : C'est une procédure automatisée qui oxyde les déchets en présence d'un catalyseur dans une chambre de combustion à 900 °C. Sous ces conditions, la totalité du carbone dans l'échantillon est oxydée en CO<sub>2</sub>. La quantité d'oxygène consommée représente la valeur de la DTO, englobant l'oxygène utilisé dans l'oxydation des substances organiques et inorganiques, ainsi que les produits non-biodégradables (plastique par exemple).
- **Demande Chimique en Oxygène (DCO)** : L'oxygène équivalent des matières organiques oxydées, est mesuré en utilisant un agent oxydant fort (dichromate de potassium) dans un milieu acide (acide sulfurique). Le test est effectué à température élevée (150 °C) avec un catalyseur (sulfate d'argent) afin de faciliter l'oxydation de certaines substances organiques. La réaction générale peut être illustrée par le processus chimique suivant :



Durant cette réaction, les matières organiques réduisent une quantité de dichromate stoechiométriquement équivalente à la quantité d'oxygène nécessaire pour l'oxydation (2 molécules de Cr équivalentes à 3 molécules de O). La mesure de la concentration de dichromate réduit, grâce à une procédure de titration, fournit donc une indication équivalente de la concentration des matières organiques oxydées.

- **Demande Biochimique en Oxygène (DBO) :** Ce test exploite la capacité des micro-organismes à oxyder la matière organique en eau et dioxyde de carbone en utilisant l'oxygène comme agent oxydant. L'échantillon prélevé est dilué par une solution contenant les substances nutritives appropriées et une semence d'un grand nombre de populations bactériennes. La procédure d'analyse biochimique dépendant des prévisions de la charge polluée, normalement plusieurs tests sont effectués avec différentes dilutions, afin de couvrir la gamme complète des concentrations possibles. Le mélange est laissé en incubation dans un flacon étanche, isolé de l'air, pour faciliter les mesures d'oxygène utilisé durant les réactions de métabolisme. Un test supplémentaire est réalisé sur la culture de micro-organismes avec une dilution d'eau, afin d'établir les corrections liées à la fraction d'oxygène consommée par la semence biologique.

Les résultats de ce test dépendent de la température ainsi que de la période d'incubation. Si la température standard est fixée à 20 °C, la durée d'oxydation peut varier. La Demande Biochimique en Oxygène (DBO) est souvent mesurée après 5 jours, la notation utilisée dans ce cas est généralement  $DBO_5$ . Au cours de cette période, l'oxydation n'est pas totale (de 60 à 70% de la réaction complète), alors qu'elle est estimée entre 90 et 95% après une incubation de 20 jours. D'autres techniques de mesure favorisent donc la DBO à long terme ( $DBO_f$ ), mais le choix de la  $DBO_5$  comme standard, est dû au fait qu'après environ 10 jours d'incubation, la nitrification devient prédominante. Par conséquent, la  $DBO_f$  peut fournir une estimation de la DBO carbonée et azotée ( $DBO_f > DBO_5$ ).

La DBO a été reconnue depuis très longtemps comme la mesure de la pollution organique, et par conséquent, a suscité l'intérêt d'un grand nombre de chercheurs. Une évaluation bien détaillée de cette procédure de mesure est abordée dans [65]. Une autre étude plus récente traite la cinétique de la DBO avec une approche stochastique [124].

- **Demande Théorique en Oxygène (DThO) :** Les techniques d'analyse de la demande en oxygène décrites ci-dessus engendrent des résultats d'estimation différents :  $DTO > DCO > DBO_f > DBO_5$ .

Pourtant, théoriquement, la valeur de l'oxygène utilisé dans l'oxydation complète des matières organiques est identique dans chaque cas. Au cours de l'oxydation d'un composé organique, toute molécule de carbone est convertie en  $CO_2$ , d'hydrogène en  $H_2O$ , d'azote en  $NO_3$ , de soufre en  $SO_3$  . . . Ainsi, si la formule chimique de la substance organique est bien connue, la valeur de la DThO peut être aisément déduite par un calcul théorique.

- **Carbone Organique Total (COT) :** Cette méthode, différente des précédentes, permet l'analyse du carbone soluble d'un échantillon injecté dans un tube de combustion et chauffé à 950 °C. Le carbone organique est alors oxydé en  $CO_2$  qui est mesuré par un capteur à infra-rouge. Une acidification et une aération préalables permettent d'éliminer le carbone inorganique avant l'analyse de l'échantillon, afin de diminuer les erreurs de mesure. Un autre moyen, consiste à réaliser une combustion à basse température en parallèle pour mesurer le carbone inorganique. Le carbone organique est déduit par la différence entre les deux mesures.

Ce test a la particularité d'être très rapide ; il peut de ce fait, être employé dans les procédures d'automatisation et de commande en ligne.

Une étude sur les corrélations entre DBO, DCO et COT est proposée dans [8]

Les caractéristiques relatives de chaque test de mesure décrit précédemment, sont illustrées dans le tableau suivant :

Test	Unité	Avantages	Inconvénients
DBO	mg O <sub>2</sub> /l	simple, largement utilisé, détermination de la fraction biodégradable, estimation de DBO carbonée et azotée	lent (5 à 20 jours), dépendant des conditions d'incubation, semence bactérienne très variée et bien acclimatée, inhibition par certains composés
DCO	mg O <sub>2</sub> /l	simple, rapide (2 à 3 heures), bonne reproductibilité (5 à 10%), indication précise de la fraction biodégradée dans l'unité d'épuration par la différence entre la DCO à l'entrée et à la sortie	pas de distinction entre les fractions dégradables et non-dégradables, certaines substances minérales peuvent être oxydées par le dichromate (erreur de mesure)
DTO	mg O <sub>2</sub> /l	très rapide (5 minutes), procédure automatisée, reproductibilité excellente (3 à 6%)	un appareillage coûteux, nécessite des opérateurs expérimentés
DThO	mg O <sub>2</sub> /l	valeur exacte de la demande en oxygène	nécessite la connaissance des formules chimiques des substances organiques
COT	mg C/l	très rapide, procédure automatisée, reproductibilité excellente	un appareillage coûteux, sensible au taux de particules solides présentes dans le faible échantillon, résistance de certains composés à l'oxydation

TAB. II.2 Tests d'analyse des composés organiques.

### II.5.3 Les matières inorganiques

À la différence des matières organiques, il n'existe pas de procédure simple qui soit équivalente au test de demande en oxygène, et qui permette de fournir une mesure "grossière" du potentiel de pollution des composés inorganiques. Heureusement, les composés inorganiques qui posent de sérieux problèmes de pollution sont limités principalement aux nutriments azotés et phosphorés. Il est donc plus simple d'effectuer des tests individuels de mesure sur ces composés spécifiques [141, 14].

- **Produits phosphorés:** Le phosphore qui pollue les eaux est en majeure partie sous forme de phosphates (PO<sub>4</sub><sup>3-</sup>). Ce composé est déterminé directement par addition d'une substance chimique qui forme un complexe coloré avec le phosphate. Des prototypes de nouveaux capteurs pour la mesure du phosphate pouvant être directement utilisés dans le bassin d'aération sans nécessiter des opérations d'échantillonnage et de filtrage, sont décrits dans [132].

- **Produits azotés :** Les principales formes d'azote présentes dans les eaux résiduaires sont :  $N_{\text{org}}$  (organique),  $\text{NH}_3$  (ammoniac),  $\text{NH}_4^+$  (ion ammonium),  $\text{NO}_3^-$  (nitrate) et  $\text{NO}_2^-$  (nitrite).

L'analyse de l'ammoniac est réalisée sous un pH élevé par la technique de minéralisation (chauffage et condensation) et un test de colorimétrie.

Le test Kjeldahl consiste à faire subir à un échantillon, un processus de digestion où l'azote organique est transformé en ammoniac. Par conséquent, l'azote Kjeldahl représente l'azote organique et ammoniacal.

Les formes oxydées  $\text{NO}_3^-$  et  $\text{NO}_2^-$  sont mesurées par colorimétrie. Une nouvelle génération de capteurs mesurant l'ammonium et le nitrate avec des temps de réponse de l'ordre de trois minutes, est issue de la technologie des membranes combinée avec la procédure classique de colorimétrie [132].

Ces concentrations sont souvent exprimées en milligramme d'azote par litre (mg N/l) et non en milligramme de la substance (ammoniac, nitrate ...) pour permettre de faire le bilan exprimé dans le tableau (II.3).

azote organique (N)			
azote Kjeldahl (réduit)		azote nitrique (oxydé)	
ammoniac ( $\text{NH}_3/\text{NH}_4^+$ )	organique ( $N_{\text{org}}$ )	nitrate ( $\text{NO}_3^-$ )	nitrite ( $\text{NO}_2^-$ )

TAB. II.3 *Formes principales de l'azote.*

#### II.5.4 Les matières en suspension

Les techniques de mesure décrites dans les deux sections précédentes, donnent une indication globale, comprenant à la fois les fractions soluble et solide des matières organiques ou inorganiques. La terminologie utilisée dans la définition des formes variées des particules insolubles dans un échantillon, est souvent confuse et différents termes peuvent représenter une même catégorie. Les particularités de chaque classe des solides sont mises en relief dans ce qui suit [141, 99].

- **Matières Solides Totales (MST) :** Une des caractéristiques physiques importantes des eaux polluées est leur contenu total en solides qui regroupe les matières décantables, en suspension, colloïdales et dissoutes (voir section II.1). L'analyse des MST comprend les étapes suivantes : prélèvement d'un échantillon, dessiccation à environ  $100^\circ\text{C}$  et pesée des matières sèches résiduelles.
- **Matières Dissoutes Totales (MDT) :** C'est la fraction des matières solubles qui reste après évaporation de l'échantillon à près de  $100^\circ\text{C}$ . La limite entre les solides en suspension et les solides dissous est arbitraire, ces deux catégories sont séparées par filtration des MST, où la taille des pores est fixée à  $0.45 \mu\text{m}$ . Le filtrat qui passe est alors chauffé et pesé, donnant la quantité des matières dissoutes.



- **Matières En Suspension (MES)** : Cette fraction représente les matières insolubles. Les solides retenus dans le test décrit ci-dessus sont les MES.
- **Matières Sédimentables (MS)** : Elles englobent les composés grossiers décantables et les fines particules en suspension. Ces matières ont une importance particulière dans le procédé des boues activées. Elles sont mesurées par le volume de boues qui se déposent dans un cône d’Imhoff après une heure de sédimentation.
- **Matières Non Sédimentables (MNS)** : Ces matières représentent la fraction colloïdale et dissoute. Ces matières sont identifiées en passant un échantillon à travers un filtre à membrane avec un espacement poreux de  $1 \mu m$ . La mesure est effectuée par évaporation du filtrat et pesée des résidus.
- **Matières Volatiles en Suspension (MVS)** : Cette valeur représente la fraction organique des solides en suspension dans un liquide. La mesure est obtenue par cuisson à  $600^\circ C$  des MES. Après évaporation de la partie organique des matières en suspension, la pesée des matières résiduelles représente la quantité de la Matière Minérale en Suspension (MMS). La quantité de MVS est obtenue par différence entre les quantité de MES et de MMS.

MST			
MNS		MS	
MDT		colloïdes	particules fines
		MES	
organiques	minérales	MVS	MMS

TAB. II.4 *Différentes formes de matières solides*

### II.5.5 Les composés spécifiques

Les méthodes d’analyse exposées dans les trois dernières sections précédentes, sont des techniques standards reconstituant des mesures globales. Bien que des capteurs assez fiables ne soient pas disponibles pour toutes les variables pertinentes dans un procédé d’épuration, il existe cependant de nombreuses procédures de mesure. En effet, moyennant un investissement plus coûteux, l’évolution du domaine de l’instrumentation permet aujourd’hui, d’élaborer des capteurs adaptés mesurant des composés physiques, chimiques ou biologiques bien spécifiques comme le flux gazeux, la conductivité, le potentiel redox, le pH, l’oxygène dissous, l’alcalinité, la toxicité, les concentrations gazeuses, les concentrations de micro-organismes, les taux de respiration, les concentrations en métaux, les concentrations en acides organiques ...

Ainsi, en 1987, Henze estime le pourcentage des dénitrifiants dans une culture multiple de micro-organismes [90]. Quelques années plus tard, il affine les mesures de biomasse en estimant trois populations : les hétérotrophes et les autotrophes nitrifiants et dénitrifiants grâce aux analyses des taux de consommation de l’ammoniac, du nitrate et de l’oxygène au cours des processus de métabolisme [119].

Olsson et al. [152] proposent un inventaire des capteurs disponibles dans le traitement biologique. Cette classification est basée sur la précision, la reproductibilité, la fiabilité, la robustesse au bruit de mesure, le coût et les possibilités de test du capteur. Les trois premières propriétés dépendent à la fois, du procédé et de la qualité du dispositif de mesure.

Il est nécessaire de bien spécifier l'utilisation finale de l'information fournie par le capteur, afin d'établir l'importance relative des différentes caractéristiques citées ci-dessus. Par exemple, pour l'estimation du taux de respiration, une sonde de mesure de l'oxygène dissous peut être acceptée avec une précision absolue relativement faible ( $\pm 0.5$  mg/l) mais doit satisfaire une bonne reproductibilité ( $\pm 0.2$  mg/l). D'autre part, si le capteur d'oxygène dissous est utilisé pour l'estimation de la qualité de l'effluent, une plus grande précision absolue est exigée [152].

Afin d'avoir une échelle des concentrations relatives des différents types de matières dont la procédure de mesure a été décrite dans cette section, des données typiques de certains éléments qui composent les eaux résiduaires sont résumées dans le tableau (II.5). Compte tenu de la grande variabilité des polluants et de leurs concentrations, les données mentionnées ne sont qu'une simple indication des charges de pollution à traiter. Des données beaucoup plus détaillées sont fournies dans [141, 14].

Constituants	Unités	Concentrations		
		fortes	moyennes	faibles
MST	mg/l	1200	720	350
MDT	mg/l	850	500	250
organiques	mg/l	325	200	105
minérales	mg/l	525	300	145
MES	mg/l	350	220	100
MVS	mg/l	275	165	80
MMS	mg/l	75	55	20
MS	ml/l	20	10	5
DBO	mg O/l	400	220	110
DCO	mg O/l	1000	500	250
COT	mg C/l	290	160	80
Azote total	mg N/l	85	40	20
organique	mg N/l	35	15	8
ammoniac	mg N/l	50	25	12
Phosphore total	mg P/l	15	8	4
organique	mg P/l	5	3	1
inorganique	mg P/l	10	5	3

TAB. II.5 *Composition typique des eaux domestiques.*

## II.6 Conclusion

Avant d'aborder les problèmes de modélisation et d'estimation représentant les principaux objectifs de cette thèse, cette partie avait pour but de présenter les notions de base du traitement biologique.

Pour établir un modèle mathématique décrivant les diverses opérations d'épuration, il faut d'abord mettre en relief les éléments mis en jeu, en spécifiant le rôle de chacun. Leur nombre important ainsi que leur grande diversité rendent cette tâche délicate. C'est pourquoi la première partie introduit une caractérisation globale des constituants des eaux résiduaires ainsi que des populations biologiques. Ces différentes classifications déterminent le choix du mode de traitement approprié pour chaque polluant et conditionnent de ce fait, la configuration de la filière générale d'épuration.

Il est bien connu que les processus métaboliques qui ont lieu dans les unités biologiques de dépollution, sont très nombreux et complexes. Les recherches menées dans ce domaine ont cependant permis de mettre en évidence quelques mécanismes biochimiques, du moins les plus influents. Les principales interactions métaboliques entre les micro-organismes épurateurs et les matières polluantes à traiter ont été mises en évidence.

Une grande partie de ce chapitre était consacrée aux problèmes d'épuration. La présentation des différents procédés disponibles (physiques, chimiques, biologiques ...) a contribué à une description globale d'une filière de traitement en mentionnant l'enchaînement des étapes de dépollution. Le traitement biologique a suscité un intérêt particulier. Parmi les principaux dispositifs présentés, les procédés de boues activées et de digestion anaérobie feront l'objet de notre étude de modélisation et d'estimation des variables.

La partie finale de ce chapitre concernait la question des moyens de mesure disponibles pour estimer les composantes intervenant dans le traitement. Nous avons mis l'accent sur les méthodes d'analyse standard afin de bien situer toutes les difficultés liées aux procédures de mesures (quantification délicate des matières organiques, méthodes de mesure assez lentes, fiabilité, précision, coût, reproductibilité).

Les systèmes biologiques ont montré une efficacité satisfaisante pour l'élimination de certaines matières indésirables. Mais l'amélioration de leur rendement en vue d'une épuration plus intense et plus performante pour répondre aux nouvelles normes, repose d'une part sur une étude théorique plus poussée et d'autre part sur la disponibilité des informations liées aux opérations de traitement. L'analyse des travaux exposés permet de mettre l'accent sur deux points principaux :

- Ces procédés sont très complexes et font intervenir un grand nombre de composants. Par ailleurs, de nombreuses interactions entre ces divers éléments ne sont pas totalement connues. Il est évidemment illusoire de vouloir reproduire la réalité sous forme d'équations ; on peut cependant essayer de modéliser les mécanismes de base intervenant dans le traitement en gardant une approche simple permettant l'exploitation du modèle. Un exemple concret est celui du modèle de croissance des populations bactériennes développé par Monod [144], validé depuis 1942 et devenu une référence dans le domaine de la biotechnologie. La notion de système "réaliste" est relative aux objectifs que l'on veut atteindre. La diversité

de ce domaine d'étude ouvre des voies d'investigation variées. Il est important d'explorer différentes stratégies de modélisation pour mettre en évidence leurs avantages et leurs faiblesses respectifs.

Dans le chapitre suivant on traitera donc les aspects de modélisation d'un procédé des boues activées. Ce travail sera axé sur les deux compartiments qui composent ce dispositif aérobie : le bassin d'aération et le décanteur secondaire.

Une autre étude de modèle fera l'objet du chapitre V et concernera un dispositif anaérobie. Ce travail sera particulièrement axé sur la validation pratique du modèle développé par Bernard [15].

- Une fois l'étape de modélisation accomplie, la mise en pratique du développement théorique passe par l'exploitation des informations disponibles. Mais, le problème majeur pour ce type de procédé réside dans le manque d'une instrumentation de mesure en ligne. L'utilisation des observateurs d'état ou "capteurs logiciels" s'avère une solution adéquate pour pallier ce manque. Ces observateurs reposent sur la structure du modèle, sur les entrées du procédé ainsi que sur les mesures disponibles. Or, comme il a été mentionné dans le point ci-dessus, ces systèmes sont soumis à des incertitudes (entrées non maîtrisées, dynamique négligées, mesures erronées) qui vont par conséquent, détériorer les performances d'estimation.

Nous tenterons donc de présenter une nouvelle structure d'observateurs par intervalles tenant compte des diverses incertitudes supposées bornées de bornes connues. Des applications seront effectuées sur les procédés des boues activées et de digestion anaérobie dans les chapitres IV et V respectivement.

# *Modélisation du procédé des boues activées*



# Chapitre III

## Modélisation du procédé des boues activées

### Contenu

---

<b>III.1 Évolution historique . . . . .</b>	<b>56</b>
III.1.1 Origines . . . . .	57
III.1.2 Modifications du procédé . . . . .	58
III.1.3 Perspectives . . . . .	59
<b>III.2 Modélisation du bassin d'aération . . . . .</b>	<b>60</b>
III.2.1 Historique des principaux modèles du bassin d'aération . . . . .	60
III.2.2 Modèle . . . . .	61
a) Description . . . . .	61
b) Objectifs . . . . .	62
c) Hypothèses . . . . .	62
d) Notations . . . . .	63
e) Équations . . . . .	63
<b>III.3 Modélisation du bassin de sédimentation . . . . .</b>	<b>65</b>
III.3.1 Historique des principaux modèles du bassin de sédimentation . . . . .	65
III.3.2 Concepts fondamentaux . . . . .	65
a) La théorie du flux des particules solides . . . . .	65
b) Les Mécanismes de biofloculation . . . . .	66
c) Les vitesses de sédimentation . . . . .	68
III.3.3 Modèle . . . . .	69
a) Description . . . . .	70
b) Objectifs . . . . .	70
c) Hypothèses . . . . .	71
d) Notations . . . . .	71
e) Équations . . . . .	72
f) Flux de suspension . . . . .	76
g) Vitesses de sédimentation . . . . .	77
<b>III.4 Modèle global : aérateur/décanteur . . . . .</b>	<b>78</b>
III.4.1 Historique . . . . .	78
III.4.2 Classes des composés solides . . . . .	79
III.4.3 De l'aérateur vers le décanteur . . . . .	81
a) Description . . . . .	81
b) Notations . . . . .	81
c) Équations . . . . .	82

III.4.4 Du décanteur vers l'aérateur . . . . .	83
a) Description . . . . .	83
b) Notations . . . . .	84
c) Équations . . . . .	84
d) Concentrations recyclées . . . . .	85
e) Concentrations rejetées . . . . .	87
III.4.5 Structure générale . . . . .	88
III.4.6 Structures particulières . . . . .	90
a) Modèle $\mathcal{M}_1$ . . . . .	90
b) Modèle $\mathcal{M}_2$ . . . . .	93
<b>III.5 Conclusion . . . . .</b>	<b>94</b>

---

Ce chapitre concerne l'étude de certains problèmes liés à la modélisation du procédé biologique des boues activées. Tout d'abord, un résumé sur l'évolution historique de ce dispositif est présenté, en mentionnant les différentes variantes disponibles aujourd'hui. Les comportements dynamiques dans les deux bassins formant l'unité biologique étant de nature différente (principalement de type biochimique dans le bassin d'aération et plutôt de type physique dans le bassin de sédimentation), les variables mises en jeu sont, par conséquent, de nature différente. Ce qui engendre certains problèmes de couplage rarement abordés au cours de la modélisation. Le modèle de chaque module étant en général développé séparément, des fonctions empiriques sont souvent proposées pour relier les variables des deux modèles. Nous mettrons en évidence ces difficultés et tenterons de développer une procédure de modélisation assez complète et bien détaillée, traitant trois parties dépendantes : le bassin d'aération ou bioréacteur largement développé dans la littérature, le bassin de sédimentation ou décanteur secondaire beaucoup plus complexe et enfin le couple bioréacteur/décanteur. Notre travail s'axera particulièrement sur les deux derniers points. Une structure globale regroupant les deux compartiments sera déduite.

Des études bibliographiques sur les principaux travaux de modélisation effectués pour la représentation mathématique de l'aérateur biologique et du séparateur solide/liquide, sont respectivement résumées dans les annexes (E) et (F).

### III.1 Évolution historique

Une brève description du procédé des boues activées (PBA) a été présentée dans la section (II.4.3). Il en existe plusieurs versions, mais fondamentalement leur principe de fonctionnement est identique et consiste à maintenir une concentration désirée de culture bactérienne en suspension dans les eaux résiduaires, par des dispositifs d'aération ou de mélange. La configuration de base du PBA (FIG. III.1), réduite à ses principaux compartiments, comprend le bioréacteur (bassin d'aération) et le décanteur (bassin de sédimentation) appelé aussi décanteur secondaire par rapport au décanteur primaire utilisé lors du traitement primaire (section II.4.2). L'épuration s'effectue à travers les opérations suivantes :

1. Dégradation biologique des substrats polluants par les micro-organismes épurateurs dans le bassin d'aération.
2. Formation de floccs décantables.



3. Recirculation de la liqueur mixte composée de l'eau épurée et des floccs bactériens vers le décanteur secondaire.
4. Séparation des phases solide et liquide par sédimentation et dépôt des boues.
5. Recyclage d'une partie des boues vers le réacteur aéré et vidange du surplus vers d'autres unités de traitement des boues.

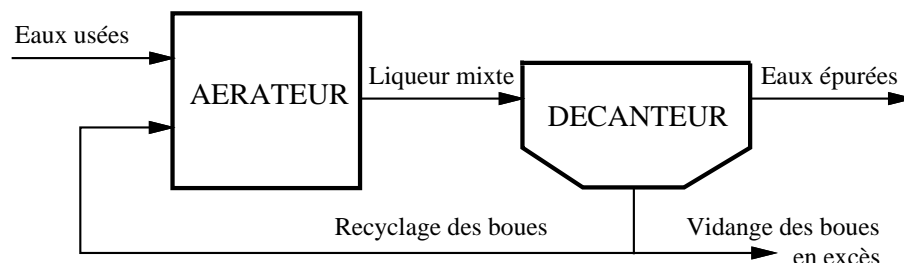


FIG. III.1 Schéma fonctionnel du procédé d'épuration par boues activées.

### III.1.1 Origines

Les premiers essais qui conduiront au développement des systèmes à boues activées furent menés à partir de 1885 en Europe et de 1890 aux États-Unis. Le concept d'utilisation de l'aération supplémentaire comme moyen de traitement date du début du siècle. Dans une installation d'études à Lawrence (États-Unis), les chercheurs mettent au point des réacteurs aérés à remplissage et vidange successifs, disposés en série. Leur intention était de favoriser la croissance du matériel biologique sur les parois des bassins mais ils s'aperçurent qu'ils produisaient aussi des matières solides biologiques flocculées, en suspension dans l'eau. En 1914, Ardern et Lockett [7] s'inspirèrent de ce procédé, mais contrairement à la pratique observée à Lawrence, ils récupérèrent les solides biologiques flocculés à chaque vidange pour les réutiliser dans le bassin avec le nouvel apport d'eau. A chaque cycle de l'expérience, il avait été remarqué que le temps nécessaire à la biodégradation était plus court. Ces floccs, qu'ils nommèrent *boues activées*, améliorèrent considérablement les capacités d'épuration [7].

Très rapidement, des unités de traitement en grandeur réelle vont voir le jour. Le système à remplissage et vidange successifs, sera ensuite abandonné au profit de réacteur continu, associé à un clarificateur appelé décanteur secondaire. Deux unités à débit continu en Angleterre, et une autre de plus grande capacité au Texas, sont opérationnelles dès 1917 [103].

Malheureusement, le succès des boues activées est interrompu suite à l'expansion considérable de la population, ainsi qu'au développement rapide de l'industrie entraînant des volumes plus importants et des compositions plus variées des charges résiduelles. Un des problèmes majeurs était le gonflement des boues (*bulking*) par lequel les floccs prennent des dimensions anormalement élevées avec une densité très faible et cessent par conséquent, de sédimenter correctement dans le décanteur, augmentant ainsi la concentration des matières solides dans l'effluent épuré [35]. Les recherches sur l'explication théorique des mécanismes d'épuration s'intensifièrent avec l'utilisation de plus en plus fréquente du procédé. Vers 1930, on identifia certaines conditions environnementales susceptibles de causer le gonflement des boues : concentration faible en oxygène dissous, augmentation des charges organiques et niveau élevé des hydrocarbures [56, 34, 103].

L'attention se porta ensuite sur la question des besoins en oxygène, qui devint le principal sujet de développement jusqu'au début des années 1950. Les études menées sur l'utilisation de l'oxygène durant le traitement biologique [74], démontrèrent son importance en tant que facteur quantitatif des processus de dégradation. La conclusion finale était que l'oxygène dissous doit être présent dans chaque point du bassin d'aération.

### III.1.2 Modifications du procédé

Les difficultés citées ci-dessus ont entraîné le développement d'autres variantes du PBA, permettant ainsi de traiter des débits plus élevés et des charges plus concentrées, tout en maintenant la qualité exigée de l'effluent.

La première modification majeure avait pour objectif d'éviter le manque d'oxygène dans certaines régions du réacteur, pour des raisons exposées à la fin de la section précédente. Vers 1935, l'*aération étagée* [111] assurait une oxygénation en fonction des besoins : maximale à l'entrée où l'abattement du substrat organique est plus rapide, et minimale à la sortie où la mortalité domine.

L'attention était portée par la suite, sur les variations transitoires des charges auxquelles était régulièrement exposé le procédé. On constate alors que dans ces conditions, la demande en oxygène excède souvent la capacité d'aération quand la totalité des eaux usées entrent par l'extrémité du bassin d'aération. En 1942, Gould [71] proposa un nouveau dispositif à *charge étagée* où contrairement au premier, l'aération est uniforme mais des suppléments de charges sont admis là où les besoins en oxygène diminuent.

Vers la fin des années quarante, les volumes encombrants des boues à traiter ont conduit au développement du procédé de l'*aération prolongée*. Ce système nécessite en contre partie, un grand bassin permettant un long temps de séjour du liquide et entraînant donc une minéralisation quasi-totale des boues. La concentration considérable de la biomasse dans le réacteur produit une dégradation pratiquement complète des polluants. Cependant, la concentration des matières en suspension dans l'effluent final est souvent excessive à cause du soutirage quasiment nul des boues.

En 1951, les capacités de traitement en terme de charge ont pu être améliorées grâce au concept de la réaération des boues. Ce système appelé *contact-stabilisation* est formé d'un décanteur et de deux bassins aérés [191]. Les eaux à traiter sont mélangées aux boues activées dans le bassin de contact avec un temps de séjour assez faible (30 minutes à 2 heures). Par conséquent, la qualité de l'effluent dépend de la capacité des micro-organismes à éliminer rapidement le substrat par biosorption des substances solubles et adsorption des particules en suspension (voir section II.3). Les boues séparées dans le décanteur sont reconduites vers le bassin de stabilisation, avant leur recyclage vers le bassin de contact. Le bassin de stabilisation est aéré suffisamment longtemps afin de permettre la métabolisation des matières ingérées dans les floes, préparant ainsi les bactéries pour un nouveau stockage rapide des composés biodégradables dans le bassin de contact. Ce mécanisme stockage/métabolisme convient pour des composés particuliers (hydrocarbures par exemple), son application dans un cadre plus général peut aboutir à une dégradation des performances d'épuration.

Globalement, les diverses variantes du PBA décrites ci-dessus, étaient capables d'assurer les objectifs fixés, jusqu'à la croissance de l'industrie chimique générant des concentrations élevées de produits différents des résidus domestiques. Les recherches étaient alors axées sur la dynamique des populations microbiennes comme facteur fondamental du rendement d'épuration. En 1958, après plusieurs essais, McKinney et al. ont réussi à mettre en œuvre des opérations plus stables en maintenant les micro-organismes dans des conditions relativement constantes dans un *réacteur complètement mélangé* [140]. L'homogénéité du milieu était assurée par un choix approprié de la forme du bassin, de la méthode d'alimentation en eau polluée, du dispositif mécanique de brassage ou de l'équipement d'aération.

La quantité d'oxygène dissous a depuis longtemps limité les capacités de purification. Quand l'air est utilisé comme source d'aération, la pression partielle relativement faible de l'oxygène, associée à la limitation du mélange toléré par les floes, pose une restriction assez sévère sur le transfert gaz-liquide. L'usage d'*oxygène pur* ou d'*air enrichi* permet de traiter des charges plus élevées, avec un temps de séjour faible du liquide et une production de boues plus importante [2]. Ce procédé compact convient pour des régions où l'espace est limité, en contre partie, le coût de l'aération doit être pris en considération.

Vers les années soixante, le système de remplissage et de vidange successifs attira de nouveau l'attention. Le *réacteur séquentiel* accomplissait quatre phases du cycle de traitement : le remplissage, la métabolisation, la sédimentation et le soutirage dans le même bassin servant consécutivement d'aérateur ou de décanteur. Parmi les avantages de ce procédé : l'affluent est clairement séparé de l'effluent impliquant une meilleure qualité des rejets évacués, les différents processus ont lieu dans le même bioréacteur et peuvent être contrôlés par des séquences temporisées plutôt que par des paramètres spatiaux. Mais sa complexité opérationnelle exige des stratégies de commande plus évoluées par rapport aux procédés continus [103].

Depuis les années 1980, les procédés à boues activées n'ont plus seulement l'ambition d'éliminer la DBO de l'eau usée mais aussi l'azote et le phosphore. La nitrification, la dénitrification et la déphosphatation biologique sont intégrées au traitement par boues activées. L'objectif de ces derniers développements vise l'épuration tertiaire nécessaire à une réelle amélioration de l'écosystème récepteur des eaux épurées [92, 93].

### III.1.3 Perspectives

Aujourd'hui, le procédé des boues activées s'est imposé dans le traitement secondaire comme l'un des principaux modes de dépollution, grâce notamment à l'efficacité régulière de ses activités d'épuration, ainsi que la diversité des conditions opérationnelles de son fonctionnement. Les efforts de recherches consacrés à ce type de traitement sont considérables. Une étude bibliographique assez riche est proposée dans les thèses [34, 103].

En dépit de ce grand intérêt pour le PBA, certains paramètres de fonctionnement ne sont pas encore totalement connus, de telle sorte que des procédures conservatrices et empiriques sont encore mises en œuvre. Un exemple typique d'étude théorique ayant comme objectif la conception d'une station de boues activées, est proposé dans [56]. Ce calcul fondé sur des critères "traditionnels" tels que la charge des boues (quantité de matières biodégradables par biomasse en un jour) ou l'âge des boues (le temps de séjour des cellules dans l'installation),

est développé à l'équilibre en introduisant des formulations empiriques, bien que les conditions d'équilibre ne soient jamais vérifiées dans la réalité.

Pour atténuer les perturbations dynamiques sans tenir compte des alternatives comme l'automatisation, la stratégie souvent adoptée consiste à sur-dimensionner l'unité d'épuration. Cependant, si cette solution paraît efficace au cours de son fonctionnement normal, des variations trop élevées des dynamiques de l'affluent (débits ou concentrations) peuvent considérablement limiter la capacité d'adaptation de l'unité de traitement. Le procédé peut soudainement devenir instable suite à un choc de charge intense ou un dysfonctionnement transitoire des opérations. Dans ce cas, en l'absence d'une instrumentation adéquate, stabiliser le système peut prendre un long moment, entraînant des conséquences désastreuses entre temps. Les questions du comportement dynamique du PBA et de sa conduite automatisée restent encore posées.

Une conception judicieuse d'une station d'épuration a pour objectif la mise en œuvre d'une conduite automatisée efficace, la réduction des coûts et l'optimisation des procédures opérationnelles. La réalisation des performances désirées repose, au préalable, sur la qualité de l'étude théorique envisagée et le détail du développement consacré aux différents aspects intervenant dans le fonctionnement de l'unité en question. La modélisation mathématique se présente alors, comme l'outil de référence pour l'étude des solutions possibles. Toutefois, en dépit du grand nombre de publications abordant les modèles des modules composant le procédé des boues activées, rares sont celles qui traitent les problèmes issus du couplage de ces compartiments.

## III.2 Modélisation du bassin d'aération

La modélisation est une partie inhérente à la conception d'une unité d'épuration. Le but de cette étude consiste à élaborer une structure assez générale d'un modèle de boues activées mettant en évidence les dynamiques des bassins d'aération et de sédimentation. Dans une première étape, nous aborderons la modélisation de chacun des bassins indépendamment du second. L'étape délicate concernera l'étude des aspects liés à la combinaison des deux modèles. Cette section est consacrée à la modélisation du bioréacteur aéré. Bien que ce point soit largement abordé dans la littérature, une étude spécifique à ce module est essentielle pour mettre en évidence les problématiques qui apparaîtront au cours de la phase de modélisation de l'unité globale du procédé des boues activées.

### III.2.1 Historique des principaux modèles du bassin d'aération

Parmi les deux modules formant le procédé des boues activées, le bassin d'aération est de loin celui qui a suscité le plus d'intérêt. Le développement du domaine de la biotechnologie dans un cadre plus général, a permis une meilleure maîtrise de la modélisation des processus biologiques mis en jeu au cours des mécanismes de dépollution. Ainsi, un très grand nombre de modèles ont été élaborés depuis les années cinquante. L'annexe (E) résume une étude bibliographique regroupant les principaux travaux développés pour la représentation mathématique du bassin d'aération.

Devant la multiplication des modèles et la diversité des études engagées, un groupe de chercheurs de l'IAWPRC (International Association for Water Pollution Research and Control)

a proposé en 1987 un modèle général largement reconnu dans le milieu du traitement biologique [92]. Ce travail a non seulement fourni un récapitulatif pertinent des aspects de la modélisation des procédés biologiques à cultures libres accomplissant l'oxydation, la nitrification et la dénitrification, mais il a aussi présenté une solution unanime à certains résultats controversés (voir annexe E).

Mais nous attirons l'attention sur un point délicat généralement peu abordé dans ce domaine du traitement biologique. Dold et Marrais [51] ont évalué le modèle IAWPRC en le comparant à leur modèle antérieur [50]. En dépit des différences substantielles (particulièrement les hypothèses sur le stockage du substrat et l'hydrolyse), ils ont remarqué que les changements proposés par le groupe IAWPRC n'ont pas affecté les principaux aspects du comportement de leur modèle. En d'autres termes, des formes différentes d'hypothèses sur le modèle n'aboutissent pas forcément à des réponses quantitatives suffisamment distinctes. Ceci est dû à un problème d'identifiabilité : il n'est pas possible de trouver une unique relation entre le modèle et le comportement observé. La complexité des modèles du procédé des boues activées et le nombre important des paramètres mis en jeu associés aux données ayant souvent des variations dynamiques insuffisantes, peut aboutir à une perte d'identifiabilité théorique et pratique.

Diverses méthodes permettant de tester l'identifiabilité des modèles sous forme d'état sont présentées dans l'ouvrage édité par Walter [199]. Des études de l'identifiabilité structurelle et l'identifiabilité pratiques de quatre modèles cinétiques du procédé des boues activées sont développées par Dochain et al. dans respectivement [49] et [193] en considérant le taux de consommation d'oxygène dissous comme mesure disponible. Une autre étude de l'identifiabilité structurelle du modèle IAWPRC à partir des mesures d'ammoniac, de nitrate et d'oxygène dissous est présentée dans la thèse de Julien [105].

Il est donc assez difficile d'identifier clairement les limites du modèle IAWPRC, considéré comme la référence. Nous pouvons toutefois constater les considérations inadéquates des effets des performances du décanteur sur le bassin d'aération. Un autre point pouvant être critiqué concerne la validité des fonctions biologiques décrivant les processus considérés : croissance, mortalité, ammonification et hydrolyse.

Nous présenterons la structure du modèle général d'un bioréacteur mais notre travail de modélisation sera donc plus axé sur le bassin de sédimentation et l'élaboration d'une structure générale regroupant les dynamiques des deux bassins.

### III.2.2 Modèle

L'objectif de cette partie est de présenter la structure générale décrivant le comportement dynamique d'un bioréacteur. Suite aux remarques mentionnées ci-dessus, nous ne fixerons pas d'hypothèses sur les réactions prises en compte. Une fois la structure générale élaborée, des modèles particuliers seront déduits suivant les objectifs envisagés et qui serviront comme application dans le chapitre suivant.

#### a) Description

Le bassin d'aération (FIG. III.2) est un réacteur biologique alimenté en continu en eau usée, caractérisée par des concentrations en polluants  $\xi_{in}$  et un débit  $Q_{in}$ . Une seconde alimentation du bassin, issue de la recirculation des boues à partir du décanteur est caractérisée

par des concentrations  $\xi_r$  et un débit  $Q_r$ . Les déchets polluants subissent alors des réactions de biodégradation par l'intermédiaire de bactéries en suspension dans le bassin, produisant de l'eau, un supplément de biomasse et du gaz carbonique. Les concentrations des composés dans le bioréacteur sont notées  $\xi_a$ .

Les facteurs favorables à un abattement efficace des substances biodégradables sont assurés grâce à un système de brassage pour garantir le mélange de la liqueur mixte, ainsi qu'à un dispositif d'aération pour maintenir l'aérobiose du milieu.

L'effluent de sortie du bioréacteur aéré, caractérisé par des concentrations en polluants  $\xi_{ad}$  (la relation entre  $\xi_a$  et  $\xi_{ad}$  est traitée dans la section III.4.3) et un débit  $Q_{ad}$ , est alors recirculé vers le décanteur afin de subir les mécanismes de séparation des phases solide et liquide.

Le schéma fonctionnel du compartiment bioréacteur du procédé des boues activées est illustré séparément par la figure (III.2).

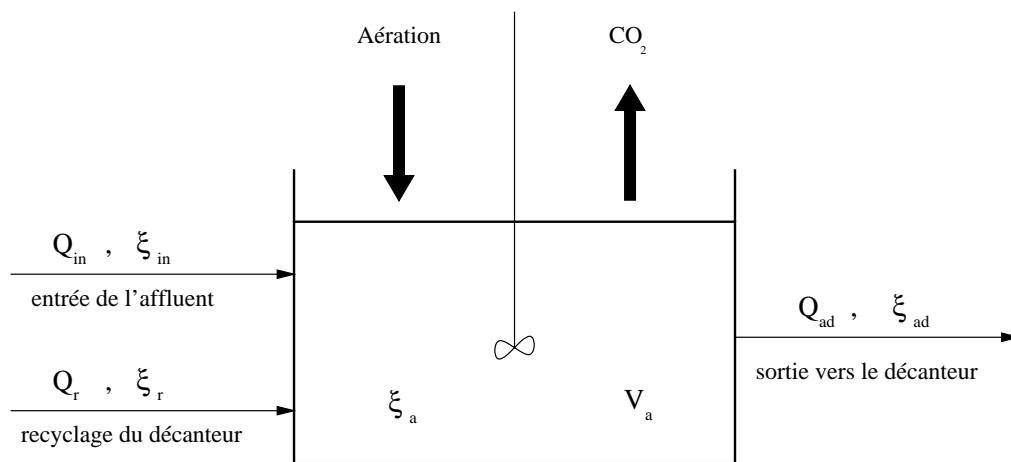


FIG. III.2 Schéma fonctionnel du bassin d'aération.

## b) Objectifs

Les objectifs envisagés dans cette partie sont :

- Décrire de façon générale les dynamiques mises en jeu dans un bassin d'aération.
- Développer une structure d'un modèle de bioréacteur qui sera ultérieurement couplé à la structure du modèle du décanteur dans la dernière étape de cette modélisation.

## c) Hypothèses

Le travail de modélisation envisagé pour la description dynamique du bassin d'aération, est basée sur les hypothèses suivantes :

- Mélange parfait dans le bassin d'aération (milieu homogène).
- Description générale des dynamiques sans spécifier les processus biochimiques mis en jeu.

### d) Notations

Avant de développer les équations dynamiques du modèle aérateur, nous introduisons d'abord quelques notations générales.

- On considère  $n$  composés ( $C_1, \dots, C_n$ ) mettant en jeu  $m$  réactions ( $R_1, \dots, R_m$ ),  $m < n$ .
- Les indices  $a$ ,  $in$ ,  $ad$  et  $r$  correspondent aux éléments liés respectivement au bioréacteur, à l'alimentation du bioréacteur ( $Q_{in}$ ), à la recirculation vers le décanteur ( $Q_{ad}$ ) et au recyclage vers l'aérateur ( $Q_r$ ).
- Les indices  $e$  et  $s$  correspondent respectivement aux flux gazeux par unité de volume à l'entrée ( $u_{i,e}$ ) et à la sortie ( $u_{i,s}$ ) pour un composé  $C_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ).
- $\xi_{i,a}$  représente la concentration du composé  $C_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) dans le bassin d'aération.
- $\xi_{i,l}$  représente la concentration du composé  $C_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) dans le débit  $Q_l$  ( $l \in \{in, ad, r\}$ ).
- $r_j$  correspond au taux de réaction du processus  $R_j$  ( $j = 1, \dots, m$ ).

### e) Équations

Le développement du modèle est abordé dans un contexte général qui permettra par la suite, de déduire une structure particulière spécifique aux objectifs fixés ainsi qu'aux hypothèses présumées.

Les dynamiques de variation de chaque composant dans le bioréacteur sont régies par deux phénomènes [11]. Le premier est un processus de conversion résultant des réactions chimiques, biologiques et biochimiques, exprimé en terme de cinétique de réaction (oxydation, nitrification, ...). Le second est un processus de transfert de masse dû aux échanges gazeux et liquides avec le milieu extérieur exprimé en terme de dynamique de transport (entrée et sortie des gaz et liquides, recirculation).

La composition du milieu liquide étant supposée homogène, les dynamiques des deux processus peuvent être exprimées par des équations différentielles ordinaires mettant en jeu les concentrations uniformes  $\xi_a$  des composés dans le bassin d'aération.

Ces problèmes sont largement détaillés dans le livre de Bastin et Dochain où une structure généralisée d'un modèle de bioréacteur est établie [11]. Cette étude est étendue pour un réseau de réacteurs biologiques dans la thèse [36]. Mais cette structure ne peut être appliquée pour une représentation plus poussée du couple aérateur/décanteur si on envisage par exemple, de tenir compte des mécanismes de sédimentation des floes dans le décanteur comme on le verra dans l'étape suivante. Une étude individuelle spécifique à chaque compartiment est alors nécessaire.

Afin d'unifier les notations avec la partie décanteur, on redéveloppe les équations du bioréacteur. Le bilan de masse appliqué au composé  $C_i$  aboutit à l'équation :

$$\frac{d}{dt}(\xi_{i,a} V_a) = \left( \sum_{j=1}^m k_{ij} \phi_{j,a}(\xi_{1,a}, \dots, \xi_{n,a}) \right) V_a + Q_{in} \xi_{i,in} + Q_r \xi_{i,r} - Q_{ad} \xi_{i,a} + (u_{i,e} - u_{i,s}) V_a \quad (\text{III.1})$$

$$i = 1, \dots, n$$

Le premier terme du membre de droite de l'équation (III.1) est lié aux cinétiques des réactions qui ont lieu dans le système. Le taux de conversion de chaque composant  $C_i$  impliqué dans une réaction  $R_j$  est proportionnel au taux de réaction  $\phi_{j,a}$  avec une constante stoechiométrique  $k_{ij}$  dont le signe dépend de la nature du composant dans la réaction :

$$\begin{cases} k_{ij} > 0 & \text{si le composant } C_i \text{ est produit dans la réaction } R_j \\ k_{ij} < 0 & \text{si le composant } C_i \text{ est réactif dans la réaction } R_j \\ k_{ij} = 0 & \text{si le composant } C_i \text{ ne participe pas à la réaction } R_j \end{cases}$$

Les coefficients de rendement de la réaction  $R_j$  peuvent être normalisés par rapport à un composé de référence  $C_p$  ( $k_{pj} = 1$  ou  $k_{pj} = -1$ ).

Le reste du membre de droite de l'équation (III.1) décrit les dynamiques de transport des composants à travers l'unité de traitement.

Le dernier terme concerne l'activité du transfert gazeux, alors que les autres termes sont liés aux phénomènes de transfert liquide entre l'aérateur et le décanteur (débits d'entrée et débits de recyclage).

La variation du volume liquide dans l'aérateur est donnée par l'équation du bilan volumétrique :

$$\frac{dV_a}{dt} = Q_{in} + Q_r - Q_{ad} \quad (\text{III.2})$$

À partir des équations (III.1) et (III.2), on peut aboutir à l'expression :

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_{i,a} &= \sum_{j=1}^m k_{ij} \phi_{j,a}(\xi_{1,a}, \dots, \xi_{n,a}) - (1 + q_r) D \xi_{i,a} + q_r D \xi_{i,r} + D \xi_{i,in} + u_i \\ i &= 1, \dots, n \end{aligned} \quad (\text{III.3})$$

$$\text{Avec } \begin{cases} D = \frac{Q_{in}}{V_a} \\ q_r = \frac{Q_r}{Q_{in}} \\ u_i = u_{i,e} - u_{i,s} \end{cases}$$

On peut alors réécrire les équations dynamiques du bassin d'aération sous la forme matricielle suivante :

$$\dot{\xi}_a = K \phi_a(\xi_a) - (1 + q_r) D \xi_a + q_r D \xi_r + D \xi_{in} + U \quad (\text{III.4})$$

$$\text{avec } \begin{cases} K = [k_{ij}] ; i = 1, \dots, n ; j = 1, \dots, m \\ \xi_a = [\xi_{1,a}, \dots, \xi_{n,a}]^T \\ \xi_r = [\xi_{1,r}, \dots, \xi_{n,r}]^T \\ \phi_a(\xi_a) = [\phi_{1,a}(\xi_a), \dots, \phi_{m,a}(\xi_a)]^T \\ U = [u_1, \dots, u_n]^T \end{cases}$$



Le terme  $K\phi_a(\xi_a)$  décrit les cinétiques des réactions, les autres termes représentent les dynamique de transport à travers l'unité de traitement. Le terme  $q_r D\xi_r$  décrit l'influence du comportement du décanteur sur les performances de l'aérateur. La structure (III.4) n'est pas suffisante pour décrire l'évolution des concentrations des composés dans le bassin d'aération. L'étape suivante traitera la modélisation du bassin de sédimentation.

### III.3 Modélisation du bassin de sédimentation

Cette section est consacrée aux problèmes de modélisation du décanteur secondaire. Étant donné la multitude et la diversité des mécanismes complexes qui entrent en jeu, cette étude n'a pas la prétention de représenter une structure globale d'un bassin de sédimentation. On tentera d'établir un modèle relativement simple mais tenant compte de certains processus fondamentaux du comportement dynamique de cette unité de séparation solide/liquide. Cette séparation de phases repose sur la force de gravité et la différence de densité entre les particules et le liquide.

Au cours du traitement secondaire dans le procédé des boues activées, la qualité de l'effluent est largement déterminée par le degré de séparation des solides de la phase liquide. Aussi, si la sédimentation des boues n'est pas satisfaisante, les performances d'une dégradation biologique des matières polluantes au niveau de l'aérateur, peuvent être considérablement altérés par un surplus de particules en suspension contenues dans les rejets. Même si un traitement tertiaire est envisageable, la qualité de séparation des phases dans le décanteur secondaire peut jouer un rôle important sur le plan économique en évitant des traitements supplémentaires qui peuvent être très coûteux. Les contraintes d'assainissement de plus en plus exigeantes impliquent donc une amélioration des performances de sédimentation.

#### III.3.1 Historique des principaux modèles du bassin de sédimentation

La caractérisation du module de décantation est moins développée comparé au bassin d'aération. Ceci est dû d'une part, à la diversité et la complexité des mécanismes qui entrent en jeu dans la séparation des phases liquide et solide; d'autre part, au manque de données suffisamment riches pour permettre une validation des connaissances acquises. L'annexe (F) présente un résumé des différentes procédures élaborées dans le but de modéliser le comportement statique et dynamique du décanteur.

#### III.3.2 Concepts fondamentaux

Nous tentons de présenter dans cette section quelques définitions majeures liées au mécanisme de sédimentation des composés dans le décanteur.

##### a) La théorie du flux des particules solides

Le principe de cette approche citée dans la section précédente, repose sur le fait que les particules solides dans le décanteur (de concentration  $X$ ) sont soumises principalement à deux actions différentes provoquant leur transport vers le fond du bassin.

Le premier mécanisme est dû au mouvement descendant du contenu total du décanteur et qui est proportionnel au débit de sortie noté  $Q$  (recyclage et vidange). La vitesse de transport ( $V_d$ ) dans un bassin de section constante ( $A$ ) est directement calculée à partir du débit ( $Q$ ).

Le flux massique ( $F_d$ ) peut alors être exprimé par l'équation suivante :

$$F_d = V_d X = \frac{Q}{A} X \quad (\text{III.5})$$

Le second phénomène influençant le mouvement vertical des particules en suspension est la gravité. Si on note  $V_s$  la vitesse de sédimentation, le flux massique ( $F_s$ ) est défini par l'expression ci-dessous :

$$F_s = V_s X \quad (\text{III.6})$$

Le problème délicat concerne la modélisation de la vitesse de sédimentation qui est fonction de la concentration des boues mais aussi d'autres facteurs (voir section précédente). Un grand nombre de tests de sédimentation en batch, sont souvent réalisés avec différentes concentrations initiales (FIG. III.3(a)), afin d'établir des courbes de vitesses de sédimentation en fonction des concentrations (FIG. III.3(b)). A partir de ce graphe, on peut déduire la courbe du flux des particules dû aux forces de gravité. Un exemple est illustré dans la figure (III.3(c)) où la courbe du flux massique représente le produit du graphe (III.3(b)) par la première bissectrice.

Le flux total des particules solides est alors déduit des deux équations (III.5) et (III.6) :

$$F_t = F_d + F_s = (V_d + V_s) X \quad (\text{III.7})$$

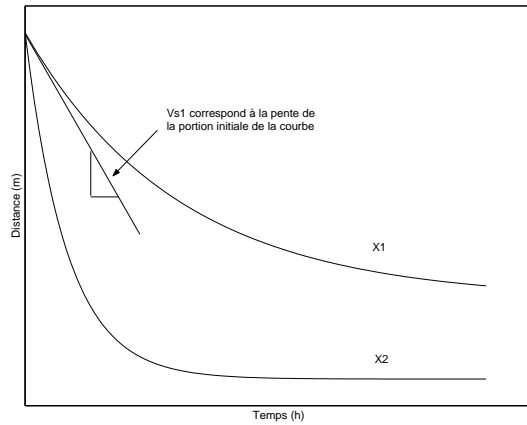
La courbe du flux massique total est évidemment obtenue par addition des deux courbes du flux de transport (droite de pente  $V_d$ ) et du flux de sédimentation (FIG. III.3(d)). Le flux limite  $F_l$  est la capacité maximum du flux massique dans la zone d'épaississement dans des conditions d'équilibre. Hassett [87] nota que le point minimum d'intersection de la courbe avec une droite horizontale fournissait la valeur de ce flux limite ( $F_l$ ). La concentration limite ( $X_l$ ) correspondante, représente la concentration des matières solides entre la couche de boue et le fond du bassin. La concentration  $X_d$  où le flux de transport est égal au flux total correspond à la concentration des composés solides dans le débit de recyclage. Cette approximation repose sur le fait que la sédimentation due à la gravité, est négligeable dans la partie inférieure du module de séparation.

D'autres alternatives de méthodes graphiques d'analyse sont résumées dans le rapport [130]. Une présentation assez brève mais bien claire de ces aspects, est reprise dans un des chapitres du livre Metcalf et Eddy [141].

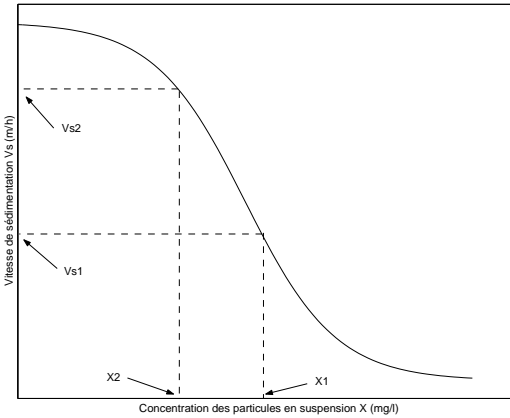
## b) Les Mécanismes de biofloculation

Une première conclusion inhérente à l'étude présentée dans cette partie du chapitre, est qu'en dépit des ces dernières décennies de recherches, la connaissance du comportement des particules biologiques solides est trop limitée pour espérer son application systématique dans les diverses approches de modélisation. L'effort consacré à l'étude des composés solubles, est relativement plus important, ce qui explique la progression assez timide des connaissances sur les dynamiques des particules en suspension.

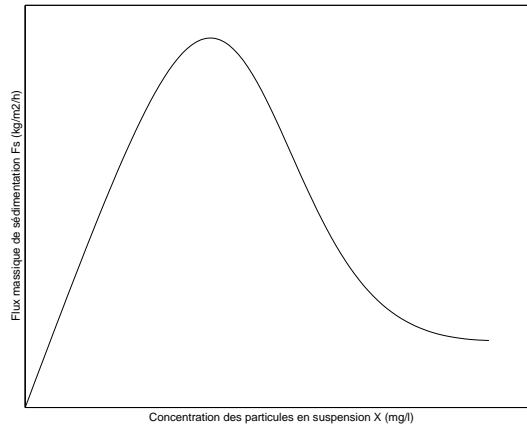
Un aspect majeur qui intervient dans le processus de sédimentation des floes solides dans le décanteur, est la biofloculation. Les publications les plus importantes traitant les mécanismes de floculation, datent des années 60 jusqu'à la fin des années 70. Une partie de cette bibliographie est citée dans la thèse de Chen [34]. Cette carence de résultats concrets est due au fait que ces investigations ont montré que le processus de biofloculation est encore plus complexe



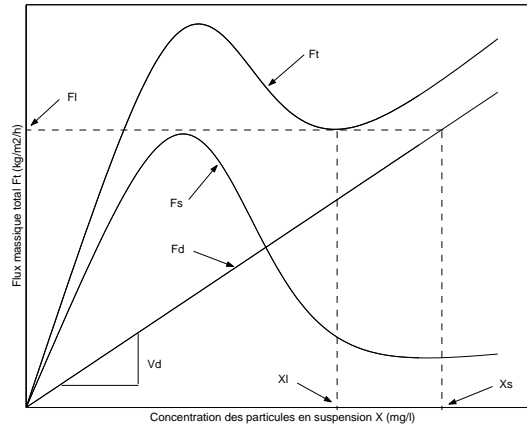
(a) Test des vitesses de sédimentation pour différentes concentrations.



(b) Courbe des vitesses de sédimentation.



(c) Flux massique de sédimentation.



(d) Flux massique total.

FIG. III.3 Analyse graphique par la théorie des flux des particules solides.

que la sédimentation des boues.

Pourtant le phénomène de séparation des boues n'est pas déterminé uniquement par les mécanismes physiques dans le bassin de sédimentation mais aussi (principalement) par les processus biologiques et chimiques dans le bioréacteur, dès lors la floculation a lieu dans la zone de sortie du bassin d'aération. Se pose alors un nouveau problème qu'on abordera après la modélisation du décanteur et qui concerne le couplage des modules d'aération et de séparation (voir section III.4).

Des efforts particuliers ont été consacrés à l'identification des variables pertinentes qui affectent la floculation, et de ce fait, les caractéristiques des floes. Les travaux étaient orientés vers diverses voies traitant le lien entre la biofloculation et les propriétés de la surface des floes, la teneur en polymères, la charge négative des boues, la rugosité de la surface des boues

ou la disponibilité des nutriments puisqu'ils affectent la composition des espèces bactériennes (filamenteuses ou floculantes) susceptibles d'aider ou d'inhiber la floculation [34]. Cependant, outre quelques résultats qualitatifs mentionnés, aucune relation fonctionnelle n'a été identifiée et des conclusions contradictoires sont souvent exposées [33].

### c) Les vitesses de sédimentation

En raison de la difficulté de décrire la vitesse de sédimentation des boues en fonction des propriétés des floes biologiques, une grande partie des recherches était consacrée à relier empiriquement ce paramètre aux variables opérationnelles. Parmi les fonctions les plus populaires, on peut citer la traditionnelle vitesse exponentielle ( $v_{s1}$ ) [188] et la fonction exposant ( $v_{s2}$ ) [206]:

$$v_{s1} = k_1 e^{-n_1 X} \quad (\text{III.8})$$

$$v_{s2} = k_2 X^{-n_2} \quad (\text{III.9})$$

où  $X$  est la concentration des matières en suspension. Théoriquement,  $k_1$  définit la vitesse de sédimentation pour  $X = 0$ . On a proposé une relation linéaire entre le facteur  $k_1$  et l'âge des boues, mais des résultats expérimentaux ont montré l'inadéquation de cette fonction [34].

D'autres modèles ont été affinés afin d'adapter la description théorique de la vitesse de sédimentation aux conditions opérationnelles. Quelques exemples de fonctions de vitesse sont résumés dans le tableau III.1.

Année	Modèle	Référence
1944	$k(1 - nX)^2 e^{-4.19X}$	[181]
1954	$k(1 - nX)^{4.65}$	[164]
1963	$k(1 - n_1X + n_2X^2 + n_3X^3 + n_4X^4)$	[172]
1966	$k \frac{(1-nX)^3}{X}$	[169]
1968	$kX(1 - X)$	[170]
1980	$k(1 - n_1X)^{n_2}$	[192]
1980	$k_1(1 - n_1X)^{n_2} + k_2$	[192]
1991	$\max(0, \min(v'_0, v_0(e^{-r_h(X-X_{min})} - e^{-r_p(X-X_{min})}))$	[185]
1993	$k \frac{(1-nX)^4}{X}$	[37]
1993	$k \frac{e^{-nX}}{X}$	[37]
1993	$k \frac{(1-n_1X)^4}{X} e^{-n_2X}$	[37]

TAB. III.1 Fonctions de vitesse de sédimentation proposées pour les boues activées.

Le problème délicat concerne la calibration des fonctions de vitesse aux caractéristiques de décantation des boues. De nombreux travaux ont donc été entrepris dans le but d'inclure à l'expression de la vitesse, l'index du volume de boues (SVI) qui fournit une estimation grossière des performances de sédimentation des boues (voir section II.5). Des exemples fondamentaux de ce type de modèles sont énumérés dans un deuxième tableau III.2.

Année	Modèle	Référence
1985	$7.8e^{-(0.148+0.0021SVI)X}$	[39]
1988	$(15.3 - 0.0615SVI)e^{-(0.426+0.00384SVI-0.0000543SVI^2)X}$	[198]
1992	$(17.4e-0.0113SVI + 3,931))e^{-(1.043-0.9834e^{-0.00581SVI)X}$	[101]

TAB. III.2 Vitesses de sédimentation en fonction du paramètre SVI.

Malheureusement, ces fonctions traditionnelles de la vitesse de sédimentation, ont montré leurs limites pour l'approximation du comportement dynamique dans la zone de compression du décanteur. Afin de compenser ce défaut, des fonctions empiriques de correction ont été développées, dépendant de la profondeur du bassin, du paramètre SVI et de la concentration des particules solides dans l'affluent [101] (voir TAB. III.2).

En outre, afin d'améliorer les prédictions des concentrations insolubles dans l'effluent, des modifications ont été apportées en distinguant les faibles fractions de solides (micro-flocs) des fractions plus élevées de particules (macro-flocs). En 1992, Otterpohl et Freund [156] présentèrent une extension de la fonction de vitesse proposée par Härtel et Pöpel [101] en fixant une vitesse constante pour les micro-flocs et en conservant la fonction de Härtel-Pöpel (voir TAB. III.2) pour chaque composé solide dans les macro-flocs.

Pour résumer, quoique diverses fonctions aient été testées pour décrire la décantation des boues dans le bassin de sédimentation, elles se heurtent toutes à un problème fondamental commun : l'absence d'une relation claire et précise entre les caractéristiques de sédimentation et les variables opérationnelles mises en jeu.

### III.3.3 Modèle

Cette partie concerne la modélisation du module de décantation. Nous mettons en évidence les difficultés qui apparaissent au niveau des dynamiques de séparation des phases solide et liquide. Notre apport en terme de modélisation concernera particulièrement la mise en évidence du comportement différent des substances solubles et solides dans la partie clarificateur et épaisseur du décanteur. Une zone intermédiaire représentera l'entrée de l'affluent provenant de l'aérateur, ce qui permettra de mettre en relief les effets hydrauliques et gravitationnels sur la séparation solide/liquide. Ce modèle servira pour mettre en évidence les problèmes de couplage avec le modèle du bioréacteur.

### a) Description

Les différents mécanismes qui entrent en jeu au cours du processus de sédimentation des floccs dans le décanteur secondaire, ne sont pas encore totalement maîtrisés et un grand nombre de phénomènes complexes demeurent inconnus.

Du point de vue de la modélisation, les composants des eaux traitées dans le séparateur solide/liquide sont décrits différemment des matières polluantes dans le réacteur biologique. Le modèle IAWQ par exemple, distingue 13 composants (6 insolubles, 6 solubles et l'alcalinité). La notion de structuration de la biomasse et des autres particules en suspension n'est plus valable dans le décanteur. En effet, les cellules bactériennes dans le bassin d'aération ont la propriété de se coller pour former des amas floconneux. Les dynamiques de sédimentation dans le décanteur affectent ces floccs formés des différentes matières en suspension. Le comportement des matières en suspension dans cette zone est par conséquent décrit généralement par une seule variable agrégée.

Certains modèles de décanteur vont même jusqu'à considérer une seule variable associant aussi toutes les substances dissoutes [103]. Notons que cette agrégation n'apporte toutefois aucune modification aux prédictions du modèle puisque les substances solubles, n'étant pas décantables, sont supposées soumises uniquement aux dynamiques de transfert de masse par l'intermédiaire des débits liquides. Contrairement au cas des matières solubles, les mécanismes de sédimentation affectant les biofloccs, dépendent de leur concentration et par conséquent, une description plus rigoureuse de leur comportement dynamique dans le bassin de sédimentation, repose sur un raisonnement en termes de boues sans distinction entre les différentes fractions insolubles.

Dans notre étude, on distinguera donc d'une part, les différentes substances solubles notées  $S_i$  ( $i = 1, \dots, n_s$ ), et d'autre part, la matière solide notée  $X$ . Ainsi, le bassin de sédimentation est alimenté en liqueur mixte (mélange d'eau épurée et de floccs bactériens) provenant du bassin d'aération et caractérisée par des concentrations de matières solubles notées par le vecteur  $S_{ad}$  et une concentration de floccs en suspension notée par le scalaire  $x_{ad}$ , avec un débit  $Q_{ad}$  (FIG. III.4). Les relations entre  $S_{ad}$ ,  $x_{ad}$  et les concentrations des composés dans le bassin d'aération sont développées dans la partie (III.4.3).

L'hypothèse d'un décanteur homogène est assez simplificatrice. On considère alors trois zones distinctes uniformes : le clarificateur et l'épaississeur composé des zones d'épaississement et de compression des boues (FIG. III.4).

Si les matières solubles sont principalement soumises aux effets de transport par les flux liquides, les floccs sont aussi affectés par les forces de gravité et les chocs hydrauliques. Par conséquent, selon sa position dans le décanteur, le flocc subit des mécanismes différents dans chacune des trois zones.

### b) Objectifs

Les objectifs envisagés pour ce travail de modélisation sont les suivants :

- Mettre en évidence les différentes phases qui spécifient le processus de séparation solide/liquide.

- Modéliser les mécanismes de sédimentation des floccs.
- Développer une structure d'un modèle de décanteur qui sera en dernière étape, couplé à la structure de l'aérateur en dernière étape.

### c) Hypothèses

Dans ce qui suit, l'élaboration du modèle du décanteur s'appuiera sur les hypothèses indiquées ci-dessous :

- Les réactions biochimiques dans le décanteur sont supposées trop faibles pour en tenir compte.
- Les phénomènes de dispersion horizontale et verticale sont négligeables.
- Les comportements indésirables comme le gonflement des boues sont considérés inexistants.
- Chacune des trois zones de clarification, d'épaississement et de compression des boues est supposée homogène.
- Les volumes des zones de clarification et de compression sont constants, alors que le volume de la région d'épaississement peut varier.

### d) Notations

On considérera les notations suivantes :

- Parmi les  $n$  composés ( $C_1, \dots, C_n$ ) mis en jeu dans l'unité globale, on considère  $n_s$  substances solubles ( $C_1, \dots, C_{n_s}$  ;  $n_s < n$ ).
- Les indices  $a$ ,  $out$ ,  $r$  et  $p$  correspondent aux éléments liés respectivement à l'alimentation provenant du bioréacteur ( $Q_{ad}$ ), à la sortie de l'effluent ( $Q_{out}$ ), au recyclage vers l'aérateur ( $Q_r$ ) et à la purge des boues ( $Q_p$ ).
- Les indices  $c$ ,  $e$ ,  $e1$  et  $e2$  correspondent aux éléments liés respectivement au clarificateur ( $Z_c$ ), à l'épaississeur ( $Z_e$ ), à la zone d'épaississement ( $Z_{e1}$ ) et à la zone de compression des boues ( $Z_{e2}$ ).
- $S_{i,l}$  représente la concentration du composé soluble  $C_i$  ( $i = 1, \dots, n_s$ ) dans la région  $Z_l$  ( $l \in \{c, e\}$ ).
- $X_l$  représente la concentration des floccs biologiques dans la région  $Z_l$  ( $l \in \{c, e1, e2\}$ ).
- $v_l$  est la vitesse de sédimentation des floccs dans la zone  $Z_l$  ( $l \in \{c, e1, e2\}$ ).
- $h_l$  est la hauteur de la zone  $Z_l$  ( $l \in \{c, e1, e2\}$ ).
- $V_l$  est le volume de la zone  $Z_l$  ( $l \in \{c, e, e1, e2\}$ ).
- $A_d$  est la surface du décanteur.
- $U_d$  décrit le flux massique des boues en suspension vers le clarificateur par unité de surface.

## e) Équations

La sédimentation des composés solides dans le décanteur engendre une accumulation des boues qui devient de plus en plus compacte dans la partie inférieure de cette unité. Cette variation de concentration conduit à distinguer deux compartiments différents : le clarificateur où la concentration des floes est assez faible et l'épaississeur où la concentration des boues est beaucoup plus élevée. La concentration des boues dans l'épaississeur étant hétérogène, celui-ci est divisé en deux régions distinctes : une zone d'épaississement qui représente la couche de boue formée par la sédimentation des particules solides et une zone de compression dans la partie inférieure du séparateur où sont stockées les boues (FIG. III.4).

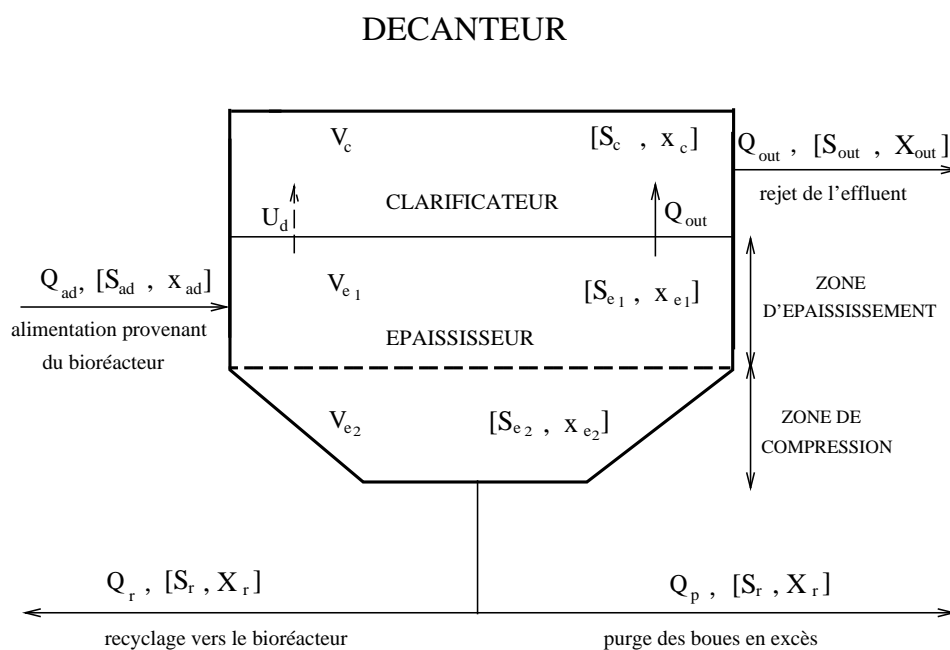


FIG. III.4 Schéma fonctionnel du bassin de sédimentation.

i) Zone de clarification ( $Z_c$ )

La zone de clarification constitue la partie supérieure du décanteur par laquelle l'effluent est rejeté de l'unité d'épuration. Le taux des particules en suspension est donc très faible. Le débit de la liqueur mixte provenant du bassin d'aération ( $Q_{ad}$ ) est recirculé vers le décanteur au niveau de l'épaississeur (FIG. III.4).

Les composés corpusculaires en suspension dans le clarificateur, sont issus des interactions au niveau de l'interface clarificateur/épaississeur (phénomènes hydrauliques, ...).

Les matières en suspension dans la zone de clarification sont aussi soumises aux processus de décantation.



Le bilan de masse appliqué au composant soluble  $C_i$  de concentration  $S_{i,c}$  aboutit à l'équation :

$$\frac{d}{dt}(S_{i,c}V_c) = Q_{out}S_{i,e1} - Q_{out}S_{i,c} ; \quad i = 1, \dots, n_s \quad (\text{III.10})$$

Les deux termes du membre de droite de l'équation (III.10), correspondent aux effets de transfert liés respectivement aux débits d'entrée et de sortie du clarificateur.

Les dynamiques des floes sont décrites par l'expression suivante :

$$\frac{d}{dt}(x_c V_c) = U_d A_d - Q_{out} x_c - \frac{v_c(x_c)}{h_c} x_c V_c \quad (\text{III.11})$$

Le premier terme du membre de droite de l'équation (III.11), décrit les effets de suspension des boues. Le second correspond au débit de sortie du clarificateur. Le dernier terme est lié aux mécanismes de décantation.

On reviendra plus en détails sur la modélisation du flux de suspension des boues ( $U_d$ ) dans la section f) ainsi que de la vitesse de sédimentation des floes dans la zone de clarification ( $v_c(x_c)$ ) dans la section g).

Le volume du clarificateur étant constant, à partir des deux équations précédentes on obtient les expressions suivantes :

$$\dot{S}_c = w_c q_{out} D (S_{e1} - S_c) \quad (\text{III.12})$$

$$\dot{x}_c = (U_d - v_c(x_c) x_c) \frac{1}{h_c} - w_c q_{out} D x_c \quad (\text{III.13})$$

### ii) Zone d'épaississement ( $Z_{e1}$ )

La zone d'épaississement est la couche intermédiaire entre le clarificateur qui est la partie supérieure du décanteur et où l'effluent clarifié est reconduit hors de l'unité de traitement, et la zone de compression qui constitue la partie la plus profonde du bassin.

Les matières provenant du bassin d'aération pénètrent dans le décanteur au niveau de la zone d'épaississement. Une partie de la fraction soluble est recirculée vers le clarificateur avant son rejet, tandis que l'autre partie est reconduite vers la partie inférieure du décanteur avant son recyclage vers l'aérateur.

Le transfert des boues entre les zones de clarification et d'épaississement est régi par les phénomènes de suspension et décantation. Les matières décantables dans la zone d'épaississement circulent sous l'effet de la gravité et des débits de recyclage et de purge.

Le bilan massique dans la zone d'épaississement, appliqué au composant  $C_i$  des matières solubles aboutit à l'équation ci-dessous :

$$\frac{d}{dt}(S_{i,e1} V_{e1}) = Q_{ad} S_{i,ad} - Q_{out} S_{i,e1} - \beta_d (Q_r + Q_p) S_{i,e1} ; \quad i = 1, \dots, n_s \quad (\text{III.14})$$

Le premier terme de la partie droite de l'équation (III.14), est lié à l'affluent provenant de l'aérateur alors que le second terme décrit le passage des substances solubles vers la zone de clarification.

Du fait de la différence de phase entre la zone d'épaississement plus ou moins liquide et la zone de compression beaucoup plus compact, le transfert des substances solubles entre les deux régions peut être limité. Le coefficient  $\beta_d$  ( $0 \leq \beta_d \leq 1$ ), décrit le pourcentage des composés solubles qui diffusent à travers la zone de compression. La valeur limite  $\beta_d = 0$ , signifie que la concentration des éléments dissous au niveau du débit de recyclage et de soutirage des boues sera négligeable (séparation solide/liquide parfaite).

Le bilan massique appliqué aux boues activées dans la zone d'épaississement aboutit aux équations suivantes :

$$\frac{d}{dt}(x_{e1}V_{e1}) = Q_{ad}x_{ad} + \frac{v_c(x_c)}{h_c}x_cV_c - U_dA_d - \frac{v_{e1}(x_{e1})}{h_{e1}}x_{e1}V_{e1} - (Q_r + Q_p)x_{e1} \quad (\text{III.15})$$

Le premier terme du membre de droite de l'équation (III.15), est lié à l'affluent provenant de l'aérateur. Le second décrit la contribution des particules provenant du clarificateur sous l'effet de sédimentation. Le terme suivant définit la suspension des boues vers la zone de clarification. Les deux derniers termes décrivent respectivement les effets de décantation et des débits de sortie de la zone d'épaississement.

Le choix de la vitesse de sédimentation dans la zone d'épaississement ( $v_e(x_{e1})$ ) est traité dans la dernière partie de cette section (voir g)).

Le volume total du décanteur est déduit des volumes des 3 zones clarification, épaississement et compression :

$$V_d = V_c + V_e = V_c + V_{e1} + V_{e2} \quad (\text{III.16})$$

Les volumes des zones de clarification ( $V_c$ ) et de compression ( $V_{e2}$ ) étant supposés constants, les variations du volume total du décanteur se retrouvent au niveau de la zone d'épaississement :

$$\frac{dV_d}{dt} = \frac{dV_e}{dt} = \frac{dV_{e1}}{dt} = Q_{ad} - Q_r - Q_p - Q_{out} \quad (\text{III.17})$$

Après simplification, on aboutit au système :

$$\dot{S}_{i,e1} = w_{e1}q_{ad}D(S_{ad} - S_{e1}) + w_{e1}(q_r + q_p)(1 - \beta_d)DS_{e1} \quad (\text{III.18})$$

$$\dot{x}_{e1} = w_{e1}D[q_{ad}x_{ad} - (q_{ad} - q_{out})x_{e1}] - (U_d + v_{e1}(x_{e1})x_{e1})\frac{1}{h_{e1}} + \frac{w_{e1}v_c(x_c)}{w_ch_c}x_c \quad (\text{III.19})$$

### iii) Zone de compression ( $Z_{e2}$ )

La région de compression constitue la partie inférieure du décanteur où sont stockées les boues puis compactées avant leur recyclage vers l'aérateur ainsi que leur purge vers d'autres unités de traitement des boues.

Les composés en suspension ou solubles proviennent de la zone d'épaississement sous les effets de la gravité et des débits de sortie. Les boues activées ne sont plus soumises aux effets de la gravité dans la zone de compression, étant donnée la densité très élevée de la matière solide.

Le bilan massique dans cette région, appliqué au composant dissout  $C_i$  donne l'équation dynamique ci-dessous :

$$\frac{d}{dt}(S_{i,e2}V_{e2}) = \beta_d(Q_r + Q_p)S_{i,e1} - (Q_r + Q_p)S_{i,e2} ; \quad i = 1, \dots, n_s \quad (\text{III.20})$$

Les deux termes du membre de droite de l'équation (III.20), correspondent aux effets de transfert liés respectivement aux débits d'entrée et de sortie de la zone de compression.

L'équation dynamique pour le mélange insoluble est la suivante :

$$\frac{d}{dt}(x_{e2}V_{e2}) = \frac{v_{e1}(x_{e1})}{h_{e1}}x_{e1}V_{e1} + (Q_r + Q_p)x_{e1} - \frac{v_{e2}(x_{e2})}{h_{e2}}x_{e2}V_{e2} - (Q_r + Q_p)x_{e2} \quad (\text{III.21})$$

Les deux premiers termes sont liés à l'apport des boues de la zone d'épaississement sous l'influence des forces de sédimentation et de transport. Les deux derniers termes sont spécifiques à la sortie des boues de la zone de compression engendrée par la décantation ainsi que les débits de recyclage et de soutirage des boues.

En général, la décantation des boues dans la zone de compression est négligeable suite à leur compactage (voir g)).

Le volume  $V_{e2}$  étant supposé constant, après simplification on aboutit au système :

$$\dot{S}_{e2} = w_{e2}(q_r + q_p)D(\beta_d S_{e1} - S_{e2}) \quad (\text{III.22})$$

$$\dot{x}_{e2} = \frac{w_{e2}v_{e1}(x_{e1})}{w_{e1}h_{e1}}x_{e1} - \frac{v_{e2}(x_{e2})}{h_{e2}}x_{e2} + w_{e2}(q_r + q_p)D(x_{e1} - x_{e2}) \quad (\text{III.23})$$

$$\text{Avec} \left\{ \begin{array}{l} S_{ad} = [S_{1,ad} \cdots S_{n_s,ad}]^T \\ S_c = [S_{1,c} \cdots S_{n_s,c}]^T \\ S_{e1} = [S_{1,e1} \cdots S_{n_s,e1}]^T \\ S_{e2} = [S_{1,e2} \cdots S_{n_s,e2}]^T \\ q_{ad} = \frac{Q_{ad}}{Q_{in}} \\ q_p = \frac{Q_p}{Q_{in}} \\ q_{out} = \frac{Q_{out}}{Q_{in}} \\ w_c = \frac{V_a}{V_c} \\ w_{e1} = \frac{V_a}{V_{e1}} \\ w_{e2} = \frac{V_a}{V_{e2}} \end{array} \right.$$

**Remarque :** Bien que les modèles divisés en plusieurs couches ont montré des résultats très satisfaisants, dans un souci d'éviter des notations trop lourdes pour le lecteur, nous considérons uniquement trois zones différentes qui sont déterminantes pour le comportement du décanteur. Une généralisation est directement déduite en divisant chaque zone en plusieurs couches homogènes, chacune régie par des équations dont le formalisme est identique aux équations de chaque zone en rajoutant des termes de passage entre les couches contiguës.

### f) Flux de suspension

On suppose que l'affluent provenant du bassin d'aération alimente le module de séparation solide/liquide au niveau de l'interface clarificateur-épaississeur [196, 34, 103]. L'effet des forces de gravité sur les floes solides dans cette zone, est présumé bien supérieur à l'effet du mouvement ascendant du débit liquide vers le clarificateur. De ce fait, la concentration solide dans le flux de transport liquide est considérée négligeable. Le transfert des amas de matières floculées vers la zone de clarification est donc principalement influencé par les conditions hydrauliques provoquées par le débit d'entrée, ainsi que les caractéristiques des boues.

Afin de calculer la concentration des particules en suspension dans l'effluent, Beck [12] introduisit dans son modèle statique, des termes empiriques tenant compte des interactions entre la clarificateur et l'épaississeur. L'influence du gonflement des boues était régi par la concentration des bactéries filamenteuses, tandis que l'effet de la montée des boues dépendait de la concentration des nitrates et de l'intensité des débits de recyclage et de vidange.

Chen [34] s'inspira des travaux de Beck [12] pour définir l'expression du flux massique des particules insolubles vers la zone de clarification. Les fonctions empiriques décrivant les comportements indésirables des boues tels que le gonflement et la défloculation (flocons en tête d'épingle) [56], dépendaient du niveau de la couche de boues ainsi que du rapport entre la biomasse filamenteuse et la biomasse floculante.

Cependant, ces tentatives de modélisation demeurent empiriques et aboutissent souvent à des expressions trop compliquées pour garantir leur validation. En outre, les facteurs impliqués dans le mécanisme de passage des boues vers le clarificateur, ne sont pas totalement identifiés pour assurer la précision relative des modèles proposés. Dans notre cas d'étude, les effets de gonflement sont négligeables. Le flux massique de suspension des boues est alors décrit par l'équation suivante :

$$U_d = U_{min} + f_d Q_{ad} x_{ad} \quad (\text{III.24})$$

Le flux de suspension minimal  $U_{min}$  peut être relié aux caractéristiques des boues au niveau de la frontière entre les zones de clarification et d'épaississement. Le dernier terme est lié aux chocs hydrauliques dus au débits d'entrée  $Q_{ad}$ . Le coefficient  $f_d$  représente une constante de proportionnalité des effets de la charge organique sur le flux de suspension des boues dans le bassin de sédimentation.

L'expression (III.24) constitue une forme empirique de Pflanz [159]. Mais la différence réside dans le fait que Pflanz a relié directement la concentration des solides dans le débit de sortie aux débits liquides dans le décanteur, ainsi qu'à la concentration de l'affluent, sans tenir compte des effets de transport et de sédimentation.

### g) Vitesses de sédimentation

L'analyse des diverses publications abordant les dynamiques de sédimentation dans le décanteur, permet de constater que chaque fonction de vitesse de sédimentation proposée dans la littérature, peut trouver une argumentation réaliste sur certains points, mais peut aussi en contre partie être confrontée à une critique concrète sur d'autres points [34]. Nous tentons donc de favoriser la simplicité en proposant des modèles usuels pour décrire les vitesses de sédimentation dans les trois zones du bassin.

La concentration des boues étant très faible dans le clarificateur, on peut considérer une décantation directe des particules, qui suit la loi de Stokes (pendant la phase du mouvement rectiligne uniforme, les différentes forces qui s'appliquent sur la particule, à savoir la pesanteur, la poussée d'Archimède et la force de traînée liée au frottement visqueux, sont en équilibre). Il est donc raisonnable d'envisager une vitesse de sédimentation constante dans cette zone. Par ailleurs, cette vitesse dépend de la densité et du diamètre des flocons biologiques. Ainsi, si on considère le fait qu'une certaine gamme de tailles de flocs peut passer vers la région de clarification, il est légitime de supposer que la distribution de la densité et de la taille des flocs, ne manifeste pas de variations significatives. Ce qui donne lieu à un argument supplémentaire pour admettre l'idée d'une vitesse constante :

$$v_c(x_c, t) = v_1 \quad (\text{III.25})$$

Malheureusement, le raisonnement sur la vitesse de sédimentation dans la zone d'épaississement est beaucoup plus délicat à développer (les raisons sont détaillées dans les parties précédentes). Le choix de modèle s'est porté sur la traditionnelle fonction exponentielle qui a prouvé sa précision dans de nombreuses études expérimentales [34, 103] et qui reste à la base des principaux développements proposés dans la littérature :

$$v_{e1}(x_{e1}, t) = v_0 e^{-k_e x_{e1}} \quad (\text{III.26})$$

où  $v_0$  (vitesse maximum) et  $k_e$  sont constants.

Suite à la compression et au stockage des boues dans la zone de compression, une couche dense a tendance à se former au fond du décanteur secondaire. Par conséquent, la sédimentation des particules due à la pesanteur est négligeable :

$$v_{e2}(x_{e2}, t) = 0 \quad (\text{III.27})$$

Nous avons élaboré un modèle de décanteur décrivant l'évolution dynamique des divers composés en tenant compte des principaux processus pouvant influencer leur comportement. D'un côté les substances dissoutes soumises uniquement au mouvement liquide; de l'autre, les composés solides floculés soumis aux débits liquides, aux effets de la pesanteur et aux interactions hydrauliques au niveau de l'interface clarificateur-épaisseur.

Malheureusement la concentration des boues au niveau de la zone d'épaississement (III.23) ne peut pas être directement exploitée dans le modèle du bassin d'aération (III.4). Le calcul des concentrations individuelles de chaque composé du floc est développé dans la section suivante.

### III.4 Modèle global : aérateur/décanteur

La modélisation des mécanismes majeurs de sédimentation qui ont lieu dans un décanteur considéré en tant qu'une unité singulière, est très importante pour de nombreuses applications (chimiques ou minières par exemple). Cependant, dans un domaine comme le traitement de l'eau, il est souvent plus utile de combiner le modèle du décanteur avec d'autres modèles de bioréacteurs dans le but d'obtenir une description plus précise, ainsi qu'une prédiction plus globale de l'ensemble du procédé d'épuration.

Dans les deux parties antérieures, nous avons abordé séparément les deux modèles des bassins d'aération (équation III.4) et de décantation (équations dans section III.3.3). Dans cette section, nous nous intéresserons aux aspects de couplage entre les deux compartiments (FIG. III.5). Le problème prédominant réside dans le fait que les principaux processus déterminant le comportement dynamique dans un bioréacteur sont de type chimique, exprimés en termes de "consommation de réactifs/émission de produits", ou de nature biologique, décrits sous forme de "dégradation de substrats/synthèse de biomasse".

En contrepartie, les mécanismes régissant les dynamiques dans un décanteur sont beaucoup plus complexes ; une majorité reste encore incertaine. Bien que les mécanismes de nature biologique (dénitrification) soient susceptibles d'avoir lieu dans un décanteur en cas d'un temps de séjour des boues assez long, les phénomènes sont principalement de type physique (effets de la pesanteur) et donc bien différents des dynamiques mis en jeu dans le bioréacteur. Ceci engendre des variables de nature différente : concentrations individuelles des composés en suspension dans le bioréacteur, pouvant être exprimées en DCO (voir section II.5.2), une concentration unique représentant la concentration des floccs dans le décanteur exprimée en quantité de matières solides totales (MST, ... voir section II.5.4).

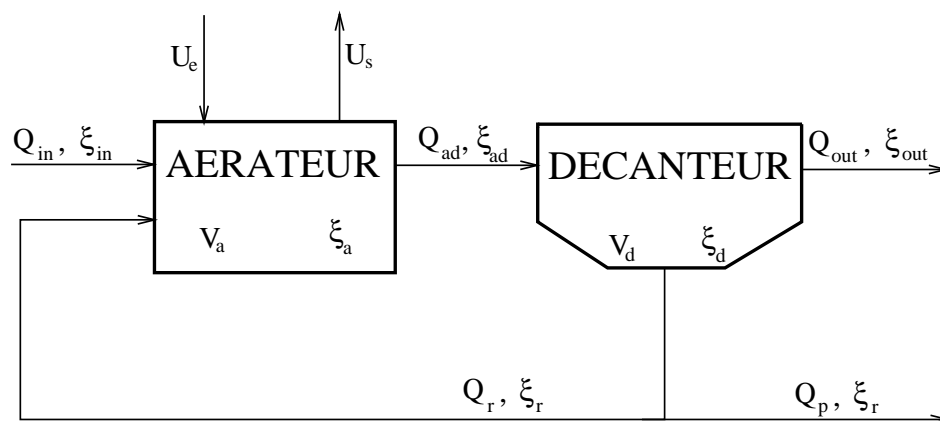


FIG. III.5 Schéma fonctionnel du couple aérateur-décanteur.

#### III.4.1 Historique

En général, les recherches sont consacrées soit à l'aérateur, soit au décanteur, les interactions entre les deux étant rarement développées, relativement au nombre de publications traitant de la modélisation de chaque compartiment à part. Parmi les références qui ont abordé ce problème d'une manière plus ou moins détaillée, citons [30, 156, 103]

Otterpohl et Freund [156] présentèrent des simulations de leur modèle de décanteur associé au modèle du bassin d'aération IAWPRC [92]. Tout en gardant les mêmes variables d'état du bioréacteur, ils apportèrent leur contribution à la modélisation du bassin de sédimentation en s'appuyant sur deux points.

Dans la première phase, se basant sur la distribution des diamètres des particules en suspension, estimée par Billmeir, chaque composé solide était divisé en deux classes distinctes : une fraction de faible concentration et une autre de concentration plus élevée.

D'autre part, s'inspirant de la fonction de vitesse proposée par Härtel et Pöpel [101], une structure de vitesse spécifique à chacune des deux fractions était proposée afin d'améliorer les prédictions des résultats de sédimentation.

Nous pouvons toutefois, émettre deux remarques pour les points cités ci-dessus.

Le pourcentage de la classe de faible concentration étant décrit par une fonction empirique exponentielle, dépendant uniquement de la concentration totale des matières en suspension dans l'aérateur, est par conséquent, supposé identique pour l'ensemble des composés solides. Or on peut penser qu'en réalité, le comportement de division de chaque substance floculée dépend de sa propre concentration. Par exemple, les particules individuelles ont tendance à être adsorbées par les macro-flocs si la concentration de ces derniers est plus importante, réduisant ainsi la fraction des micro-flocs.

Le second commentaire concerne la vitesse de sédimentation. Si celle des micro-flocs est présumée constante, la vitesse de sédimentation de chaque composé de la seconde classe est spécifique à celui-ci et dépend de sa concentration. Pourtant, il est raisonnable de penser que les vitesses de sédimentation des composés solides soient naturellement identiques, ceux-ci étant agrégés sous forme d'amas floconneux.

### III.4.2 Classes des composés solides

Avant de détailler la procédure de couplage entre les deux modules du procédé des boues activées, il est important de distinguer trois types de composés solides :

- Les composés organiques ou organismes vivants pouvant être exprimés en demande en oxygène (mg DCO/l).
- Les composés azotés exprimés en poids d'azote (mg N/l).
- Les composés phosphorés exprimés en poids de phosphore (mg P/l).

L'abattement biologique du phosphore n'est pas totalement maîtrisé et les modèles développés dans ce cadre sont récents et très complexes [93] et leur validation encore insatisfaisante. Ce problème ne constitue pas un objectif de notre modélisation, et par conséquent, les matières phosphorées ne seront pas prises en considération.

Bien qu'elle soit de nature solide, la forme organique azotée n'est pas incluse dans les matières volatiles en suspension MVS (voir section II.5.4). Ceci afin d'éviter un problème de redondance, car d'un point de vue quantitatif, les estimations en poids d'azote sont déjà incluses dans les mesures des substances solides exprimées en demande d'oxygène.

En développant le modèle IAWPRC N° 1, le groupe de chercheurs concernés a souligné ce point dans son rapport de recherche [92]. La concentration des matières volatiles solides

(exprimée en DCO) était déduite, par la somme des concentrations des composés organiques faiblement biodégradables et supposés insolubles ( $X_S$ ), de la biomasse hétérotrophe ( $X_{B,H}$ ), de la biomasse autotrophe ( $X_{B,A}$ ), de la matière inerte non-biodégradable ( $X_I$ ) et des produits solides de mortalité ( $X_P$ ). La fraction d'azote organique insoluble ( $X_{ND}$ ) n'était pas prise en compte dans ce total. Les différents composés sont définis dans le chapitre précédent.

Dans leur modèle N° 2 [93], le groupe IAWQ aborde de nouveau cette question avec plus de détails. Ils définissent un ensemble de facteurs de conversion entre l'unité de demande en oxygène (g DCO) et les unités des poids d'azote (g N) et de phosphate (g P). Quelques valeurs typiques fondamentales sont reprises dans le tableau (III.3).

La concentration solide d'azote organique n'étant pas incluse dans le calcul de la concentration des boues dans le décanteur, on se retrouve face à une transformation non inversible. En effet, si on peut déduire la concentration des floccs dans le bassin de sédimentation à partir des concentrations des solides en suspension (exprimé en DCO) dans le bassin d'aération, on ne peut malheureusement pas recalculer les concentrations des solides azotés à la sortie du décanteur. Afin de retrouver des concentrations acceptables de ces matières dans le débit de recyclage, on peut supposer différentes possibilités.

Une hypothèse raisonnable est de considérer la concentration d'azote insoluble proportionnelle à la DCO totale ou à la biomasse dans les deux bassins. On peut ainsi lier la quantité d'azote organique dans le débit de recyclage à sa concentration dans le bioréacteur par l'intermédiaire de la DCO totale ou de la biomasse estimées dans les deux bassins [103].

Un autre moyen de calcul consiste à considérer l'état d'équilibre dans le bioréacteur en remplaçant les concentrations des matières en suspension dans l'équation dynamique de l'azote dans le bassin d'aération, par leurs équivalents à la sortie du décanteur en maintenant les valeurs des paramètres du bioréacteur. On aboutit alors à des relations algébriques entre la concentration inconnue de l'azote et les concentrations des autres matières solides à la sortie du décanteur [103].

Ces méthodes empiriques ont l'inconvénient d'accumuler les erreurs de précision provenant des divers aspects. Dans notre cas, on développera les calculs pour estimer les fractions solides (exprimées en DCO) contenues dans les boues recyclées. On déduira alors directement la concentration d'azote organique dans le débit de recyclage à partir des autres fractions solides, en utilisant les facteurs empiriques de conversion d'unité comme le montre le tableau (III.3).



Type de conversion	Valeur	Unité
taux d'azote dans les particules non biodégradables	0.03	g N/g DCO
taux d'azote dans les particules faiblement biodégradables	0.04	g N/g DCO
taux d'azote dans la biomasse	0.07	g N/g DCO
taux de phosphate dans les particules non biodégradables	0.01	g P/g DCO
taux de phosphate dans les particules faiblement biodégradables	0.01	g P/g DCO
taux de phosphate dans la biomasse	0.02	g P/g DCO
taux du poids sec dans les particules non biodégradables	0.75	g SS/ g DCO
taux du poids sec dans les particules faiblement biodégradables	0.75	g SS/g DCO
taux du poids sec dans la biomasse	0.90	g SS/g DCO

TAB. III.3 Définition des valeurs typiques de facteurs de conversion d'unités.

### III.4.3 De l'aérateur vers le décanteur

Nous tentons de représenter l'influence de la floculation des matières organiques en suspension dans le bassin d'aération sur l'entrée du décanteur.

#### a) Description

Comme il a été mentionné précédemment, le modèle de l'aérateur (III.4) discerne la totalité des éléments qui inter-réagissent. Ce qui n'est plus le cas dans le modèle du décanteur (équations dans section III.3.3) où l'on distingue uniquement les matières solubles et un seul composé solide, les particules en suspension étant agglomérées en amas de floes.

Se pose alors le problème délicat des relations de transformation entre la variable composée dans le décanteur et ses équivalents biologiques dans le bassin d'aération.

#### b) Notations

on introduit les notations suivantes :

- Parmi les  $n$  composés ( $C_1, \dots, C_n$ ) mis en jeu dans l'unité globale, on considère  $n_x$  composés solides carbonés exprimés en g DCO/l ( $C_{n_s+1}, \dots, C_{n_s+n_x}$ ) et un composé solide azoté exprimé en g N/l ( $C_{n_s+n_x+1}$  ;  $n_s + n_x + 1 = n$ )
- $S_{i,a}$  représente la concentration du composé soluble  $C_i$  ( $i = 1, \dots, n_s$ ) à la sortie du bassin d'aération.

- $X_{i,a}$  représente la concentration du composé solide carboné  $C_{n_s+i}$  ( $i = 1, \dots, n_x$ ) à la sortie du bassin d'aération.
- $X_{n_x+1,a}$  représente la concentration du composé solide azoté  $C_{n_s+n_x+1}$  à la sortie du bassin d'aération.
- $p_{i,SS}$  représente le coefficient de transformation de mg DCO/l vers mg SS/l pour le composé solide  $C_{n_s+i}$  ( $i = 1, \dots, n_x$ ).
- $\alpha_{i,ad}$  représente la fraction du composé solide  $C_{n_s+i}$  ( $i = 1, \dots, n_C$ ) dans le mélange floculé à la sortie du bioréacteur.

### c) Équations

Les concentrations solubles et insolubles au niveau du bioréacteur (voir les équations (III.4) du compartiment aérateur) sont exprimées sous la forme vectorielle suivante :

$$\xi_a = \begin{pmatrix} S_a \\ X_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_a \\ X_{C,a} \\ X_{N,a} \end{pmatrix} \quad (\text{III.28})$$

$$\text{Avec } \begin{cases} S_a = [S_{1,a}, \dots, S_{n_s,a}]^T & (\text{substances solubles}) \\ X_a = [X_{1,a}, \dots, X_{n_x,a}, X_{n_x+1,a}]^T & (\text{matières solides totales}) \\ X_{C,a} = [X_{1,a}, \dots, X_{n_x,a}]^T & (\text{composés solides carbonés}) \\ X_{N,a} = X_{n_x+1,a} & (\text{composé solide azoté}) \end{cases}$$

Les concentrations chimiques et biologiques solubles étant supposées homogènes, les sorties sont identiques aux concentrations dans le bioréacteur :

$$S_{ad} = S_a \quad (\text{III.29})$$

Le cas des composés non dissous est différent à cause du phénomène de floculation qui implique un regroupement des particules sous formes d'amas floconneux. Les aspects des métabolismes biologiques et des oxydations chimiques dans le bioréacteurs sont souvent exprimés en terme de DCO. En revanche, les mécanismes de décantation des particules solides dans le décanteur, sont plutôt exprimés en terme de poids de la matière sèche. Pour déduire la concentration des flocs à partir des concentrations individuelles des composés dans le bassin d'aération, il faut d'abord effectuer une procédure de conversion des unités.

Dans une première phase, les matières en suspension dans le bassin d'aération  $X_{i,a}$  ( $i = 1, \dots, n_x$ ) éventuellement estimées en unité de demande en oxygène (mg DCO/l), sont converties en unité de poids des matières en suspension (mg SS/l) (voir la section II.5 pour plus de détails sur les unités de mesure). Les coefficients de conversion  $p_{i,SS}$  ( $i = 1, \dots, n_x$ ) liés à chaque élément insoluble  $X_{i,a}$ , sont identifiés à partir d'un grand nombre de jeux de données provenant de différentes stations d'épuration, des valeurs typiques sont suggérées pour le modèle IAWQ N°2 [93]. La concentration des flocs est déduite par la superposition des différentes

concentrations non dissoutes :

$$x_{ad} = \sum_{i=1}^{n_x} p_{i,SS} X_{i,a} = p_{SS}^T X_{C,a} \quad (\text{III.30})$$

où  $p_{SS} = [p_{1,SS}, \dots, p_{n_x,SS}]^T$

On peut alors calculer les pourcentages des matières en suspension qui composent les floccs dans le débit issu du bassin d'aération et qui alimente le décanteur secondaire :

$$\alpha_{i,ad} = \frac{p_{i,SS} X_{i,a}}{x_{ad}} \quad (\text{III.31})$$

Les entrées du décanteur étant connu, il reste à déterminer les sorties au niveau du clarificateur et de l'épaississeur.

### III.4.4 Du décanteur vers l'aérateur

Notre objectif est de trouver un moyen de calculer les fractions solides à partir de la concentration des boues à la sortie du bassin de décantation en se passant de certaines considérations empiriques. À défaut de fixer des taux de fractions statiques nous développons les équations dynamiques décrivant le comportement de ces fractions insolubles dans chaque zone du décanteur, en s'inspirant des équations dynamiques des concentrations des solides flocculés.

#### a) Description

La deuxième étape de transformation pour retrouver les concentrations des diverses fractions solides qui composent les boues provenant du décanteur, est beaucoup plus difficile à mettre en œuvre. Il faut distinguer deux cas : les matières solides azotées ou phosphorées et le reste des particules en suspension.

Comment retrouver les différentes fractions de la DCO en suspension qui composent le mélange des boues accumulées dans le bassin de sédimentation ?

Une solution consiste à les déduire empiriquement à partir de nombreux jeux de données. Il est clair que cette méthode est limitée par sa précision insatisfaisante par rapport à la modélisation assez complexe des dynamiques de sédimentation des floccs dans le décanteur.

Une autre idée est basée sur l'étude des dynamiques de sédimentation de chaque composé solide sans prendre en compte le phénomène de floculation. L'inconvénient majeur réside dans le fait que la description des mécanismes de décantation sans tenir compte de l'agglomération des particules en suspension, engendre une perte de précision qui peut être assez importante. Ainsi par exemple, la vitesse de sédimentation de chaque composant insoluble correspond à la vitesse de décantation du flocc dans lequel il est absorbé, et dépend par conséquent des concentrations de boues dans le décanteur.

Un moyen plus rigoureux pour calculer les différentes fractions solides à la sortie de l'épaississeur, consiste à étudier individuellement les variations de ces taux, en tenant compte de l'évolution dynamique des boues dans le bassin de sédimentation. En effet, les fractions des matières solides dans les floccs sont soumises aux mêmes mécanismes de sédimentation (débits liquides, forces de gravité, effets de suspension).

## b) Notations

Le choix des notations est le suivant :

- $\alpha_{i,l}$  représente la fraction du composé solide  $C_{n_s+i}$  ( $i = 1, \dots, n_x$ ) qui compose le floc dans la zone  $Z_l$  ( $l \in \{c, e1, e2\}$ ).
- $p_{i,N}$  représente le coefficient de transformation de mg DCO/l vers mg N/l pour le composé solide  $C_{n_s+i}$  ( $i = 1, \dots, n_x$ ).
- $X_{i,r}$  représente la concentration du composé solide  $C_{n_s+i}$  ( $i = 1, \dots, n_x$ ) dans le débit de recyclage.

## c) Équations

### i) Zone de clarification ( $Z_c$ )

En se basant sur le même raisonnement qui a permis de décrire la dynamique du mélange des particules en suspension dans la zone de clarification, on peut déduire les équations individuelles de chaque composant solide dans ce mélange sachant que la vitesse de sédimentation demeure inchangée :

$$\frac{d}{dt}(\alpha_{i,c}x_cV_c) = U_{i,d}A_d - Q_{out}\alpha_{i,c}x_c - \frac{v_c(x_c)}{h_c}\alpha_{i,c}x_cV_c ; i = 1, \dots, n_x \quad (\text{III.32})$$

Les deux derniers termes désignent la perte de matière due respectivement, à la sortie de l'effluent et à la décantation vers l'épaisseur.

Le premier terme est lié à la suspension des boues. En s'appuyant sur l'expression du flux total de suspension (III.24), on peut déduire la fraction du flux massique du composé solide  $C_{n_s+i}$  :

$$U_{i,d} = \alpha_{i,e1}U_{min} + f_dQ_{ad}\alpha_{i,ad}x_{ad} ; i = 1, \dots, n_x \quad (\text{III.33})$$

Le flux de suspension minimal  $U_{min}$  étant lié aux caractéristiques des boues au niveau de l'interface avec la zone d'épaississement, il est raisonnable de supposer que la fraction minimale du flux pour chaque composé dépend de son pourcentage dans la zone d'épaississement ( $\alpha_{i,e1}$ ). Tenir compte de la fraction individuelle  $\alpha_{i,ad}$  dans l'affluent provenant du bioréacteur pour décrire le terme lié aux chocs hydrauliques dus à la charge organique, paraît plus évident.

On note en particulier, que la propriété de conservation de masse est vérifiée :

$$\sum_{i=1}^{n_x} U_{i,d} = U_d \quad (\text{III.34})$$

À partir de (III.11) on peut déduire les variations des fractions solides dans la zone de clarification :

$$\dot{\alpha}_c = \frac{1}{x_c} \left( f_d A_d w_c q_{ad} D x_{ad} (\alpha_{ad} - \alpha_c) + \frac{U_{min}}{h_c} (\alpha_{e1} - \alpha_c) \right) \quad (\text{III.35})$$

ii) Zone d'épaississement ( $Z_{e1}$ )

Par le même raisonnement que ci-dessus, on montre que les variations des fractions de chaque particule dans la zone d'épaississement sont décrites par les équations :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\alpha_{i,e1}x_{e1}V_{e1}) &= Q_{ad}\alpha_{i,ad}x_{ad} + \frac{v_c(x_c)}{h_c}\alpha_{i,c}x_cV_c - U_{i,d}A_d - \frac{v_{e1}(x_{e1})}{h_{e1}}\alpha_{i,e1}x_{e1}V_{e1} \\ &- (Q_r + Q_p)\alpha_{i,e1}x_{e1} \quad ; \quad i = 1, \dots, n_x \end{aligned} \quad (\text{III.36})$$

En utilisant l'équation (III.15), on peut simplifier (III.36) :

$$\dot{\alpha}_{e1} = \frac{w_{e1}}{x_{e1}} \left( q_{ad}Dx_{ad}(1 - f_dA_d)(\alpha_{ad} - \alpha_{e1}) + \frac{v_c(x_c)x_c}{w_ch_c}(\alpha_c - \alpha_{e1}) \right) \quad (\text{III.37})$$

iii) Zone de compression ( $Z_{e2}$ )

Les dynamiques de sédimentation de chaque composé accumulé dans les floes au niveau de la zone de compression sont réécrites à partir de (III.21) :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\alpha_{i,e2}x_{e2}V_{e2}) &= \frac{v_{e1}(x_{e1})}{h_{e1}}\alpha_{i,e1}x_{e1}V_{e1} - \frac{v_{e2}(x_{e2})}{h_{e2}}\alpha_{i,e2}x_{e2}V_{e2} + (Q_r + Q_p)(\alpha_{i,e1}x_{e1} - \alpha_{i,e2}x_{e2}) \\ &i = 1, \dots, n_x \end{aligned} \quad (\text{III.38})$$

De l'équation (III.21), on peut reformuler (III.38) sous la forme suivante :

$$\dot{\alpha}_{e2} = \frac{x_{e1}}{x_{e2}}w_{e2} \left( (q_r + q_p)D + \frac{v_{e1}(x_{e1})}{w_{e1}h_{e1}} \right) (\alpha_{e1} - \alpha_{e2}) \quad (\text{III.39})$$

$$\text{Avec } \left\{ \begin{array}{l} \alpha_{ad} = [\alpha_{1,ad}, \dots, \alpha_{n_x,ad}]^T \\ \alpha_c = [\alpha_{1,c}, \dots, \alpha_{n_x,c}]^T \\ \alpha_{e1} = [\alpha_{1,e1}, \dots, \alpha_{n_x,e1}]^T \\ \alpha_{e2} = [\alpha_{1,e2}, \dots, \alpha_{n_x,e2}]^T \end{array} \right.$$

Les fractions des composés solides dans chaque zone étant disponibles, nous pouvons calculer dans ce qui suit, les concentrations des matières en suspension au niveau des rejets et des débits de recyclage et de purge.

## d) Concentrations recyclées

Après le développement détaillé de la totalité des équations dynamiques dans le décanteur, les diverses concentrations des matières recirculées vers le bassin d'aération sont facilement calculées.

La concentration des substances solubles correspond à celle des composés solubles dans la zone d'épaississement :

$$S_{i,r} = S_{i,e2} \quad ; \quad i = 1, \dots, n_s \quad (\text{III.40})$$

Les concentrations individuelles des composés solides sont calculées à partir des valeurs des fractions solides, ainsi que de la concentration totale des boues dans la zone d'épaississement :

$$X_{i,r} = \frac{\alpha_{i,e2}}{p_{i,SS}} x_{e2} \quad ; \quad i = 1, \dots, n_x \quad (\text{III.41})$$

Les coefficients  $p_{i,SS}$  ( $i = 1, \dots, n_x$ ) déjà introduits dans la section c), sont des facteurs de conversion de l'unité de demande en oxygène (mg DCO/l) vers l'unité des matières en suspension (mg SS/l). On peut alors réécrire les équations (III.41) sous la forme vectorielle suivante :

$$X_{C,r} = \Delta^{-1}(p_{SS}) \alpha_{e2} x_{e2} \quad (\text{III.42})$$

**Remarque :** L'opérateur  $\Delta(\cdot)$  est défini de la façon suivante : si  $v$  est un vecteur d'ordre  $n_v$  alors  $\Delta(v)$  est une matrice diagonale de dimension  $n_v$  dont les éléments diagonaux sont les composants de  $v$ .

$$v = \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_{n_v} \end{pmatrix} \Rightarrow \Delta(v) = \begin{pmatrix} v_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & v_{n_v} \end{pmatrix} \Rightarrow \Delta^{-1}(v) = \begin{pmatrix} \frac{1}{v_1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \frac{1}{v_{n_v}} \end{pmatrix}$$

Si on veut prendre en considération l'azote organique (composé  $C_n$  avec  $n = n_s + n_x + 1$ ) à la sortie du décanteur, on pourra déduire sa concentration directement à partir des autres fractions solides dans le flux liquide recyclé, grâce aux coefficients de transformation  $p_{i,N}$ . Ces facteurs de conversion d'unité, sont identifiés à partir d'un grand nombre de jeux de données provenant de diverses stations d'épuration [93]. La concentration de l'azote organique insoluble dans le débit de sortie du décanteur est déduite de la relation suivante :

$$X_{N,r} = \sum_{i=1}^{n_x} p_{i,N} X_{i,r} = p_N^T X_{C,r} \quad (\text{III.43})$$

où  $p_N = [p_{1,N}, \dots, p_{n_x,N}]^T$

On note que, bien que la relation (III.43) soit semi-empirique, ceci ne devrait pas affecter la précision du modèle global d'une manière considérable, car la concentration en question est assez faible et affecte légèrement le comportement dynamique du procédé des boues activées. Notre approche favorise une procédure de modélisation plus rigoureuse au niveau des dynamiques des autres concentrations solides dans le décanteur. En effet, ces variables ont une influence considérable sur les délais et les variations de la concentration totale des solides en suspension.

Le vecteur des concentrations totales dans le flux recirculé vers l'entrée du bassin d'aération peut être défini par l'expression suivante :

$$\xi_r = \begin{pmatrix} S_r \\ X_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_r \\ X_{C,r} \\ X_{N,r} \end{pmatrix} \quad (\text{III.44})$$

### e) Concentrations rejetées

Suivant le même raisonnement que dans la partie précédente, les diverses concentrations dans le l'effluent épuré sont facilement déduites.

La concentration des substances solubles correspond à celle des composés solubles dans le clarificateur :

$$S_{i,out} = S_{i,c} ; i = 1, \dots, n_s \quad (\text{III.45})$$

La concentration totale des matières solides dans le flux de sortie étant  $x_c$ , on peut estimer la fraction de chaque composé solide en DCO dans l'effluent :

$$X_{i,out} = \frac{\alpha_{i,c}}{p_{i,SS}} x_c ; i = 1, \dots, n_x \quad (\text{III.46})$$

La formule (III.46) est équivalente à celle-ci :

$$X_{C,out} = \Delta^{-1}(p_{SS})\alpha_c x_c \quad (\text{III.47})$$

En utilisant les coefficients empiriques de la formule (III.43), on peut aussi estimer la concentration d'azote organique à la sortie du clarificateur :

$$X_{N,out} = \sum_{i=1}^{n_x} p_{i,N} X_{i,out} = p_N^T X_{C,out} \quad (\text{III.48})$$

Le vecteur des concentrations totales rejetées par l'unité de traitement peut être défini par l'expression suivante :

$$\xi_{out} = \begin{pmatrix} S_{out} \\ X_{out} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{out} \\ X_{C,out} \\ X_{N,out} \end{pmatrix} \quad (\text{III.49})$$

$$\text{où } \left\{ \begin{array}{ll} S_{out} = [S_{1,out}, \dots, S_{n_s,out}]^T & ; S_r = [S_{1,r}, \dots, S_{n_s,r}]^T \\ X_{out} = [X_{1,out}, \dots, X_{n_x,out}, X_{n_x+1,out}]^T & ; X_r = [X_{1,r}, \dots, X_{n_x,r}, X_{n_x+1,r}]^T \\ X_{C,out} = [X_{1,out}, \dots, X_{n_x,out}]^T & ; X_{C,r} = [X_{1,r}, \dots, X_{n_x,r}]^T \\ X_{N,out} = X_{n_x+1,out} & ; X_{N,r} = X_{n_x+1,r} \end{array} \right.$$

Nous avons déduit un modèle d'état décrivant le comportement dynamique des fractions solides carbonées dans chaque zone du bassin de sédimentation. Les concentrations individuelles des particules en suspension au niveau de l'effluent et du flux recyclé sont donc directement calculées. La seule considération empirique concerne le calcul de la concentration de l'azote organique recirculé vers le bassin d'aération. Cette concentration étant généralement assez faible, ce calcul n'a pas une grande influence sur le comportement dynamique de l'unité globale.

### III.4.5 Structure générale

Les équations dynamiques du couple aérateur/décanteur sont résumées dans le tableau (III.4) :

Composés Compartiments	Solubles	Insolubles carbonés	Insoluble azoté
Aérateur	$S_a$	$X_{C,a}$	$X_{N,a}$
Clarificateur (rejet)	$S_{out} = S_c$	$X_{C,out} = \Delta^{-1}(p_{SS})\alpha_c x_c$	$X_{N,out} = p_N^T X_{C,out}$
Zone d'épaississement	$S_e = S_{e1}$	$X_{C,e} = \Delta^{-1}(p_{SS})\alpha_{e1} x_{e1}$	
Épauississeur (recyclage)	$S_r = S_{e2}$	$X_{C,r} = \Delta^{-1}(p_{SS})\alpha_{e2} x_{e2}$	$X_{N,r} = p_N^T X_{C,r}$

TAB. III.4 *Classification des variables d'état du modèle.*

Soit la partition des variables d'état ainsi que des paramètres du modèle de l'aérateur (III.4) :

$$\xi_a = \begin{pmatrix} S_a \\ X_{C,a} \\ X_{N,a} \end{pmatrix} ; \quad K = \begin{pmatrix} K_S \\ K_C \\ K_N \end{pmatrix} ; \quad U = \begin{pmatrix} U_S \\ U_C \\ U_N \end{pmatrix}$$

Alors, le récapitulatif des équations développées dans les parties (III.2.2, III.3.3, III.4.3 et III.4.4), est donné comme suit :

- Les concentrations des substances solubles :

$$\dot{S}_a = K_S \phi_a(S_a, X_{C,a}, X_{N,a}) - (1 + q_r)DS_a + q_r DS_r + DS_{in} + U_S \quad (\text{III.50})$$

$$\dot{S}_{out} = w_c q_{out} D(S_e - S_{out}) \quad (\text{III.51})$$

$$\dot{S}_e = w_{e1} q_{ad} D(S_a - S_e) + w_{e1} (q_r + q_p) (1 - \beta_d) DS_e \quad (\text{III.52})$$

$$\dot{S}_r = w_{e2} (q_r + q_p) D(\beta_d S_e - S_r) \quad (\text{III.53})$$



- Les concentrations des composés solides :

$$\dot{X}_{C,a} = K_C \phi_a(S_a, X_{C,a}, X_{N,a}) - (1 + q_r)DX_{C,a} + q_r DX_{C,r} + DX_{C,in} + U_C \quad (\text{III.54})$$

$$\dot{X}_{N,a} = K_N \phi_a(S_a, X_{C,a}, X_{N,a}) - (1 + q_r)DX_{N,a} + q_r Dp_N^T X_{C,r} + DX_{N,in} + U_C \quad (\text{III.55})$$

$$\dot{X}_{C,out} = f_d A_d w_c q_{ad} DX_{C,a} - \left( \frac{v_{out}(X_{C,out})}{h_c} + w_c q_{out} D \right) X_{C,out} + \frac{U_{min}}{h_c p_{SS}^T X_{C,e}} \Delta(p_{SS}) X_{C,e} \quad (\text{III.56})$$

$$\begin{aligned} \dot{X}_{C,e} = & w_{e1} q_{ad} D(1 - f_d A_d) X_{C,a} + \frac{w_{e1} v_{out}(X_{C,out})}{w_c h_c} X_{C,out} - \frac{U_{min}}{h_{e1} p_{SS}^T X_{C,e}} \Delta(p_{SS}) X_{C,e} \\ & - \left( \frac{v_e(X_{C,e})}{h_{e1}} + w_{e1} (q_{ad} - q_{out}) D \right) X_{C,e} \end{aligned} \quad (\text{III.57})$$

$$\dot{X}_{C,r} = \frac{w_{e2} v_e(X_{C,e})}{w_{e1} h_{e1}} X_{C,e} + w_{e2} (q_r + q_p) D (X_{C,e} - X_{C,r}) \quad (\text{III.58})$$

- Les volumes :

$$\dot{V}_a = (1 + q_r - q_{ad}) Q_{in} \quad (\text{III.59})$$

$$\dot{V}_{e1} = (q_{ad} - q_r - q_p - q_{out}) Q_{in} \quad (\text{III.60})$$

**Remarque :** Les vitesses de sédimentation dans les zones de clarification et d'épaississement sont notées :

$$v_{out}(X_{C,out}) = v_c(x_c) = v_c(p_{SS}^T X_{C,out}) \quad (\text{III.61})$$

$$v_e(X_{C,e}) = v_{e1}(x_{e1}) = v_{e1}(p_{SS}^T X_{C,e}) \quad (\text{III.62})$$

Les équations ci-dessus peuvent être reformulées sous une forme matricielle en distinguant les substances solubles totales ( $S_T$ ) et les concentrations solides totales ( $X_T$ ).

$$S_T = \begin{pmatrix} S_a \\ S_{out} \\ S_e \\ S_r \end{pmatrix} ; \quad X_T = \begin{pmatrix} X_{C,a} \\ X_{N,a} \\ X_{C,out} \\ X_{C,e} \\ X_{C,r} \end{pmatrix}$$

Le modèle général du procédé des boues activées (FIG. III.5) est donné par la structure suivante :

$$\begin{pmatrix} \dot{S}_T \\ \dot{X}_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{S_T,a} & 0 \\ K_{X_T,a} & K_{X_T,d} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_a(S_a, X_{C,a}, X_{N,a}) \\ \phi_d(X_{C,out}, X_{C,e}) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} A_{S_T}(t) & 0 \\ 0 & A_{X_T}(t) \end{pmatrix} D(t) \begin{pmatrix} S_T \\ X_T \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_{S_T}(t) \\ B_{X_T}(t) \end{pmatrix} \quad (\text{III.63})$$

Afin de simplifier la présentation mathématique, l'expression détaillée de chaque terme matriciel est indiquée en annexe (H).

**Remarque :** La structure (III.63) est sous la forme du Modèle Dynamique Général proposé dans [11] (voir section IV.4.1 du chapitre suivant) avec des termes non-linéaires supplémentaires liés aux dynamiques de décantation des boues dans le bassin de sédimentation et définis dans  $\phi_d(X_{C,out}, X_{C,e})$ . Ces fonctions (vitesses de sédimentation et flux de suspension des boues) vérifient aussi la propriété liée aux taux de réaction et s'annulent si la variable associée est nulle. Nous pouvons alors généraliser la démonstration proposée dans [36] pour montrer la positivité du système (III.63). En d'autres termes, pour des conditions initiales positives, les concentrations solubles  $S_T$  et solides  $X_T$  restent positives. Cette condition est une caractéristique nécessaire pour les systèmes biologiques.

Nous avons présenté un modèle dynamique général décrivant à la fois les réactions chimiques et biologiques qui ont lieu dans le bassin d'aération et les processus mécaniques de séparation de phases mis en jeu dans le bassin de sédimentation. La représentation des interactions entre les deux modules a été particulièrement développé. La structuration du modèle est établie telle que d'une part, la partition des variables permette de distinguer les dynamiques des substances solubles  $S_t$  et celles des composés insolubles  $X_T$ ; d'autre part, la partition des fonctions non-linéaires permette de distinguer les cinétiques biologiques  $\phi_a(\cdot)$  et les dynamiques de décantation  $\phi_d(\cdot)$ .

La structure (III.63) est représentée dans un cadre général permettant ainsi une certaine flexibilité sur le choix des modèles. Suivant les hypothèses considérées et les objectifs envisagés nous pouvons déduire des structures plus spécifiques en caractérisant les composés, les cinétiques biologique et les fonctions de décantation. Deux modèles assez simples sont déduits de cette structure. Ces modèles feront l'objet d'application des procédures développées dans le chapitre suivant.

### III.4.6 Structures particulières

#### a) Modèle $\mathcal{M}_1$

Un modèle simple déduit de la structure générale (III.63) est élaboré en considérant l'approche des perturbations singulières.

## i) Hypothèses

Le modèle le plus simple que l'on puisse déduire de la structure générale présentée ci-dessus est basé sur les hypothèses suivantes :

- Une seule population homogène de micro-organismes ( $x$ ).
- Un seul substrat organique soluble ( $s$ ).
- Un seul processus biologique: la croissance bactérienne et la dégradation organique qui en découle. Les cinétiques biologiques sont modélisées par  $\phi_a(s,x) = \mu(\cdot)x$  où  $\mu(\cdot)$  est le taux spécifique de croissance pouvant dépendre de  $s$ ,  $x$  et d'autres facteurs extérieurs.
- Le bioréacteur est suffisamment aéré de telle sorte que l'oxygène dissous n'est pas limitant.
- Les mécanismes de sédimentation des boues sous l'effet de la gravité sont négligeables ( $v_e(X_{C,e}) = v_{out}(X_{C,out}) = 0$ ).
- Le phénomène de suspension des boues vers le clarificateur est négligé ( $U_d = 0$ ).
- La concentration des substances solubles dans la zone de compression des boues est négligeable ( $\beta_d = 0$ ).
- Les volumes des bassins d'aération ( $V_a$ ) et de sédimentation ( $V_d$ ) sont supposés constants.
- La concentration des micro-organismes dans l'affluent est négligeable ( $x_{in} = 0$ ).
- Le volume  $V_{e1}$  de la zone d'épaississement est très faible par rapport aux volumes du clarificateur  $V_c$  et de la zone de compression  $V_{e2}$ .

## ii) Notations

$$S_a = s ; X_a = x ; \phi_a(S_a, X_a) = \mu(\cdot)x ; K_S = -\frac{1}{Y_s} ; K_C = 1$$

## iii) Équations

S'inspirant des du modèle général résumé dans la partie (III.4.5), nous pouvons alors déduire les équations suivantes :

- Les volumes :

$$\dot{V}_a = 0 \implies q_{ad} = 1 + q_r \quad (\text{III.64})$$

$$\dot{V}_{e1} = 0 \implies q_{out} = 1 - q_p \quad (\text{III.65})$$

- Les concentrations solubles :

$$\dot{s} = -\frac{1}{Y_s}\mu(\cdot)x - (1 + q_r)Ds + q_r Ds_r + Ds_{in} \quad (\text{III.66})$$

$$\dot{s}_{out} = w_c(1 - q_p)D(s_e - s_{out}) \quad (\text{III.67})$$

$$\dot{s}_e = w_{e1}(1 + q_r)Ds - w_{e1}(1 - q_p)Ds_e \quad (\text{III.68})$$

$$\dot{s}_r = -w_{e2}(q_r + q_p)Ds_r \quad (\text{III.69})$$

- Les concentrations insolubles :

$$\dot{x} = \mu(\cdot)x - (1 + q_r)Dx + q_r D \frac{x_{e2}}{p_{x,SS}} \quad (\text{III.70})$$

$$\dot{x}_{out} = -w_c(1 - q_p)Dx_{out} \quad (\text{III.71})$$

$$\dot{x}_e = w_{e1}(1 + q_r)Dx - w_{e1}(q_r + q_p)Dx_e \quad (\text{III.72})$$

$$\dot{x}_r = w_{e2}(q_r + q_p)D(x_e - x_r) \quad (\text{III.73})$$

Les équations (III.69) et (III.71) montrent respectivement que les concentrations des matières solubles dans la zone de compression et des particules en suspension dans la zone de clarification deviennent négligeables ( $s_r \rightarrow 0$  et  $x_{out} \rightarrow 0$  pour  $t$  très grand). Par conséquent, ces deux concentrations seront considérées nulles. La zone d'épaississement joue alors le rôle de séparateur entre la partie supérieure liquide et la partie inférieure solide dans le module de décantation.

Le volume  $V_{e1}$  de cette interface généralement, très faible par rapport au volume  $V_a$  du bassin d'aération, ce qui implique que le coefficient  $w_{e1}$  est très grand par rapport aux autres coefficients  $w_c$  et  $w_{e2}$ . Par conséquent, les termes des équations (III.68) et (III.72) évoluent beaucoup plus rapidement que le reste du système. Sous certaines hypothèses (voir théorème de THIKHONOV [112] cité dans l'annexe (I), cela permet de considérer le bassin de sédimentation comme un système lent-rapide (dynamiques lentes dans les zones de clarification et de compression et dynamiques rapides dans la zone d'épaississement), avec deux échelles de temps aboutissant ainsi, à l'étude d'un modèle réduit de deux dimensions. Le problème des perturbations singulières étant développé dans l'ouvrage de Khalil [112] nous n'aborderons pas les questions techniques. Un résumé du formalisme mathématique lié à notre problème est présenté dans l'annexe (I). Le comportement approché du décanteur est alors le suivant :

1. **Phase rapide :** Tout d'abord, la dynamique rapide de la zone d'épaississement est prédominante (car  $w_{e1} = \frac{1}{\epsilon}$  avec  $\epsilon \ll 1$ ). Les états  $s_e$  et  $x_e$  évoluent donc rapidement (régime transitoire) vers la surface lente, définie par :

$$(1 + q_r)s - w_{e1}(1 - q_p)s_e = 0 \quad (\text{III.74})$$

$$(1 + q_r)x - (q_r + q_p)x_e = 0 \quad (\text{III.75})$$

et qui correspond à l'équilibre du sous-système rapide.

2. **Phase lente :** Ensuite, le système évolue lentement au voisinage de la surface lente. Les dynamiques des variables  $s_{out}$  et  $x_r$  peuvent être décrites par l'approximation suivante :

$$\dot{s}_{out} = w_c(1 + q_r)Ds - w_c(1 - q_p)Ds_{out} \quad (\text{III.76})$$

$$\dot{x}_r = w_{e2}(1 + q_r)Dx - w_{e2}(q_r + q_p)Dx_r \quad (\text{III.77})$$

La dynamique des substances solubles rejetées ( $s_{out}$ ) étant sans conséquence sur le comportement interne de l'unité de traitement, cette variable ne sera pas reprise dans le modèle.

La structure simplifiée peut être réécrite sous la forme ci-dessous :

$$(\mathcal{M}_1) \begin{cases} \dot{x} = \mu(\cdot)x - (1 + q_r(t))D(t)x + q_r(t)D(t)x_r, & x(0) = x_0 \\ \dot{s} = -\frac{\mu(\cdot)x}{Y_s} - (1 + q_r(t))D(t)s + D(t)s_{in}(t), & s(0) = s_0 \\ \dot{x}_r = w_{e2}(1 + q_r(t))D(t)x - w_{e2}(q_p(t) + q_r(t))D(t)x_r, & x_r(0) = x_{r0} \end{cases} \quad (\text{III.78})$$

## b) Modèle $\mathcal{M}_2$

Un modèle un peu plus réaliste que  $(\mathcal{M}_1)$  tenant compte de l'oxygène dissous comme élément limitant dans un procédé aérobie, est déduit de la structure (III.63).

### i) Hypothèses

Le second modèle est une extension du modèle  $(\mathcal{M}_1)$  dans le but d'une description plus réaliste des mécanismes d'oxydation. Le nouveau modèle est basé sur les hypothèses citées précédemment, mais en considérant le cas où l'oxygène dissous est limitant. En effet, les processus biologiques mis en jeu dans le bassin d'aération étant de nature aérobie, une carence en oxygène affectera inévitablement la croissance des micro-organismes. Dans ces conditions, l'oxygène dissous est considéré comme un substrat supplémentaire noté  $c$ . On suppose les hypothèses suivantes :

- Une seule population homogène de micro-organismes ( $x$ ).
- Un seul substrat organique soluble ( $s$ ).
- Un seul processus biologique : la croissance bactérienne et la dégradation organique qui en découle. Les cinétiques biologiques sont modélisées par  $\phi_a(s, c, x) = \mu(\cdot)x$  où  $\mu(\cdot)$  est le taux spécifique de croissance pouvant dépendre de  $s$ ,  $c$ ,  $x$  et d'autres facteurs extérieurs.
- Le mécanisme d'aération influe sur les dynamiques du bioréacteur.
- Les mécanismes de sédimentation des boues sous l'effet de la gravité sont négligeables ( $v_e(X_{C,e}) = v_{out}(X_{C,out}) = 0$ ).
- Le phénomène de suspension des boues vers le clarificateur est négligé ( $U_d = 0$ ).
- La concentration des substances solubles dans la zone de compression des boues est négligeable ( $\beta_d = 0$ ).
- Les volumes des bassins d'aération ( $V_a$ ) et de sédimentation ( $V_d$ ) sont supposés constants.
- La concentration des micro-organismes dans l'affluent est négligeable ( $x_{in} = 0$ ).
- La concentration de l'oxygène dissous dans l'affluent est négligeable ( $c_{in} = 0$ ).

- Le volume  $V_{e1}$  de la zone d'épaississement est très faible par rapport aux volumes du clarificateur  $V_c$  et de la zone de compression  $V_{e2}$
- Le volume  $V_{e1}$  de la zone d'épaississement est très faible par rapport aux volumes du clarificateur  $V_c$  et de la zone de compression  $V_{e2}$

ii) Notations

$$S_a = [s, c]^T ; X_a = x ; \phi_a(S_a, X_a) = \mu(\cdot)x ; K_S = \left[-\frac{1}{Y_s}, -\frac{1}{Y_c}\right]^T ; K_C = 1$$

iii) Équations

Par le même raisonnement développé pour le modèle  $\mathcal{M}_1$ , la réduction de la dimension du modèle est basée sur le principe des perturbations singulières. Si par ailleurs les concentrations solubles dans le flux de recyclage et les concentrations des particules en suspension dans l'effluent sont supposées négligeables alors, les équations dynamiques du modèle  $\mathcal{M}_1$  peuvent être décrites par le système suivant :

$$(\mathcal{M}_2) \begin{cases} \dot{x} = \mu(\cdot)x - (1 + q_r(t))D(t)x + q_r(t)D(t)x_r, & x(0) = x_0 \\ \dot{s} = -\frac{\mu(\cdot)x}{Y_s} - (1 + q_r(t))D(t)s + D(t)s_{in}(t), & s(0) = s_0 \\ \dot{c} = -\frac{\mu(\cdot)x}{Y_c} - (1 + q_r(t))D(t)c + K_L a(c_s - c), & c(0) = c_0 \\ \dot{x}_r = w_{e2}(1 + q_r(t))D(t)x - w_{e2}(q_p(t) + q_r(t))D(t)x_r, & x_r(0) = x_{r0} \end{cases} \quad (\text{III.79})$$

Le terme  $K_L a(c_s - c)$  est lié à l'aération du bioréacteur et définit le transfert de l'oxygène entre la phase gazeuse et la phase liquide.  $K_L a$  est le coefficient de transfert gaz-liquide et  $c_s$  est la concentration de saturation de l'oxygène dissous.

### III.5 Conclusion

Ce chapitre concernait la modélisation d'un procédé des boues activées abordant les problèmes liés à la nature différente des processus ayant lieu dans chaque module.

La première étape passait par la présentation du modèle dynamique général d'un bioréacteur développé par de simples bilans de matière des phénomènes biologiques mis en jeu.

L'étape suivante traitait la question plus complexe de la mise en équation des processus donnant lieu à la séparation des particules insolubles de la phase liquide. Nous distinguons alors la classe des substances solubles des floccs solides. La première étant affectée par un transfert de matière engendré par les flux liquides, la modélisation des dynamiques des composés solubles est directe. La seconde regroupe l'ensemble des concentrations solides sous forme d'une concentration unique. La mise en équation du comportement dynamique de chaque composé insoluble est alors décrit par sa concentration individuelle mais aussi par la concentration des

flocs déduite par une somme pondérée des concentration corpusculaires carbonées totales.

Trois zones principales sont alors distinguées. Une zone de clarification plutôt liquide qui met en évidence l'évolution des substances principalement formées de matières solubles et qui composeront l'effluent rejetée. Une zone d'épaississement des boues servant d'interface entre la partie supérieure du bassin de sédimentation liée au rejet et la partie inférieure liée au recyclage et au soutirage des boues. Cette zone est aussi supposée être le lieu de réception de l'affluent provenant du bassin d'aération. Les boues subissent trois types de mouvement : un transfert d'ensemble engendré par le transport liquide, un transfert vers la région inférieure sous l'effet de la gravité et une suspension des boues engendrés par des interactions hydrauliques au niveau de l'entrée du module de séparation. Enfin la zone de compression où les boues subissent un compactage avant leur purge vers d'autres unités de traitement des boues ou leur recirculation vers l'aérateur.

La dernière phase de modélisation était consacrée au couplage des deux compartiments modélisés chacun individuellement. S'appuyant sur les équations dynamiques des floes de boues dans le décanteur, nous avons développé les équations des concentrations insolubles individuelles se passant ainsi de certaines considérations empiriques.

Une structure générale est alors déduite regroupant les dynamiques de l'ensembles des composés évoluant dans l'unité de traitement. Suivant les hypothèses fixées, des structures plus spécifiques peuvent être déduites par un choix des variables, des fonctions cinétique et fonction de décantation.

Les modèles  $\mathcal{M}_1$  et  $\mathcal{M}_2$  mettront en évidences les procédures d'estimation par intervalles développées dans le chapitre suivant.





*Estimation par intervalles :  
application au procédé des  
boues activées*



# Chapitre IV

## Estimation par intervalles : application au procédé des boues activées

### Contenu

---

<b>IV.1 Généralités sur les observateurs</b> . . . . .	<b>100</b>
IV.1.1 Principe de l'estimation d'état . . . . .	100
IV.1.2 Observabilité . . . . .	102
IV.1.3 Observateurs . . . . .	103
a) Cas linéaire . . . . .	103
b) Cas non-linéaire . . . . .	104
<b>IV.2 Les concepts d'estimation et d'incertitudes</b> . . . . .	<b>107</b>
IV.2.1 Motivations . . . . .	107
IV.2.2 Caractérisation des incertitudes . . . . .	109
IV.2.3 Approches d'estimation en présence des incertitudes . . . . .	111
a) Observation avec entrées inconnues . . . . .	111
b) Filtrage linéaire . . . . .	111
c) Estimation robuste . . . . .	112
d) Estimation par réseaux de neurones . . . . .	114
<b>IV.3 Principe des observateurs à intervalles</b> . . . . .	<b>114</b>
<b>IV.4 Application des observateurs à intervalles au PBA</b> . . . . .	<b>117</b>
IV.4.1 Estimation asymptotique par intervalles . . . . .	117
a) Description . . . . .	118
b) Objectifs . . . . .	119
c) Hypothèses . . . . .	119
d) Équations . . . . .	119
IV.4.2 Application au modèle $\mathcal{M}_1$ . . . . .	125
a) Description . . . . .	125
b) Objectifs . . . . .	125
c) Hypothèses . . . . .	125
d) Équations . . . . .	126
e) Simulations . . . . .	128
IV.4.3 Application au modèle $\mathcal{M}_2$ . . . . .	130
a) Description . . . . .	130
b) Objectifs . . . . .	130
c) Hypothèses . . . . .	131
d) Équations . . . . .	131
e) Simulations . . . . .	134

IV.4.4	Observateurs réglables : application au modèle $\mathcal{M}_1$ . . . . .	136
a)	Description . . . . .	136
b)	Objectifs . . . . .	136
c)	Hypothèses . . . . .	136
d)	Équations . . . . .	136
e)	Simulations . . . . .	139
<b>IV.5</b>	<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>147</b>

---

Le chapitre précédent était consacré à la procédure de modélisation. Celui-ci sera dédié à l'exploitation du modèle élaboré, en vue de l'application d'outils de l'automatique que sont les *observateurs*. Une présentation générale des concepts liés à l'estimation de variables non mesurées sera d'abord brièvement présentée. Une revue bibliographique des principaux travaux développés dans ce domaine sera également exposée. La partie suivante concernera l'estimation d'état en présence d'*incertitudes*. Nous tenterons de caractériser cette notion d'incertitude qui interviendra dans notre étude. Après une brève introduction aux approches stochastiques à ce problème, une nouvelle approche déterministe basée sur les *observateurs à intervalles* sera présentée. L'application au procédé des boues activées, permettra de traiter différents aspects de l'estimation par intervalles, suivant la nature des grandeurs incertaines.

## IV.1 Généralités sur les observateurs

Les notions fondamentales liées à la procédure de reconstruction des variables non mesurées seront brièvement exposées dans cette section. On abordera le principe des capteurs logiciels, la condition d'observabilité et les différents observateurs disponibles.

### IV.1.1 Principe de l'estimation d'état

Bien qu'elles soient indispensables pour la description mathématique des dynamiques du procédé, il arrive souvent que certaines variables d'état ne soient pas accessibles à la mesure. Ce problème est particulièrement prépondérant dans le domaine de la dépollution où l'instrumentation de mesure est limitée par le manque de capteurs fiables et peu coûteux. En outre, des contraintes techniques peuvent entraver la mise en place de capteurs, rendant ainsi la mesure inaccessible (milieu à très haute température par exemple).

Un autre point important à souligner concerne les mesures en ligne. En effet, la connaissance des variables d'état en temps réel, constitue un élément essentiel aussi bien pour la conduite automatisée que pour la surveillance continue (détection et diagnostic de pannes) d'un procédé, afin d'anticiper une intervention du contrôleur en cas de perturbations. Malheureusement, un des problèmes auxquels sont confrontés aujourd'hui les industriels est le manque d'instrumentation en ligne, conséquence directe des contraintes de faisabilité et de coût. Ainsi, mis à part quelques facteurs comme la température ou le pH, les mesures courantes dans les bioprocédés sont réalisées le plus souvent hors-ligne et nécessitent des procédures d'analyse engendrant des retards importants (environ 5 jours pour la DBO par exemple). Si des mesures en temps réel sont toutefois possibles (analyse très rapide du COT), ces procédures nécessitent en général un dispositif sophistiqué et très coûteux (voir section II.5.2).

Afin de pallier ces limitations, une alternative consiste à développer des outils qui, à partir de mesures expérimentales, reconstitueront une estimation des variables non mesurées ou des paramètres mal connus. La tendance actuelle est au développement d'une catégorie différente de capteurs : les *capteurs logiciels*, également appelés *observateurs d'état* ou *estimateurs* en terme de l'automatique. Les observateurs sont des systèmes dynamiques basés sur le modèle mathématique (supposé refléter le plus fidèlement possible le système réel), ainsi que sur les mesures entrées/sorties du procédé (FIG. IV.1). Le principe de l'estimation utilise un compromis entre la connaissance à priori du procédé, transcrite sous forme de modèle et l'information partielle de l'état réel du système, fournie par les mesures disponibles. Sous certaines conditions présentées plus loin, il est possible de régler l'observateur pour répartir la part de contribution du modèle et des mesures dans les estimations [107, 129].

Le principe d'observation d'état est schématisé sur la figure suivante :

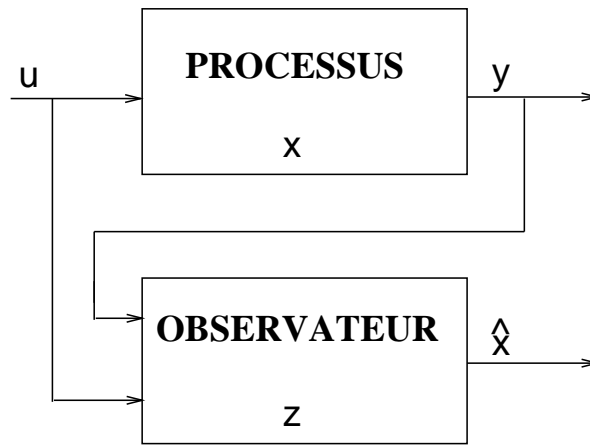


FIG. IV.1 Principe de l'observateur.

Pour reformuler mathématiquement les définitions citées ci-dessus, on introduit un système dynamique modélisé par le formalisme d'état :

$$(\mathcal{S}) \begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) & ; \quad x(t_0) = x_0 \\ y(t) = h(x(t)) \end{cases} \quad (\text{IV.1})$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $u \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur d'entrée,  $y \in \mathbb{R}^p$  est le vecteur de sortie,  $x_0$  est la condition initiale à l'instant initial  $t_0$ ,  $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \longrightarrow \mathbb{R}^n$  et  $h : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^p$ .

L'observateur lié au modèle ( $\mathcal{S}$ ) est un système dynamique auxiliaire dont les entrées sont constituées des vecteurs d'entrée  $u(t)$  et de sortie  $y(t)$  du système ( $\mathcal{S}$ ). Le rôle de l'estimateur est la reconstruction du vecteur d'état non mesurée  $x(t)$  décrit par l'équation différentielle de (IV.1). Un tel système peut s'écrire sous la forme :

$$(\mathcal{O}) \begin{cases} \dot{z}(t) = \hat{f}(z(t), u(t), y(t)) & ; \quad z(t_0) = z_0 \\ \hat{x}(t) = \hat{h}(z(t), u(t), y(t)) \end{cases} \quad (\text{IV.2})$$

avec  $z \in \mathbb{R}^q$ ,  $\hat{f} : \mathbb{R}^q \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^p \longrightarrow \mathbb{R}^q$  et  $\hat{h} : \mathbb{R}^q \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^p \longrightarrow \mathbb{R}^n$ .

Afin d'assurer une estimation "raisonnable" des variables non mesurées, le capteur logiciel ( $\mathcal{O}$ ) doit vérifier certaines propriétés. L'erreur d'estimation en particulier, doit tendre vers une valeur nulle après un régime transitoire et avec une vitesse de convergence réglable :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t) - \hat{x}(t)\| = 0 \quad (\text{IV.3})$$

Il existe plusieurs techniques permettant d'estimer le vecteur d'état sous réserve que des conditions spécifiques soient bien vérifiées. Ces points seront développés dans les sections suivantes.

#### IV.1.2 Observabilité

La théorie liée aux problèmes d'observabilité est largement abordée dans la littérature [1, 179, 25, 148]. Nous tentons dans cette partie de donner quelques définitions utiles sans trop s'attarder sur l'aspect mathématique.

**Définition 1 (indiscernabilité)** *Si à partir de deux conditions initiales différentes, la sortie du système ( $\mathcal{S}$ ) est identique dans les deux cas pour tout temps, et ceci pour une même commande appliquée à ce système, alors les états initiaux sont dits indiscernables.*

**Définition 2 (observabilité)** *Le système ( $\mathcal{S}$ ) est observable pour une certaine entrée s'il ne possède pas de couples d'états initiaux distincts indiscernables.*

En d'autres termes, le système ( $\mathcal{S}$ ) est observable s'il existe une condition initiale unique  $x_0$  fournissant la trajectoire  $y(t)$  pour  $t > t_0$  (propriété d'injectivité).

Dans le cas des systèmes linéaires stationnaires, une condition nécessaire et suffisante connue de l'observabilité est la *condition de rang* de la *matrice d'observation* qui se traduit pour le système (IV.5) par l'expression suivante [106] :

$$\text{rang} \left( [C \ CA \ \dots \ CA^{n-1}]^T \right) = n \quad (\text{IV.4})$$

Cette condition de rang représente le critère le plus simple de l'observabilité. Malheureusement, il ne s'applique pas dans le cas des systèmes non-linéaires. Il existe une *condition de rang* pour certaines entrées, mais celle-ci est locale et s'appuie sur les dérivées de Lie [136], appliquées à l'*espace d'observation* [25].

Pour les systèmes linéaires temps variant, des critères basés sur les conditions du *grammien d'observabilité* ont été introduits. La notion de *observabilité complète* est une condition assez faible, associée à l'indiscernabilité, contrairement à la notion de *observabilité complète uniforme* qui assure la persistance et la régularité de l'observabilité, c'est-à-dire que la sortie fournit assez d'informations pour reconstruire les variables non mesurées avec un système dynamique de dimension égale ou plus petite que la dimension de l'état du modèle [148].

Dans le cas des systèmes discrets, il existe aussi des *conditions de rang* équivalentes au cas continu pour les systèmes linéaires et non-linéaires [20].

L'observabilité des systèmes non-linéaires a l'inconvénient de dépendre de l'entrée appliquée. En effet, certaines *entrées singulières* peuvent rendre le système inobservable. Une *entrée universelle* est alors définie comme une entrée qui ne vérifie pas la condition d'indiscernabilité (voir DÉF. 1).

Un système est dit *uniformément observable* si toutes ses entrées sont universelles.

Pour conclure cette partie, on note qu'il existe un concept faible d'observabilité appelé *déteçtabilité* dans le cas où les états non mesurés engendrés par des états initiaux indiscernables convergent asymptotiquement vers la même trajectoire. Dans ce cas, il est possible de synthétiser un *observateur asymptotique* dont la convergence n'est pas réglable mais imposée par les dynamiques du système [180].

### IV.1.3 Observateurs

#### a) Cas linéaire

Le problème de l'estimation de l'état d'un système linéaire est résolu depuis les années soixante. On peut distinguer, en ce qui concerne le domaine linéaire, deux grands types d'estimateurs : l'observateur de Luenberger [129] et le filtre de Kalman [107].

##### i) L'observateur de Luenberger

Soit le système linéaire :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) ; & x(t_0) = x_0 \\ y(t) = C x(t) \end{cases} \quad (\text{IV.5})$$

où  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont respectivement des matrices de dimensions  $n \times n$ ,  $n \times m$  et  $p \times n$ .

Si le système (IV.5) est observable (condition (IV.4) vérifiée), alors l'observateur de Luenberger [129] :

$$\dot{\hat{x}}(t) = A \hat{x}(t) + B u(t) + K [y(t) - C \hat{x}(t)] ; \quad \hat{x}(t_0) = \hat{x}_0 \quad (\text{IV.6})$$

est un estimateur d'état à convergence exponentielle, en d'autres termes, sa vitesse de convergence réglable par un bon choix du gain  $K$  (placement de pôles de  $A - K C$ ).

Il arrive qu'une partie du vecteur d'état soit mesurée, il est alors possible de développer un observateur réduit afin de reconstruire la partie non mesurée.

Dans le cas d'un modèle discret, la méthode d'élaboration de l'observateur est similaire au cas continu.

##### ii) Le filtre de Kalman

Basé sur une approche stochastique, le filtre de Kalman [107, 108] nécessite une connaissance a priori des bruits agissant sur les états et sur les mesures. Afin de simplifier la comparaison avec l'observateur de Luenberger, on considère un système non-stationnaire autonome :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(t) x(t) + w(t) ; & x(t_0) = x_0 \\ y(t) = C(t) x(t) + v(t) \end{cases} \quad (\text{IV.7})$$

où  $w(t)$  et  $v(t)$  sont des bruits blancs indépendants centrés, de covariances respectives  $Q(t)$  et  $R(t)$ . Si le système (IV.7) est complètement uniformément observable, la synthèse du filtre s'effectue en quatre étapes [68] :

1. Initialisation :

$$E[x_0] = \hat{x}_0 ; E[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T] = P_0 \quad (\text{IV.8})$$

où  $E$  représente l'espérance mathématique et  $P_0$  la matrice covariance de l'erreur initiale.

2. Estimation du vecteur d'état :

$$\dot{\hat{x}}(t) = A(t) \hat{x}(t) + K(t) [y(t) - C(t) \hat{x}(t)] ; \hat{x}(t_0) = \hat{x}_0 \quad (\text{IV.9})$$

3. Propagation de la covariance de l'erreur :

$$\dot{P}(t) = A(t) P(t) + P(t) A^T(t) - K(t) R(t) K^T(t) \quad (\text{IV.10})$$

4. Calcul du gain :

$$K(t) = P(t) C^T(t) R^{-1}(t) \quad (\text{IV.11})$$

Le gain  $K(t)$  est calculé par minimisation d'un critère quadratique de l'erreur d'observation menant à l'équation de Riccati (IV.10).

Il existe d'autres versions du filtre de Kalman : discret, continu et déterministe. L'avantage de cet observateur par rapport à celui de Luenberger est qu'il fournit une covariance des estimés. En outre, le filtre de Kalman peut être appliqué sur un modèle dont les paramètres sont variables dans le temps. Mais en contrepartie, le réglage des matrices  $P_0$ ,  $Q$  et  $R$  est souvent contraignant. En outre, il est souvent difficile de vérifier les hypothèses faites sur les bruits.

## b) Cas non-linéaire

La synthèse d'observateurs non-linéaires est beaucoup plus contraignante et demeure le sujet de nouvelles investigations. Les premiers essais avancés se basaient sur l'adaptation des techniques linéaires. Plus récemment, les idées prédominantes concernent la transformation des systèmes non-linéaires par changement de coordonnées. Cependant, ces transformations ne s'adressent qu'à une classe particulière de systèmes.

### i) L'observateur de Luenberger étendu

Le principe de l'observateur de Luenberger étendu est directement inspiré du cas linéaire. La synthèse basée sur le modèle (IV.1) donne lieu à la structure suivante [11] :

$$\dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t), u(t)) + K [y(t) - h(\hat{x}(t))] ; \hat{x}(t_0) = \hat{x}_0 \quad (\text{IV.12})$$

Le calcul du gain  $K$  est effectué de telle sorte que le linéarisé tangent de l'équation dynamique de l'erreur d'observation autour d'un certain point soit stable. En d'autres mots, on suppose que l'état restera autour d'une zone où l'approximation d'un modèle linéaire est valable et pour laquelle le placement de pôles a été effectué. De ce fait, si l'on s'éloigne du point de fonctionnement, l'observateur peut rapidement devenir instable. C'est pourquoi cette méthode est rarement employée en biotechnologie.



ii) *Le filtre de Kalman étendu*

Si on considère le modèle non-linéaire autonome :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t)) + w(t) ; & x(t_0) = x_0 \\ y(t) = h(x(t)) + v(t) \end{cases} \quad (\text{IV.13})$$

où  $w$  et  $v$  sont définis comme précédemment (voir IV.7). L'algorithme présenté pour le filtre de Kalman est appliqué sur le linéarisé tangent de (IV.13) autour de l'état estimé. Hormis l'étape 2, la mise en œuvre du filtre de Kalman étendu comporte les mêmes phases de calcul [11] :

2. Estimation du vecteur d'état :

$$\dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t)) + K(t) [y(t) - h(\hat{x}(t))] ; \quad \hat{x}(t_0) = \hat{x}_0 \quad (\text{IV.14})$$

avec

$$\begin{aligned} A(t) = \hat{A}(\hat{x}(t)) &= \left. \frac{\partial f(\hat{x}(t))}{\partial x(t)} \right|_{x(t)=\hat{x}(t)} \\ C(t) = \hat{C}(\hat{x}(t)) &= \left. \frac{\partial h(\hat{x}(t))}{\partial x(t)} \right|_{x(t)=\hat{x}(t)} \end{aligned} \quad (\text{IV.15})$$

Le filtre de Kalman étendu est aujourd'hui largement utilisé dans diverses applications (bioprocédés ...) et les résultats sont généralement satisfaisants bien que sa convergence ne soit pas prouvée [11].

iii) *Les systèmes singuliers*

L'observabilité étant en non-linéaire une propriété assez faible, dans le sens où elle n'assure pas l'existence d'un observateur, les premières recherches étaient axées sur les *systèmes singuliers* présentant des singularités du point de vue de l'observabilité. D'autres types d'entrées ont alors été introduites comme les entrées persistantes, localement universelles, localement régulières et régulièrement persistantes [148].

Les premiers travaux ont abordé des classes particulières et simples de systèmes non-linéaires. L'avancée des recherches a permis des extensions introduites sur des structures plus complexes.

Le cas des *systèmes bilinéaires* a d'abord attiré la plus grande attention du fait des fortes analogies avec le cas linéaire [85, 64]. En 1977, Williamson [204] présenta une application intéressante de ce type d'observateur sur un procédé biologique.

À la fin des années quatre-vingt, la voie d'investigation s'est orientée vers la synthèse d'observateurs pour les *systèmes affines en l'état*. Bornard et al. [25] ont montré que si l'entrée est suffisamment riche (régulièrement persistante), alors cette classe de système engendre une autre classe de systèmes linéaires à paramètres variables dans le temps. Un observateur de type Kalman (forme déterministe) convient pour reconstruire les états non mesurés.

Sous des conditions de persistance locale de l'entrée, le résultat obtenu pour le cas bilinéaire a été étendu aux *systèmes quasi-affines en l'état* qui représentent une extension aux systèmes affines en l'état modulo une dépendance non-linéaire vis-à-vis de l'état [84].

#### *iv) Les systèmes réguliers*

Les systèmes réguliers sont observables pour toute entrée. La synthèse de l'observateur dépendra donc uniquement de la structure d'observabilité du système et de la nature des non-linéarités.

Initialement, les études se sont orientées vers la recherche de formes canoniques générant une partie affine en l'état et une partie non-linéaire [66]. La synthèse est alors réalisée sur la base du système linéaire. Sous des conditions structurelles, l'introduction d'un gain suffisamment grand permet de compenser les non-linéarités [67].

D'autres extensions ont été proposées, comme par exemple le cas où la partie linéaire de la forme canonique est fonction de l'entrée [25] et le cas multi-sorties [26].

#### *v) Les transformations*

Un troisième pôle d'attraction est l'étude des transformations de systèmes plus générales que la recherche des formes canoniques évoquée ci-dessus.

Une idée consiste à généraliser les résultats acquis pour les systèmes singuliers en transformant certaines classes de systèmes non-linéaires en systèmes linéaires ou bilinéaires modulo une *injection de sortie*.

Les techniques de synthèse des observateurs sur les systèmes linéaires modulo une injection de sortie ont été développées par Bestle et Zeits [21] d'une part, et Krener et Isidori [117] d'autre part, avant leur généralisation par Krener et Respondek [118].

L'observateur de Luenberger étendu appliqué à une structure bilinéaire modulo une injection de sortie est développé dans la thèse de Othman [83, 84].

L'*immersion linéarisante* est une méthode proche de celle citée ci-dessus qui immerge le système non-linéaire dans un système linéaire par un changement de coordonnées préservant les propriétés d'observabilité [61, 128]. Malheureusement, si la transformation existe, les techniques d'immersion sont extrêmement délicates à manier, ce qui est la cause de leur utilisation limitée.

#### *vi) Les techniques numériques*

Des techniques numériques d'estimation, issues de la minimisation de critères d'erreur font l'objet de nouvelles recherches. Le principe des *observateurs numériques* repose sur la minimisation de l'écart entre la mesure et sa prédiction sur un horizon de temps glissant [115, 24]. Ces méthodes ont l'inconvénient d'être assez coûteuses en terme de calcul.

## IV.2 Les concepts d'estimation et d'incertitudes

Les aspects liés à l'estimation d'état sous des contraintes d'incertitudes seront traités dans cette partie. Nous tenterons d'abord d'éclaircir les aspects des incertitudes prises en compte et les solutions classiques envisageables. On abordera ensuite les systèmes coopératifs qui seront à la base du développement de l'approche d'estimation par des observateurs à intervalle. Les détails sur l'estimation d'état par intervalles seront développés en traitant différents aspects des incertitudes. Pour finir, la synthèse de ce type de capteur logiciel est appliquée sur diverses structures du modèle des boues activées développé dans le chapitre III.

### IV.2.1 Motivations

Le chapitre précédent était consacré à la procédure de modélisation permettant de transcrire sous forme d'équations mathématiques, les connaissances disponibles sur le bioprocédé d'épuration. Se pose alors une question systématique : comment exploiter cet apport théorique, afin d'améliorer les performances de l'unité de dépollution ?

Il est évident que la *qualité* de la conduite opérationnelle d'un procédé industriel est étroitement liée à la *quantité* d'informations disponibles. Or, comme il a été souligné dans le chapitre II, et à l'inverse des autres domaines, les filières de la biotechnologie sont particulièrement limitées par le manque d'une instrumentation développée permettant d'accéder aux mesures pertinentes.

L'*estimation d'état* présentée dans la section précédente s'avère, dans ce cas une réponse appropriée à la question posée dans le premier paragraphe de cette sous-section, mais aussi une solution adéquate au problème exposé dans le second paragraphe.

Cependant, un problème conséquent, inhérent aux bioprocédés, concerne la *précision* de l'information acquise. En effet, à l'inverse des procédés chimiques qui sont globalement bien maîtrisés et dont les diverses caractéristiques des processus réactionnels (paramètres stoechiométriques, concentrations à l'équilibre, taux de réaction ...) sont relativement bien définis, la connaissance des bioprocédés est limitée par la complexité spécifique aux aspects biologiques qui les caractérisent. Ces incertitudes sont susceptibles d'apparaître à différents niveaux :

- **Modèle théorique :** La complexité des dynamiques mises en jeu au cours des mécanismes de purification, a été largement précisée dans la partie consacrée à la modélisation dans le précédent chapitre. Le bilan de cette étude dévoile la dimension particulière des procédés biologiques par rapport à d'autres applications : ils font appel aux populations *microbiennes vivantes*. En pratique, l'information est issue du bilan global des réactions biochimiques. L'application des techniques de l'automatique, est par conséquent, basée sur des démarches macroscopiques de modélisation de processus microscopiques. Ceci engendre inévitablement une perte de précision plus ou moins considérable. Globalement, les études menées pour la modélisation du bassin d'aération (plus généralement le bioréacteur) ont permis d'isoler les processus chimiques et biologiques fondamentaux ayant un rôle prépondérant dans les performances de l'épuration [92, 93]. La recherche des variables les plus influentes dans les cinétiques biologiques, ainsi que des expressions mathématiques modélisant ces mécanismes, constituent le pôle d'attraction des principaux travaux récents. Ainsi, malgré le nombre élevé de fonctions évaluées dans

la littérature [11], les cinétiques biologiques représentent les termes les moins bien connus dans un modèle d'aérateur.

La modélisation des décanteurs est encore plus limitée. La nature même des processus pouvant intervenir dans les mécanismes de sédimentation, n'est pas totalement connue. Ce point est largement détaillé dans la partie (III.3). De ce fait, différents aspects du modèle du bassin de sédimentation peuvent être mal connus : les variables (notamment la concentration des boues), les flux de transfert massique entre les différentes régions du bassin (le flux de ressuspension des boues en particulier), les paramètres de décantation (vitesses de sédimentation par exemple) . . . .

Le couplage des deux modules peut aussi être la source de nouvelles incertitudes, conséquence directe de la nature différente des concentrations solides dans ces compartiments, impliquant des relations de conversion souvent mal connues entre les concentrations individuelles dans l'aérateur et la concentration agrégée dans le décanteur (voir section III.4).

- **Entrées appliquées :** À l'inverse de certains procédés biochimiques comme l'industrie pharmaceutique ou agro-alimentaire où les entrées appliquées sont connues et relativement bien maîtrisées, l'alimentation des stations d'épuration est sensible à divers facteurs extérieurs (climat, activités humaines). En outre, ses fluctuations en débit ou en concentration sont en général difficilement estimées. Bien que des bassins de stockage (bassin d'orage) soient souvent prévus pour éviter en particulier les chocs de charges en cas d'orages et assurer en général la régularité des entrées du procédé de traitement, la maîtrise pratique de ces entrées est souvent très délicate à instaurer, notamment pour les concentrations des différents composés dans l'affluent. En conséquence, une partie des entrées appliquées peut être non mesurée ou mal connue et constituera donc une perturbation pour le système.
  
- **Sorties mesurées :** Le problème des mesures a été largement détaillé dans la section (II.5) du deuxième chapitre. Sur un plan général, les moyens fiables d'analyse en ligne en biotechnologie, sont limités [28]. Pratiquement, l'instrumentation robuste se résume aux dispositifs de mesure des facteurs physico-chimiques tels que la température, les pressions, les débits, le pH, les compositions gazeuses . . . [28]. Quant aux variables biochimiques caractéristiques de l'état du bioprocédé, comme les concentrations de biomasse ou de substrat, leur mesure est difficile et la précision des grandeurs fournies par les capteurs est souvent altérée par des bruits de mesure.

La synthèse des observateurs étant basée sur les trois points évoqués ci-dessus (modèle, entrées et mesures), ces facteurs d'incertitudes sont à prendre en considération. En effet, la détérioration de la précision des mesures, l'incertitude des fluctuations des entrées ou la limitation des connaissances sur le comportement dynamique du bioprocédé risquent de compromettre considérablement les performances d'estimation.

Une solution adéquate pour surmonter ces difficultés, peut provenir de l'approche stochastique comme le filtrage (voir la section IV.2.3). Mais l'objectif de cette thèse est de proposer une nouvelle approche déterministe de l'observation d'état tenant compte des incertitudes, en imposant des bornes connues sur les grandeurs incertaines.

### IV.2.2 Caractérisation des incertitudes

Du point de vue de la modélisation, quels que soient les objectifs fixés et les efforts consacrés au cours de cette étape, il ne faut pas perdre de vue qu'il est illusoire de vouloir reproduire intégralement la réalité sous forme d'équations mathématiques. Une représentation théorique d'un processus réel, éventuellement complexe et raffinée, restera une approximation plus ou moins précise, entachée inévitablement d'erreurs. D'autre part, du point de vue de l'estimation, la qualité de l'information associée à une mesure dépend de la fiabilité de la chaîne d'instrumentation mise en place. Ces parties mal connues ou non mesurées sont perçues comme des perturbations incontournables dans la procédure de modélisation ou de synthèse de l'observateur. Toute la difficulté réside dans la "quantification" de la perte de performances engendrée par le manque de connaissance ou de précision.

Cette quantification des grandeurs incertaines est évidemment une opération périlleuse, souvent négligée. Les procédures théoriques de modélisation et de synthèse d'observateur ou de contrôleur sont alors abordées d'une manière déterministe. On suppose dans ce cas que le modèle est suffisamment précis et que l'influence des dynamiques mal connues dans la gamme de conditions de fonctionnement n'ont pas une grande conséquence sur son comportement. On considère aussi que l'observateur établi est en général assez robuste au bruit de mesure et que les entrées sont bien connues. Par ailleurs, les corrections liées aux incertitudes peuvent être apportées dans la partie finale de synthèse de loi de commande. Parmi les spécifications du cahier de charge d'un contrôleur, figure souvent la compensation des perturbations négligées dans les étapes antérieures à la phase de commande.

Bien qu'il soit impossible de connaître exactement les différentes perturbations inconnues susceptibles d'intervenir, il est toutefois possible, moyennant la disponibilité d'un minimum d'informations, d'esquisser une description qualitative de ces incertitudes. Basée sur des hypothèses statistiques, l'approche stochastique tente de mettre en évidence certaines propriétés des termes mal connus, en définissant des relations probabilistes entre ces variables aléatoires (corrélation, distribution ...). Les états non mesurés sont alors considérés comme variables aléatoires, l'objectif de l'estimation étant dans ce cas la détermination de leurs caractéristiques statistiques. Le modèle est développé en terme de processus aléatoire et les observateurs qui en découlent sont issus de la théorie du filtrage. La question qui revient est : comment définir les caractéristiques stochastiques (fonction densité, moyenne, variance ...) des diverses incertitudes interprétées comme variables aléatoires ?

La solution largement imposée dans la théorie du filtrage consiste à modéliser les termes de perturbation dans les équations dynamiques par des processus de type bruit blanc gaussien. Ce choix est dicté d'une part, par une raison de simplicité : d'autres modélisations plus "élaborées" des incertitudes pouvant en effet, conduire à des structures trop complexes ; d'autre part, par une raison de validation : le manque de données limitent malheureusement souvent la vérification des hypothèses statistiques.

Les hypothèses sur l'aspect aléatoire des termes incertains sont pratiquement assez délicates à vérifier. S'il est difficile de déterminer une fonction mathématique précise, décrivant la dépendance entre le taux de croissance d'une population de micro-organismes et le substrat consommé par exemple, il est encore beaucoup plus délicat de confirmer le caractère aléatoire de ce terme de croissance. Des considérations biologiques imposent des contraintes difficiles à vérifier dans le cadre stochastique (croissance nulle en l'absence de substrat par exemple).

La caractéristique biologique du procédé des boues activées implique naturellement que les différentes incertitudes qui peuvent apparaître aient la particularité d'être bornées à bornes connues. La question qui s'impose à nouveau dans ce cas, est : en l'absence de données statistiques bien précises, comment retrouver les bornes d'incertitudes qui évoluent dynamiquement ? Fondamentalement, cette problématique n'est pas entièrement différente de la précédente concernant les caractéristiques stochastiques des grandeurs incertaines. Il faut noter toutefois que l'approche des incertitudes bornées donne plus de flexibilité en associant l'aspect déterministe (dynamiques connues des bornes supérieures et inférieures) à l'aspect stochastique (intervalle de confiance). L'exemple du taux de croissance mal connu peut alors être traité en fixant deux fonctions limites qui garantissent que les cinétiques de croissance sont limitées par ces deux fonctions.

On peut rencontrer trois types d'incertitudes sur un procédé comme celui des boues activées :

- **Incertaines structurelles** : elles sont liées au manque de connaissance des processus biochimiques complexes qui entrent en jeu. Ces perturbations sont introduites pendant la phase de modélisation (dynamiques négligées, expression indéterminée ...). Ainsi, si on note  $\mu(p)$  le taux de croissance d'une population bactérienne, où  $p$  est le vecteur regroupant les grandeurs influençant la fonction de croissance, alors, si sa structure est mal connue, mais n'en dispose néanmoins d'informations sur ses valeurs limites, on peut envisager de fixer deux fonctions  $\mu^+$  et  $\mu^-$  qui vérifient :

$$\mu^-(p) \leq \mu(p) \leq \mu^+(p) ; \quad \forall p \quad (\text{IV.16})$$

Si par exemple, la structure est plus ou moins précise mais qu'une partie des paramètres  $p$  soit mal connue ( $p_1$  incertain avec  $p_1^- \leq p_1 \leq p_1^+$  et  $p_2$ ,  $p_1^-$  et  $p_1^+$  connus), alors sous des conditions de monotonie, l'incertitude peut être exprimée sous cette forme :

$$\mu(p_1^-, p_2) \leq \mu(p_1, p_2) \leq \mu(p_1^+, p_2) \quad (\text{IV.17})$$

- **Incertaines environnementales** : elles sont déterminées par les interactions entre le procédé et les divers facteurs extérieurs. Le flux des eaux résiduaires par exemple, est soumis à des fluctuations dépendant des activités industrielles et domestiques mais aussi des conditions climatiques. S'il est assez difficile de cerner le comportement de ces fluctuations, il est en revanche, plus simple d'identifier à partir de différents jeux de données établis dans diverses conditions opérationnelles, une esquisse des variations maximales et minimales des tendances dynamiques du débit de l'affluent à l'entrée de la station d'épuration. Par exemple, la configuration d'une charge journalière typique d'une station d'épuration de taille moyenne est schématisée dans [81]. Par ailleurs, Eckenfelder [55] indique dans son article les valeurs maximales et minimales des conditions de charge d'une variante du PBA.
- **Incertaines des mesures** : elles sont liées aux erreurs intervenant dans la procédure de mesure. Suivant les références de qualité du capteur en question (précision, reproductibilité ...), il est possible à partir des mesures fournies, de déduire les valeurs sûres des bornes extrêmes garantissant l'encadrement de ces mesures susceptibles d'être corrompues au cours de leur transfert dans la chaîne de traitement des signaux mesurés.

### IV.2.3 Approches d'estimation en présence des incertitudes

Des approches ont été développées dans le domaine de l'estimation d'état en tenant compte de certains aspects particuliers des incertitudes.

#### a) Observation avec entrées inconnues

Durant ces dernières années, un effort considérable a été consacré à la synthèse des observateurs linéaires dans les cas où les entrées du système ne sont pas mesurées. Les premiers travaux tenaient compte d'une certaine connaissance a priori de ces entrées mal connues, permettant ainsi une modélisation des entrées [100]. Une approche plus rigoureuse de synthèse d'un observateur réduit dans le cas d'entrées complètement inconnues est proposée dans [201]. Le principe de cette procédure repose sur l'étude des propriétés structurelles des systèmes linéaires pour retrouver les conditions assurant le découplage entre les estimées et les entrées inconnues. Des structures plus complètes d'observateurs ont été développées. Les conditions d'existence d'un observateur d'ordre plein (même dimension que le modèle) sont citées dans [42]. Une structure généralisée d'un observateur à entrées inconnues a été développée [32].

La principale limitation de ces méthodes est qu'elles se résument au cas linéaire.

#### b) Filtrage linéaire

Le filtrage est une approche d'estimation stochastique basée sur le principe que les perturbations affectant le modèle obéissent à une certaine loi de probabilité et peuvent être représentées par une variable aléatoire fonction du temps appelée processus stochastique. Ces perturbations mal connues sont modélisées par des termes additifs au niveau des équations dynamiques du modèle supposé linéaire. Les caractéristiques stochastiques des incertitudes étant connues (densité de probabilité, moyenne, variance . . .), la théorie du filtrage optimal [68] a pour objectif de fournir la "meilleure" estimée des variables non mesurées à partir de données obtenues dans un environnement bruité. Le terme "meilleure" signifiant dans ce cas que l'erreur d'estimation est minimale par rapport à un critère donné (minimiser la variance asymptotique de l'erreur par exemple). Pour atteindre cet objectif, l'idée de l'approche probabiliste repose sur la propagation des densités de probabilité des variables non mesurées, conditionnées par la connaissance des mesures provenant du procédé.

Un filtre optimal développé dans l'approche fréquentielle est celui du *filtre de Wiener* où les mesures et les estimées sont supposées gaussiennes stationnaires de moyenne nulle. La fonction de transfert du filtre de Wiener est alors déduite du spectre de la mesure bruitée ainsi que de la densité spectrale croisée caractérisant la relation statistique entre l'estimée non mesurée et la mesure disponible [202].

Par opposition à la méthode précédente qui est fréquentielle, l'approche de Kalman du problème du filtrage est temporelle [107, 108]. Sous les conditions d'un modèle linéaire avec perturbations additionnelles de type bruit blanc gaussien, le *filtre de Kalman* se révèle optimal au sens du minimum de variance de l'erreur. Un exemple est repris dans la section (IV.1.3).

Une autre approche stochastique inspirée du filtre de Kalman est appelée estimateur RPE (Recursive Prediction Error). Ce filtre est de conception légèrement différente dans le sens où l'estimation des paramètres est découplée de celle des variables d'état et effectuée de manière

réursive de façon à minimiser un critère quadratique de l'erreur de mesure (erreur entre la prédiction du modèle et la sortie mesurée). Quant à l'estimation d'état, elle est obtenue par un filtre de Kalman. Des applications des deux techniques de filtrage sur des bioprocédés sont développées dans la thèse [60].

Mais en dehors du fait qu'elle nécessite la connaissance des caractéristiques des bruits, la principale limitation de cette théorie est que si elle est optimale dans le cas linéaire, il n'existe malheureusement pas de théorie générale applicable dans le cas non-linéaire. Le filtre de Kalman étendu est une extension du filtre de Kalman standard, appliqué au modèle non-linéaire, linéarisé autour des points estimés (linéarisation dynamique) [11, 28]. Mais les propriétés du filtre linéaire ne sont pas préservées et l'estimateur n'est optimal que localement. D'autre part, la synthèse du filtre étant basée sur le linéarisé, sa stabilité et sa convergence ne sont plus garanties.

Par ailleurs, ces méthodes de filtrage ont été conçues pour une classe d'incertitudes, caractérisée par des bruits additifs au niveau des équations d'état et de sortie et dont les caractéristiques stochastiques sont connues.

### c) Estimation robuste

Afin d'éviter le recours aux hypothèses statistiques sur les bruits, souvent difficiles à valider, une autre approche d'estimation déterministe tenant compte de classes d'incertitudes plus générales a été développée dans le cas linéaire en s'inspirant des techniques robustes  $H_\infty$  et en exploitant la dualité entre les problèmes d'estimation et les problèmes de contrôle. La théorie du filtrage optimal a pour objectif la synthèse d'un observateur robuste atténuant l'effet des perturbations sur l'erreur d'estimation. Ces perturbations pouvant être engendrées par des bruits additifs (mesures bruitées par exemple), mais aussi par d'autres incertitudes structurelles intervenant dans la paramétrisation du modèle (dynamiques négligées ou paramètres incertains par exemple).

Nous nous attarderons sur cette théorie en détaillant son application à un cas assez simple. Considérons le système autonome invariant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A x(t) + B w(t) ; & x(0) = x_0 \\ y(t) = C x(t) \end{cases} \quad (\text{IV.18})$$

où  $x$  est le vecteur d'état à estimer,  $y$  les sorties mesurées et  $w$  les perturbations mal connues.

Le problème à résoudre est le suivant : trouver une stratégie d'estimation optimale  $\hat{x}(t) = T_x(y(t))$  qui minimise suivant un critère donné l'opérateur  $T_w$  qui lie les perturbations  $w$  à l'erreur d'estimation  $e = x - \hat{x}$ . Une représentation simple est illustrée dans l'espace fréquentiel :

$$E(s) = T_w(s) W(s) \quad (\text{IV.19})$$

où  $E(s)$  et  $W(s)$  sont respectivement les transformées de Laplace de  $e(t)$  et  $w(t)$ .  $T_w(s)$  est la matrice de transfert entre la perturbation et l'erreur de filtrage.

Un moyen naturel d'estimer les performances d'un filtre consiste à analyser son effet sur le signal d'erreur en termes de norme. La synthèse de l'estimateur robuste  $H_2$  est basée sur la



minimisation d'un critère quadratique de l'erreur au sens de la norme  $L_2$ . Si la perturbation  $w$  est supposée un bruit blanc à moyenne nulle et à variance  $\sigma$ , alors la variance asymptotique de l'erreur d'estimation est exprimée sous la forme :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E(\|e(t)\|_2) = \|T_w\|_2 \sigma \quad (\text{IV.20})$$

où  $\|\cdot\|_2$  indique la norme quadratique  $L_2$  et  $\|T_w\|_2$  est la norme  $H_2$  de  $T_w$ .

Par conséquent la synthèse du filtre consiste à minimiser la norme  $H_2$  de  $T_w$ . L'estimateur obtenu est équivalent au filtre optimal de Kalman. Ainsi, le filtrage classique de Kalman abordé dans la partie précédente, était identifié plus tard comme le filtrage  $H_2$  où la norme  $L_2$  de l'erreur est minimisée sous l'hypothèse que les caractéristiques du bruit sont connues [4]. Mais comme il a été mentionné, ces méthodes de filtrage ne sont efficaces que pour une classe d'incertitudes modélisée par des termes stochastiques additifs dont les caractéristiques statistiques sont connues.

Récemment, l'intérêt s'est porté sur le filtrage  $H_\infty$  qui traite des incertitudes plus générales (on suppose uniquement un bruit stationnaire de variance bornée). Les propriétés standards de la norme  $H_\infty$  aboutissent à l'inégalité [113] :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E(\|e(t)\|_2) \leq \|T_w\|_\infty E(\|w(t)\|_2) \quad \forall t \geq 0 \quad (\text{IV.21})$$

où  $\|T_w\|_\infty = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \bar{\sigma}(T_w(j\omega))$  est la norme  $H_\infty$  ( $\bar{\sigma}(\cdot)$  indique la plus grande valeur singulière de la matrice).

L'expression (IV.21) montre que la norme  $H_\infty$  de  $T_w$  fournit une estimation de l'amplification maximale de la variance. La synthèse du filtre robuste consiste donc à minimiser cette norme.

Ce problème posé dans le domaine fréquentiel sous des conditions stochastiques peut être transposé dans le domaine temporel sous des conditions déterministes. Le principe fondamental de ce type de problème d'optimisation, consiste à fixer un paramètre positif  $\gamma$  pour construire un observateur  $\hat{x}(t) = T_x(y(t))$  assurant l'inégalité suivante [10] :

$$\sup_w \int_0^\infty \|e(t)\|_2 - \gamma^2 \|w(t)\|_2 dt \leq 0. \quad (\text{IV.22})$$

La condition (IV.22) représente le cas le plus défavorable correspondant à la robustesse de l'erreur d'estimation  $e$  vis-à-vis de la perturbation  $w$ . S'il existe une solution optimale (solution de l'équation de Riccati), alors les dynamiques de l'erreur sont décrites par l'équation :

$$\dot{e} = A_\gamma e + B_\gamma w \quad (\text{IV.23})$$

$A_\gamma$  étant stable (la partie réelle des valeurs propres est négative) et sous la condition que la perturbation  $w$  appartienne à  $L_2$  (ce qui implique  $w(t) \rightarrow 0$  quand  $t \rightarrow \infty$ ), l'erreur d'estimation  $e$  est bornée et converge exponentiellement (vitesse de convergence réglable) vers zéro.

Le filtrage  $H_\infty$  a montré des performances plus satisfaisantes que les techniques  $H_2$  comme les filtres standards de Kalman ou de Wiener (une comparaison est effectuée sur un exemple présenté dans [52]). En pratique, les perturbations influençant les systèmes dynamiques sont

la combinaison de bruits additifs avec des propriétés statistiques connues et d'incertitudes structurelles mal connues. L'approche d'estimation couplée  $H_2/H_\infty$  a donc été utilisée afin d'atténuer les effets des deux classes de perturbations [113, 125].

Divers schémas d'estimation  $H_\infty$  ont été développés, traitant différents aspects : les systèmes temps variant, continus, discrets, stochastiques (jeux différentiels). Une étude détaillée des ces problèmes, appuyée par des exemples, est explicitée dans [171]. Une revue bibliographique sur l'évolution des méthodes d'estimation robuste est reprise dans l'article [23].

Cependant, les incertitudes intervenant dans les procédés biologiques n'appartiennent pas forcément à l'espace  $L_2$  (par exemple une cinétique de croissance bactérienne mal connue) et la méthode citée ci-dessus n'assure plus la bornitude de l'erreur d'observation pour cette classe de perturbations. Des recherches récentes en estimation  $H_\infty$  ont été axées sur le filtrage optimal en présence de perturbations inconnues mais bornées au sens de la norme  $L_\infty$  [197]. Les méthodes proposées sont limitées par leur complexité. Notons enfin que toutes ces techniques de filtrage robuste sont basées sur une approche linéaire.

On s'intéressera dans ce qui suit, à un type d'incertitudes inconnues mais bornées, en présentant une autre approche sur l'estimation par intervalles avec une extension aux modèles non-linéaires.

#### d) Estimation par réseaux de neurones

En l'absence de données suffisamment riches permettant une caractérisation poussée des aspects quantitatifs des systèmes étudiés, l'approche des réseaux de neurones intégrant une certaine connaissance qualitative a suscité un grand intérêt dans différentes disciplines, notamment en théorie du contrôle. Cette approche a atteint sa maturité au début des années 1990, avec le développement des premières applications pratiques et l'évolution des interactions avec d'autres disciplines voisines (logique floue, science cognitive ...) [145].

Un grand nombre de travaux a été développé depuis, traitant particulièrement de l'estimation d'état, parmi lesquels nous pouvons citer les articles suivants [160, 157, 205]. Ce type d'observateurs modélisés en "boîte noire" peut, dans certains cas, être envisagé comme solution possible pour palier les diverses incertitudes citées auparavant. Les performances de tels estimateurs dépendront de la procédure d'apprentissage ainsi que du choix de la structure des réseaux neuronaux. Malheureusement, en dépit de leur développement considérable ces dernières années, ces méthodes restent empiriques et très sensibles aux conditions opérationnelles ; aussi, il est difficile d'assurer l'efficacité de tels estimateurs face à d'autres conditions inconnues, ignorées au cours de l'apprentissage.

### IV.3 Principe des observateurs à intervalles

Le problème classique de l'estimation d'état se pose théoriquement de la façon suivante : comment reconstruire les valeurs exactes des grandeurs inconnues non mesurées à l'instant courant  $t$  à partir à la fois des observations passées (antérieures à l'instant  $t$ ), mesurées avec précision (non bruitées), mais aussi de la connaissance (supposée parfaite) du procédé, illustrée sous forme d'un modèle mathématique ?

La précision des mesures, souvent entachées de bruit et la connaissance a priori du procédé, généralement limitée, ont été un obstacle conséquent sur le plan pratique, empêchant ainsi la reproduction des performances satisfaisantes des observateurs obtenues en simulation. Se sont alors développées différentes techniques d'estimation robuste (grand gain, observateurs asymptotiques, estimateurs  $H_\infty$  ...) ou stochastiques (filtre de Kalman, filtre de Wiener ...), chacune tenant compte de cas particuliers d'incertitudes et permettant ainsi de reconstituer avec une certaine précision (ou une certaine probabilité dans le cas stochastique) les valeurs des variables non mesurées, en dépit des aspects mal connus.

Concrètement, nous pouvons nous poser la question suivante : comment trouver un moyen simple et général, caractérisant et garantissant avec certitude (sans aucune considération statistique) la qualité des estimations en tenant compte des informations partielles disponibles sur les grandeurs mal connues ?

En dépit des différentes hypothèses possibles sur les grandeurs incertaines, celles susceptibles d'affecter les procédés biologiques ont une caractéristique commune (et certaine) d'être le plus souvent au moins bornées. À défaut d'évaluer les propriétés statistiques de ces incertitudes, il est toutefois possible dans certains cas d'estimer leurs valeurs extrêmes.

L'objectif de notre étude est de présenter une procédure explicite pour estimer les bornes dynamiques garantissant les limites de variation des grandeurs non mesurées. S'appuyant sur les informations précises disponibles, ainsi que sur les bornes connues des incertitudes fixées a priori, les nouveaux observateurs que nous appellerons *estimateurs à intervalles* sont amenés à fournir à chaque instant une estimation des intervalles contenant "avec certitude" les valeurs inconnues des états non mesurés, à défaut de reconstruire leurs valeurs numériques précises.

En effet, certaines applications comme la détection de panne dans les unités de traitement par exemple, ne nécessitent pas forcément la reconstruction exacte des variables supervisées, se contentant généralement des estimations de leur valeurs critiques maximales ou minimales. En outre, des techniques de contrôle robuste sont envisageables sur la base de la connaissance partielle se limitant aux bornes supérieures et inférieures des variations possibles des variables non mesurées.

L'idée d'utiliser des intervalles dans l'estimation remonte, à notre connaissance, aux travaux de Schweppe [168] (voir la thèse de Kieffer [114]). Dans nos travaux, nous tentons de synthétiser des estimateurs explicites.

Les définitions ci-dessus sont exprimées par le formalisme mathématique en considérant un système dynamique général :

$$(\mathcal{S}_0) \begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t), w(t)) & ; & x(t_0) = x_0 \\ y(t) = h(x(t), v(t)) \end{cases} \quad (\text{IV.24})$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $y \in \mathbb{R}^p$  est le vecteur de sortie,  $u \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur d'entrée,  $w \in \mathbb{R}^r$  et  $v \in \mathbb{R}^s$  sont les vecteurs caractérisant les incertitudes bornées,  $x_0$  est la condition initiale à l'instant initial  $t_0$ ,  $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^r \longrightarrow \mathbb{R}^n$  et  $h : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^s \longrightarrow \mathbb{R}^p$ .

Les grandeurs mal connues  $w$  et  $v$  sont considérées bornées, la connaissance partielle disponible étant dans ce cas leurs bornes supérieures et inférieures :

$$w^-(t) \leq w(t) \leq w^+(t) \quad (IV.25)$$

$$\forall t \geq t_0$$

$$v^-(t) \leq v(t) \leq v^+(t) \quad (IV.26)$$

**Remarque :** L'opérateur  $\leq$  appliqué aux vecteurs, définit des inégalités entre leurs composants (voir la remarque citée dans l'annexe G).

S'inspirant de la structure fixée du modèle ( $\mathcal{S}_0$ ) et de l'ensemble des variables connues un système dynamique auxiliaire peut alors être synthétisé sous la forme :

$$(\mathcal{O}_0) \begin{cases} \dot{z}^- = f^-(z^-, z^+, u, y, w^-, w^+, v^-, v^+) & ; & z^-(t_0) = g^-(x_0^-, x_0^+) \\ \dot{z}^+ = f^+(z^-, z^+, u, y, w^-, w^+, v^-, v^+) & ; & z^+(t_0) = g^+(x_0^-, x_0^+) \\ x^- = h^-(z^-, z^+, u, y, w^-, w^+, v^-, v^+) \\ x^+ = h^+(z^-, z^+, u, y, w^-, w^+, v^-, v^+) \end{cases} \quad (IV.27)$$

avec  $z^-, z^+ \in \mathbb{R}^q$ ,  $f^-, f^+ : \mathbb{R}^{2q} \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^{2r} \times \mathbb{R}^{2s} \longrightarrow \mathbb{R}^q$ ;  $g^-, g^+ : \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^p \longrightarrow \mathbb{R}^q$  et  $h^-, h^+ : \mathbb{R}^{2q} \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^{2r} \times \mathbb{R}^{2s} \longrightarrow \mathbb{R}^n$ .

**Définition 3 (observateur à intervalles)** *Le système ( $\mathcal{O}_0$ ) est un observateur à intervalles du système ( $\mathcal{S}_0$ ) si pour toute paire  $x_0^- \leq x_0^+$ , il existe des bornes  $z^-(t_0)$ ,  $z^+(t_0)$  telles que le système couplé ( $\mathcal{S}_0, \mathcal{O}_0$ ) vérifie :*

$$x_0^- \leq x_0 \leq x_0^+ \implies x^-(t) \leq x(t) \leq x^+(t) ; \forall t \geq t_0 \quad (IV.28)$$

En d'autres termes, à défaut de reconstruire à tout instant  $t \geq t_0$  une estimation  $\hat{x}(t)$  des états non mesurés  $x(t)$ , l'observateur à intervalles est issu du couplage de deux estimateurs fournissant chacun une sous-estimation  $x^-(t)$  et une sur-estimation  $x^+(t)$  de  $x(t)$ , correspondant respectivement aux déviations par défaut et par excès, provoquées par les influences extrêmes des incertitudes (les deux plus "mauvais" cas possibles). L'observateur en question fournit un intervalle (dynamique)  $[x^-(t) ; x^+(t)]$  contenant avec certitude la valeur inconnue  $x(t)$  (FIG. IV.2).

Bornes imposées sur les incertitudes  $U \implies$  Bornes estimées des états non mesurés  $X$

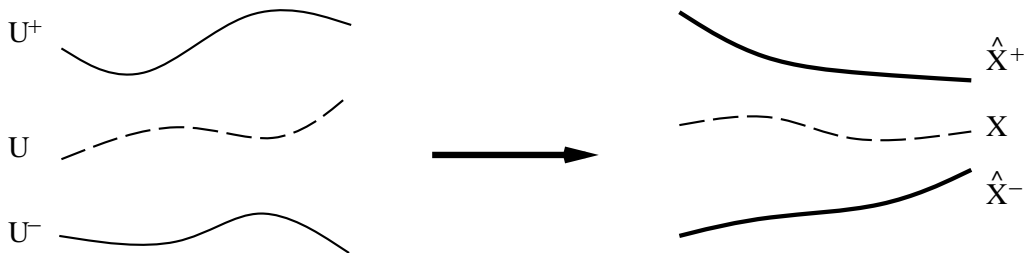


FIG. IV.2 Principe de l'estimation par intervalles en présence d'incertitudes bornées

Le principe de l'estimation par intervalles est largement abordé dans un article didactique développé par Gouzé et al. [72]. Les problèmes d'estimation des variables non mesurées ou d'identification des paramètres inconnues sont examinés pour une classe de systèmes biologiques incertains. Un exemple traité dans cette étude concerne une population de poissons (système halieutique [189]) structurée en trois stades : les larves, les juvéniles et les adultes. Le terme de ponte et d'effort de pêche sont supposés incertains mais bornés de bornes connues. À partir des mesures de la biomasse du stock adulte (généralement de plus grande taille, les adultes sont plus faciles à détecter), l'observateur à intervalles fournit des bornes encadrant de façon robuste la valeur de la biomasse des larves et des juvéniles. Des techniques similaires ont été simultanément développées par Rapaport et Harmand [163] pour des problèmes d'estimation et de régulation des bioréacteurs en présence d'incertitudes. Dans ce même contexte, un estimateur récursif, basé sur l'analyse par intervalles a été développé par Kieffer et al. [115] dans le cas discret. Son implémentation récursive permet la correction et la prédiction d'un ensemble de pavés encadrant les variables non mesurées. Cette méthode est de type algorithmique et n'utilise pas la construction explicite d'observateurs décrits par des équations différentielles.

Le problème qui se pose est le suivant : quelles sont les conditions qui assurent à tout instant, la bornitude des variables non mesurées par les estimations de l'observateur à intervalles ? Il est en difficile de proposer un formalisme précis spécifiant les conditions assurant des bornes pour les valeurs non mesurées dans un cadre général. En outre, la structure de l'observateur par intervalle dépendra non seulement du modèle et des mesures disponibles, mais aussi des aspects diversifiés des incertitudes bornées, prises en compte.

Nous tenterons de répondre à la question posée ci-dessus en appliquant les techniques d'estimation par intervalles au procédé des boues activées développé au cours du chapitre III. L'étude de modèles particuliers de ce procédé, permettra de mettre en relief les divers points pertinents.

## IV.4 Application des observateurs à intervalles au PBA

Cette approche est d'abord introduite sur une structure simple du modèle PBA. Dans un premier temps, un observateur asymptotique à intervalles est synthétisé. Nous tenterons ensuite d'améliorer la convergence en introduisant des gains. Une autre étude sera orientée vers l'influence des mesures disponibles sur la précision des intervalles estimés en considérant un modèle plus complexe. Enfin, d'autres cas liés à divers aspects d'incertitudes seront exposés.

### IV.4.1 Estimation asymptotique par intervalles

Nous développerons en détails la procédure aboutissant à une structure générale d'un estimateur à intervalles dans le cas où les entrées sont incertaines mais bornées et dont les bornes dynamiques sont supposées connues.

Une étude comparative similaire entre un observateur exponentiel et un estimateur à intervalles validée expérimentalement. Les applications ont été effectuées par un groupe de l'INRA de Narbonne et de Montpellier (Alcaraz-Gonzalez, Genovesi, Harmand, Gonzalez, Rapaport et Steyer [3]) sur un procédé pilote de digestion anaérobie traitant les vinasses (voir chapitre suivant).

### a) Description

Le modèle général de l'unité globale aérateur/décanteur est détaillé dans le troisième chapitre, dont la structure matricielle (III.63) est explicitée en annexe (H). Nous reformulons le modèle sous la forme :

$$\dot{\zeta} = K_T \Phi_T(\zeta) + A_T(t)\zeta + B_T(t) \quad ; \quad \zeta(t_0) = \zeta_0 \quad (\text{IV.29})$$

$$\text{avec : } \left\{ \begin{array}{l} \zeta = \begin{pmatrix} S_T \\ X_T \end{pmatrix} \quad ; \quad K_T = \begin{pmatrix} K_{S_T,a} & 0 \\ K_{X_T,a} & K_{X_T,d} \end{pmatrix} \quad ; \quad \Phi_T(\zeta) = \begin{pmatrix} \phi_a(S_a, X_{C,a}, X_{N,a}) \\ \phi_d(X_{C,out}, X_{C,e}) \end{pmatrix} \\ A_T(t) = \begin{pmatrix} A_{S_T}(t)D(t) & 0 \\ 0 & A_{X_T}(t)D(t) \end{pmatrix} \quad ; \quad B_T(t) = \begin{pmatrix} B_{S_T}(t) \\ B_{X_T}(t) \end{pmatrix} \end{array} \right.$$

$$S_T = \begin{pmatrix} S_a \\ S_{out} \\ S_e \\ S_r \end{pmatrix} \quad ; \quad X_T = \begin{pmatrix} X_{C,a} \\ X_{N,a} \\ X_{C,out} \\ X_{C,e} \\ X_{C,r} \end{pmatrix}$$

où  $\zeta \in \mathbb{R}^{n_T}$  représente le vecteur regroupant toutes les concentrations des divers composés ( $n_s$  concentrations solubles,  $n_x$  composés carbonés insolubles et un composé azoté insoluble) dans les différents compartiments du procédé (aérateur, clarificateur, zones d'épaississement et de compression des boues),  $n_T = 4(n_s + n_x) + 1$  représente le nombre total des composés mis en jeu dans l'unité globale,  $\zeta_0$  étant la condition initiale à l'instant initial  $t_0$ .

$\Phi_T : \mathbb{R}^{n_T} \rightarrow \mathbb{R}^{m_T}$  définit le vecteur des  $m$  taux de réaction dans le bioréacteur (dépendant uniquement de  $S_a$ ,  $X_{C,a}$  et  $X_{N,a}$ ), ainsi que les  $3n_x$  fonctions liées aux mécanismes de sédimentation et de ressuspension des boues dans le décanteur (dépendant uniquement de  $X_{C,out}$  et  $X_{C,e}$ ),  $m_T = m + 3n_x$  représente le nombre total des processus biochimiques ou physiques dans les deux bassins.

$K_T \in \mathbb{R}^{n_T \times m_T}$  représente la matrice des coefficients stoechiométriques et des paramètres structurels du décanteur, la matrice  $A_T(t) \in \mathbb{R}^{n_T \times n_T}$  caractérise les non-linéarités entre les variables d'état et le vecteur  $B_T(t) \in \mathbb{R}^{n_T}$  regroupe les entrées du système.

Revoir les sections (III.2.2, III.3.3, III.4.3, III.4.4 et III.4.5) pour plus de détails sur les divers termes de l'équation (IV.29).

**Remarque :** La structure (IV.29) est sous la forme du modèle dynamique général proposé dans [11]. Cependant, notons qu'en plus de décrire les cinétiques biologiques  $\phi_a(\cdot)$  ainsi que les dynamiques de transfert de matières engendrées par les débits, le modèle (IV.29) inclut également les mécanismes physiques non-linéaires  $\phi_d(\cdot)$  liés à la décantation des boues dans le décanteur où les processus biologiques sont supposés négligeables. Par conséquent, bien que le formalisme développé dans la partie suivante sur l'estimation par intervalles concerne le cas particulier du procédé des boues activées, les résultats obtenus sont valables dans un cadre plus général que le bioréacteur.

## b) Objectifs

Le but de cette étude est d'introduire une procédure générale sur la synthèse d'un observateur asymptotique à intervalles en considérant les deux points suivants :

- L'estimation des bornes des variables non mesurées doit être réalisée indépendamment de la structure des non-linéarités regroupées dans la matrice  $\Phi_T(\zeta)$ .
- L'observation des intervalles de variation des états non mesurés doit tenir compte des conditions d'incertitude supposées bornées, pouvant affecter le vecteur d'entrée  $B_T(t)$ .

## c) Hypothèses

La procédure de synthèse de l'observateur à intervalles est basée sur les hypothèses suivantes :

- H<sub>1</sub> Les coefficients stoechiométriques de la matrice  $K_T$  sont connus,  $p$  étant le rang de  $K_T$ . Mais les termes non-linéaires du vecteur  $\Phi_T(\zeta)$  regroupant les cinétiques biologiques de métabolisme dans le bioréacteur ainsi que les mécanismes physiques de sédimentation dans le décanteur sont inconnus.
- H<sub>2</sub> Les termes de la matrice  $A_T(t)$  liés au transfert liquide entre les compartiments du PBA sont connus (par mesure ou par choix de l'utilisateur).
- H<sub>3</sub> Le nombre  $q$  des composés mesurés en ligne notés  $\zeta_1$ , est supérieur ou égal au rang de  $K_T$  ( $q \geq p$ ). Le bruit de mesure n'est pas pris en compte.
- H<sub>4</sub> Le vecteur  $B_T(t)$  regroupant les entrées du système ainsi que les termes de transfert gazeux peut contenir des incertitudes dont les bornes sont connues :  
 $B_T^-(t) \leq B_T(t) \leq B_T^+(t)$  où  $B_T(t)$  est inconnu mais  $B_T^-(t)$  et  $B_T^+(t)$  sont connus.
- H<sub>5</sub> Des bornes  $\zeta_{2,0}^-$  et  $\zeta_{2,0}^+$  des conditions initiales du vecteur d'état non mesuré noté  $\zeta_2$ , sont connues ( $\zeta_{2,0}^- \leq \zeta_{2,0} \leq \zeta_{2,0}^+$ )

## d) Équations

La synthèse de l'observateur asymptotique à intervalles s'effectue en deux étapes :

### i) Élimination des cinétiques non-linéaires inconnues

Basé sur un changement de variables linéaire présenté dans [11, 34], le modèle dynamique général (IV.29) peut être transformé en deux sous-systèmes séparant ainsi explicitement les dynamiques de transport de nature linéaire des cinétiques de réaction et de sédimentation de nature non-linéaire.

Le principe de la procédure de transformation est basé sur l'hypothèse (H<sub>3</sub>). On peut définir une partition de  $K_T$  :

$$\begin{pmatrix} K_a \\ K_b \end{pmatrix} = P K_T \quad (\text{IV.30})$$

où  $P \in \mathbb{R}^{n_T \times n_T}$  est une permutation élémentaire de lignes choisie tel que  $K_a \in \mathbb{R}^{p \times m_T}$  est une sous-matrice de  $K_T$  de rang plein  $p$  (partition régulière),  $K_b \in \mathbb{R}^{n_t - p \times m}$ .

Les partitions induites de  $\zeta$ ,  $B_T$  et  $A_T$  sont les suivantes :

$$\begin{pmatrix} \zeta_a \\ \zeta_b \end{pmatrix} = P \zeta_T \quad ; \quad \begin{pmatrix} B_a \\ B_b \end{pmatrix} = P B_T \quad ; \quad \begin{pmatrix} A_{aa} & A_{ab} \\ A_{ba} & A_{bb} \end{pmatrix} = P A_T P^{-1} \quad (\text{IV.31})$$

où  $\zeta_a, B_a \in \mathbb{R}^p$ ,  $\zeta_b, B_b \in \mathbb{R}^{n_T-p}$ ,  $A_{aa} \in \mathbb{R}^{p \times p}$ ,  $A_{ab} \in \mathbb{R}^{p \times (n_T-p)}$ ,  $A_{ba} \in \mathbb{R}^{(n_T-p) \times p}$  et  $A_{bb} \in \mathbb{R}^{(n_T-p) \times (n_T-p)}$ .

Le modèle initial (IV.29) peut être réécrit sous forme de deux sous-systèmes :

$$\dot{\zeta}_a = K_a \Phi_T(\zeta) + A_{aa}(t)\zeta_a + A_{ab}(t)\zeta_b + B_a(t) \quad ; \quad \zeta_a(t_0) = \zeta_{a,0} \quad (\text{IV.32})$$

$$\dot{\zeta}_b = K_b \Phi_T(\zeta) + A_{ba}(t)\zeta_a + A_{bb}(t)\zeta_b + B_b(t) \quad ; \quad \zeta_b(t_0) = \zeta_{b,0} \quad (\text{IV.33})$$

Soit la transformation linéaire  $T$  :

$$\begin{pmatrix} Z_a \\ Z_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_p & O_{p \times (n_T-p)} \\ T_a & T_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \zeta_a \\ \zeta_b \end{pmatrix} = TP\zeta \quad (\text{IV.34})$$

où  $I_p$  est la matrice identité d'ordre  $p$  et  $O_{p \times (n_T-p)}$  est la matrice zéro de dimension  $p \times (n_T-p)$ .  $T_a \in \mathbb{R}^{(n_T-p) \times p}$  et  $T_b \in \mathbb{R}^{(n_T-p) \times (n_T-p)}$  vérifiant la relation suivante :

$$T_a K_a + T_b K_b = 0 \quad (\text{IV.35})$$

$K_a$  étant de rang plein, la solution du problème algébrique (IV.35) permet de fixer les composants de  $T_b$  par un choix arbitraire et de calculer  $T_a = -T_b K_b K_a^{-1}$ , où  $K_a^{-1}$  est la pseudo-inverse (non unique) de  $K_a$ . Une solution possible est donnée par le choix ci-dessous :

$$T_a = -K_b K_a^{-1} \quad (\text{IV.36})$$

$$T_b = I_{n_T-p} \quad (\text{IV.37})$$

Ainsi, si on considère les nouvelles variables :

$$\begin{pmatrix} Z_a \\ Z_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \zeta_a \\ T_a \zeta_a + \zeta_b \end{pmatrix} \quad (\text{IV.38})$$

alors le modèle initial (IV.29) peut être décrit par les deux sous-systèmes suivants :

$$\dot{Z}_a = K_a \Phi_T(Z_a, Z_b - T_a Z_a) + (A_{aa} - A_{ab} T_a) Z_a + A_{ab} Z_b + B_a(t) \quad (\text{IV.39})$$

$$\dot{Z}_b = (T_a A_{aa} + A_{ba} - (T_a A_{ab} + A_{bb}) T_a) Z_a + (T_a A_{ab} + A_{bb}) Z_b + T_a B_a(t) + B_b(t) \quad (\text{IV.40})$$

En conclusion, si on choisit un vecteur  $\zeta_a$  de dimension  $p$  comme sous-vecteur du vecteur des mesures  $\zeta_1$  de dimension  $q$  ( $p \leq q$ ) et un vecteur  $\zeta_b$  de dimension  $(n_T - p)$  regroupant les variables non mesurées  $\zeta_2$  et le sous-vecteur des mesures non utilisées dans l'estimation, alors il est possible de synthétiser un observateur asymptotique d'ordre réduit pour l'estimation des variables d'état du vecteur  $\zeta_b$ .

Si on introduit une nouvelle notation  $Z = Z_b = T_a \zeta_a + \zeta_b$ , alors la structure de l'observateur se présente sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{Z}} = A_1(t)\hat{Z} + A_2(t)\zeta_a + T_a B_a(t) + B_b(t) \\ \hat{Z}(t_0) = \hat{\zeta}_{b,0} + T_a \zeta_{a,0} \\ \hat{\zeta}_b = \hat{Z} - T_a \zeta_a \end{cases} \quad (\text{IV.41})$$



$$\text{avec : } \begin{cases} A_1(t) = T_a A_{ab}(t) + A_{bb}(t) \\ A_2(t) = T_a A_{aa}(t) + A_{ba}(t) - (T_a A_{ab}(t) + A_{bb}(t)) T_a \end{cases}$$

### Remarques :

- R<sub>1</sub> La structuration de l'observateur permet de reconstruire les variables non mesurées en utilisant uniquement  $p$  mesures  $\zeta_a$  de l'ensemble des  $q$  mesures disponibles  $\zeta_1$  ( $p \leq q$ ). Par conséquent, le capteur logiciel (IV.41) fournit  $(n_T - p)$  estimées  $\zeta_b$  contenant les  $(n_T - q)$  variables non mesurées  $\zeta_2$  ainsi que les  $(q - p)$  mesures non utilisées au cours de l'estimation. Dans ce qui suit, on considérera  $\zeta_a$  comme le vecteur de mesures et  $\zeta_b$  comme le vecteur des états estimés.
- R<sub>2</sub> Dans le cas particulier où  $K_T$  est de rang plein ( $p = m_T$ ), alors on peut synthétiser un observateur réduit d'ordre inférieur, permettant d'estimer uniquement les  $(n_T - q)$  variables non mesurées ( $\zeta_b = \zeta_2$ ) en utilisant l'ensemble des  $q$  mesures disponibles ( $\zeta_a = \zeta_1$ ). La structure de l'observateur est identique à l'expression (IV.41) mais les dimensions changent en remplaçant  $p$  par  $q$  ( $q \geq p$ ).
- R<sub>3</sub> L'estimation étant asymptotique dans ce cas, la condition d'observabilité n'est pas nécessaire pour la synthèse de l'observateur. Ladans ce qui suit propriété de détectabilité (voir section IV.1.2) est suffisante. Cette condition est équivalente au problème de stabilité explicité ci-dessous.

Le comportement dynamique de l'erreur d'estimation  $E = \zeta_b - \hat{\zeta}_b$  est régi par l'équation indiquée ci-dessous :

$$\dot{E} = A_1(t)E \quad ; \quad E(t_0) = \zeta_b(t_0) - \hat{\zeta}_b(t_0) \quad (\text{IV.42})$$

Par conséquent, l'observateur réduit (IV.41) converge asymptotiquement vers les variables non mesurées si le système linéaire non-stationnaire (IV.42) vérifie des conditions de stabilité. Cependant, les conditions de stabilité des systèmes non-linéaires et non-stationnaires sont en générale suffisantes et non nécessaires contrairement au cas linéaire stationnaire où la condition sur les valeurs propres est nécessaire et suffisante. Un exemple de résultat théorique sur la stabilité d'un système non-stationnaire est résumé dans le théorème ci-dessous.

### **Théorème 1 (Stabilité des systèmes linéaires non-stationnaires [11])**

*S'il existe une constante positive  $\varepsilon_1$ , telle que pour tout  $t \geq t_0$  toutes les valeurs propres de  $A_1(t)$  ont une partie réelle négative inférieure ou égale à  $-\varepsilon_1$ , alors il existe une autre constante positive  $\varepsilon_2$  tel que l'état d'équilibre  $E = 0$  du système (IV.42) est exponentiellement stable si :*

$$\left\| \frac{dA_1(t)}{dt} \right\| \leq \varepsilon_2 \quad \forall t \geq t_0 \quad (\text{IV.43})$$

En d'autres termes si les variations de la matrice  $A_1(t)$  sont suffisamment bornées et si  $A_1(t)$  est Hurwitz pour tout  $t \geq t_0$  alors on peut monter la convergence asymptotique. Malheureusement, le choix de  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$  n'est pas déterminé et le théorème ne fournit pas de conditions suffisantes explicites. Il existe d'autres critères plus adaptés, basé principalement sur les fonctions de Lyapunov [203, 195]. Des résultats de stabilité basés sur l'approche par normes vectorielles associées au principe de comparaison/majoration sont appliqués à une classe de systèmes (systèmes pseudo-majorants non homogènes) [27]. Dans la section suivante, nous aborderons l'analyse de la stabilité des systèmes non-stationnaires en nous basant sur les propriétés de la coopérativité.

## ii) Conditions de coopérativité

Considérons de nouvelles hypothèses :

- H<sub>5</sub>' En tenant compte de la remarque R<sub>1</sub>, l'hypothèse H<sub>5</sub> est équivalente à la condition  $\zeta_{b,0}^- \leq \zeta_{b,0} \leq \zeta_{b,0}^+$
- H<sub>6</sub> Il existe une transformation  $T_a$  qui vérifie la condition (IV.36) et tel que  $A_1(t)$  soit une matrice coopérative (éléments hors-diagonaux positifs).
- H<sub>7</sub> Il existe une matrice  $A_m$  coopérative de type Hurwitz (stable) tel que  $A_1(t) \leq A_m$ ,  $\forall t \geq t_0$  (inégalités membre à membre).
- H<sub>8</sub> L'amplitude des incertitudes des entrées est bornée. Il existe alors des vecteurs constants  $B_{a,m}$  et  $B_{b,m}$  tels que  $(B_a^+(t) - B_a^-(t)) \leq B_{a,m}$  et  $(B_b^+(t) - B_b^-(t)) \leq B_{b,m}$ ,  $\forall t \geq t_0$ , où

$$\begin{pmatrix} B_a^+(t) \\ B_b^+(t) \end{pmatrix} = PB_T^+(t) \quad ; \quad \begin{pmatrix} B_a^-(t) \\ B_b^-(t) \end{pmatrix} = PB_T^-(t) \quad (\text{IV.44})$$

Au cours de l'étape précédente, les cinétiques biologiques et physiques non-linéaires ont été éliminées par transformation d'état. Dans cette partie, on tient compte des fluctuations incertaines susceptibles d'affecter les entrées du bioprocédé. À défaut d'avoir les mesures du vecteur d'entrée  $B_T(t)$  pour tout  $t \geq t_0$  (hypothèse H<sub>4</sub>), on dispose uniquement de la borne supérieure  $B_T^+(t)$ , ainsi que de la borne inférieure  $B_T^-(t)$  (les partitions induites par IV.30 étant respectivement les couples  $(B_a^+, B_b^+)$  et  $(B_a^-, B_b^-)$ ).

Par ailleurs, bien que les conditions initiales des variables non mesurées soient inconnues, on suppose que leurs bornes extrêmes sont disponibles (hypothèse H<sub>5</sub>'). Les entrées étant inconnues, la condition de détectabilité du modèle (IV.29) n'est plus vérifiée. Par conséquent, la construction d'un observateur asymptotique de type (IV.41) n'est plus valable dans ces conditions. Il est possible toutefois, de s'inspirer de la structure (IV.41) et du choix adéquat des bornes d'incertitudes comme entrées, afin de développer un observateur à intervalles permettant d'estimer les limites de variation des états non mesurés. Les équations dynamiques du nouveau capteur logiciel sont données par le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Bornes supérieures :} \\ \dot{Z}^+ = A_1(t)Z^+ + A_2(t)\zeta_a + \frac{|T_a| + T_a}{2}B_a^+(t) - \frac{|T_a| - T_a}{2}B_a^-(t) + B_b^+(t) \\ Z^+(t_0) = \zeta_{b,0}^+ + T_a\zeta_{a,0} \\ \zeta_b^+ = Z^+ - T_a\zeta_a \\ \\ \text{Bornes inférieures :} \\ \dot{Z}^- = A_1(t)Z^- + A_2(t)\zeta_a - \frac{|T_a| - T_a}{2}B_a^+(t) + \frac{|T_a| + T_a}{2}B_a^-(t) + B_b^-(t) \\ Z^-(t_0) = \zeta_{b,0}^- + T_a\zeta_{a,0} \\ \zeta_b^- = Z^- - T_a\zeta_a \end{array} \right. \quad (\text{IV.45})$$

où les composants de  $|T_a|$  représentent les valeurs absolues des composants de  $T_a$ .

L'observateur à intervalles (IV.45) doit réaliser deux conditions fondamentales :

- Les intervalles estimés doivent contenir les valeurs des variables non mesurées à tout instant quelle que soit l'amplitude des incertitudes sur les entrées.
- Les extrémités dynamiques des intervalles observés doivent rester bornées même si la plage des conditions initiales est grande.

Montrons d'abord que les estimées  $\zeta_b^-(t)$  et  $\zeta_b^+(t)$  bornent les grandeurs inconnues  $\zeta_b(t)$  pour tout  $t \geq t_0$ . On définit l'erreur supérieure  $E^+ = \zeta_b^+ - \zeta_b$  et l'erreur inférieure  $E^- = \zeta_b - \zeta_b^-$ , associées au système (IV.45). Les équations dynamiques des erreurs d'estimation sont alors décrites par le système :

$$\dot{E}^+ = A_1(t)E^+ + B_1^+(t) \quad ; \quad E^+(t_0) = \zeta_{b,0}^+ - \zeta_{b,0} \quad (\text{IV.46})$$

$$\dot{E}^- = A_1(t)E^- + B_1^-(t) \quad ; \quad E^-(t_0) = \zeta_{b,0} - \zeta_{b,0}^- \quad (\text{IV.47})$$

$$\text{avec : } \begin{cases} B_1^+(t) = \frac{|T_a| + T_a}{2}(B_a^+(t) - B_a(t)) + \frac{|T_a| - T_a}{2}(B_a(t) - B_a^-(t)) + (B_b^+(t) - B_b(t)) \\ B_1^-(t) = \frac{|T_a| - T_a}{2}(B_a^+(t) - B_a(t)) + \frac{|T_a| + T_a}{2}(B_a(t) - B_a^-(t)) + (B_b(t) - B_b^-(t)) \end{cases}$$

**Lemme 1** *Si les hypothèses  $H_4$ ,  $H_5^l$  et  $H_6$  sont vérifiées, alors  $E^+(t)$  et  $E^-(t)$  sont positifs pour tout  $t \geq t_0$ .*

**Preuve :** Les éléments de  $(|T_a| + T_a)$  et de  $(|T_a| - T_a)$  étant positifs et en s'appuyant sur l'hypothèse  $H_4$ , on peut constater que  $B_1^+(t) \geq 0$  et  $B_1^-(t) \geq 0$ . L'hypothèse  $H_6$  définit la condition de coopérativité. En se basant sur le lemme 4 (voir annexe G) concernant les propriétés d'un système coopératif linéaire en l'état, on montre que si  $H_5^l$  est vérifiée alors les erreurs d'observation  $E^+(t)$  et  $E^-(t)$  sont positives pour tout  $t \geq t_0$ .

**Remarque :** Une preuve directe du lemme (1), est donnée par le fait que le domaine  $\mathbb{R}_+^{n_T-p}$  est invariant pour les systèmes (IV.46) et (IV.47). En d'autres termes, les champs de vecteur sont rentrants sur les bords  $x_i = 0$  ( $i = 1 \dots n_T - p$ ) de l'orthant positif  $\mathbb{R}_+^{n_T-p}$ .

En conclusion, si initialement on choisit à l'instant  $t_0$ , des bornes maximales  $\zeta_{b,0}^+$  et minimales  $\zeta_{b,0}^-$  suffisamment larges pour assurer la condition :

$$\zeta_{b,0}^- \leq \zeta_{b,0} \leq \zeta_{b,0}^+ \quad (\text{IV.48})$$

alors l'observateur à intervalles (IV.45) garantit que les variables estimées  $\zeta_b^+(t)$  et  $\zeta_b^-(t)$  bornent les valeurs non mesurées  $\zeta_b(t)$ . Ceci est traduit par les inégalités vectorielles :

$$\zeta_b^-(t) \leq \zeta_b(t) \leq \zeta_b^+(t) \quad ; \quad \forall t \geq t_0 \quad (\text{IV.49})$$

Malheureusement, la condition de bornitude (IV.49) assurée par l'observateur à intervalles (IV.45), ne garantit pas systématiquement la stabilité des intervalles observés. En effet, la seconde phase consiste à vérifier que la largeur  $E = (\zeta_b^+ - \zeta_b^-)$  des intervalles estimés ne

diverge pas. Sachant que  $E = (E^+ + E^-)$ , les équations dynamiques sont directement déduites du système (IV.46, IV.47) :

$$\dot{E} = A_1(t)E + B_1(t) \quad ; \quad E(t_0) = \zeta_{b,0}^+ - \zeta_{b,0}^- \quad (\text{IV.50})$$

avec  $B_1(t) = |T_a|(B_a^+(t) - B_a^-(t)) + (B_b^+(t) - B_b^-(t))$

On constate à partir de (IV.49) que  $E(t) \geq 0$  pour tout  $t \geq t_0$ . Soit le système invariant suivant :

$$\dot{E}_m = A_m E_m + B_1(t) \quad ; \quad E_m(t_0) = \zeta_{b,0}^+ - \zeta_{b,0}^- \quad (\text{IV.51})$$

$A_m$  est une matrice coopérative constante vérifiant l'hypothèse  $H_7$ . En se basant sur le même raisonnement prouvant le lemme (1), on montre que  $E_m(t) \geq 0$  pour tout  $t \geq t_0$ .

$E$  et  $E_m$  étant positifs, on peut alors utiliser le lemme 3 (voir annexe G) concernant les propriétés de deux systèmes coopératifs sur le domaine  $\mathcal{D} = \mathbb{R}_+^{n_T - p}$  avec  $f(z, t) = A_1(t)z + B_1(t)$  et  $g(z, t) = A_m z + B_1(t)$  ( $z \in \mathcal{D}$  et  $t \geq t_0$ ) pour montrer que :

$$0 \leq E(t) \leq E_m(t) \quad ; \quad \forall t \geq t_0 \quad (\text{IV.52})$$

Pour des raisons physiques, les incertitudes affectant les entrées sont bornées (voir hypothèse  $H_8$ ). L'entrée  $B_1(t)$  étant bornée et la matrice  $A_m$  étant stable, on déduit que les variables d'état  $E_m(t)$  sont bornées pour tout  $t \geq t_0$  (stabilité BIBS [11]). En considérant l'inégalité (IV.52), on déduit que la largeur  $E_1(t)$  des intervalles observés reste bornée pour tout  $t \geq t_0$ .

Il est possible d'étudier l'influence des incertitudes des entrées sur les performances de l'estimation dans le cas extrême le plus mauvais. On peut obtenir des résultats explicites dans le régime permanent. Soit le système linéaire suivant :

$$\dot{\tilde{E}}_m = A_m \tilde{E}_m + B_m \quad ; \quad \tilde{E}_m(t_0) = \zeta_{b,0}^+ - \zeta_{b,0}^- \quad (\text{IV.53})$$

où  $B_m = |T_a|B_{a,m} + B_{b,m}$

On vérifie que  $B_1(t) \leq B_m$  pour tout  $t \geq t_0$  (hypothèse  $H_8$ ). S'appuyant sur le même raisonnement qui a permis de montrer (IV.52), on prouve l'inégalité suivante :

$$0 \leq E(t) \leq E_m(t) \leq \tilde{E}_m(t) \quad ; \quad \forall t \geq t_0 \quad (\text{IV.54})$$

Le système (IV.53) est stable et possède un équilibre asymptotique :

$$E_m^* = -A_m^{-1} B_m \quad (\text{IV.55})$$

La condition (IV.54) est aussi vérifiée quand  $t$  est très grand. Par conséquent, l'ensemble limite de  $E(t)$  est borné par l'état d'équilibre (IV.55). En d'autres termes, après un transitoire, la largeur des intervalles observés est limitée par une borne fixée, dépendant de l'amplitude des incertitudes :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E(t) \leq E_m^* \quad (\text{IV.56})$$

On peut alors conclure cette partie par la proposition suivante :

**Proposition 1 (observateur à intervalles avec entrées incertaines)** *Sous les conditions ( $H_1$ - $H_8$ ), un observateur asymptotique robuste à intervalles est donné par la structure (IV.45) garantissant la bornitude des variables non mesurées  $\zeta_b^-(t) \leq \zeta_b(t) \leq \zeta_b^+(t)$ ,  $\forall t \geq t_0$ . Les largeurs des intervalles estimés sont fonction des incertitudes sur les entrées  $B_T(t)$ .*

### IV.4.2 Application au modèle $\mathcal{M}_1$

S'inspirant de la procédure d'estimation par intervalles développée pour la structure générale du modèle, nous présentons une application directe et résumée à un modèle particulier. La synthèse de cet estimateur à intervalles est largement détaillé dans l'article [80].

#### a) Description

La procédure développée dans la partie précédente sur l'estimation de bornes sous des contraintes d'entrée incertaines est mise en évidence par une application à un modèle simple, illustré dans la section (III.4.6) du précédent chapitre. Le modèle  $\mathcal{M}_1$  décrit par le système (III.78) peut être réécrit sous la forme (IV.29), avec :

$$\zeta = \begin{pmatrix} s \\ x \\ x_r \end{pmatrix} ; \quad K_T = \begin{pmatrix} -\frac{1}{Y_s} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} ; \quad B_T(t) = \begin{pmatrix} s_{in}(t) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} D(t) ; \quad \Phi_T(\zeta) = \mu(\cdot)x \quad (\text{IV.57})$$

$$A_T(t) = \begin{pmatrix} -(1 + q_r(t)) & 0 & 0 \\ 0 & -(1 + q_r(t)) & q_r(t) \\ 0 & w_{e2}(1 + q_r(t)) & -w_{e2}(q_p(t) + q_r(t)) \end{pmatrix} D(t) \quad (\text{IV.58})$$

où  $n_T = 3$ ,  $m_T = 1$ ,  $p = 1$  et  $t_0 = 0$ .

#### b) Objectifs

Les objectifs de cette étude concernent :

- L'estimation des bornes des concentrations de biomasse dans les deux bassins ( $x$  et  $x_r$ ) à partir des mesures du substrat organique ( $s$ ) et indépendamment des cinétiques de croissance biologique  $\mu(\cdot)$ .
- L'observation des intervalles de variation des états non mesurés  $x$  et  $x_r$  doit être effectuée sous la contrainte que les fluctuations de la charge organique  $s_{in}$  à l'entrée de la station d'épuration sont incertaines mais leurs limites extrêmes sont connues.

#### c) Hypothèses

La procédure de synthèse de l'observateur à intervalles est basée sur les hypothèses suivantes :

- H<sub>1</sub> Les coefficients  $Y_s$  et  $w_{e2}$  sont connus, mais le taux spécifique de croissance  $\mu(\cdot)$  est inconnu.
- H<sub>2</sub> Les variables manipulées  $q_r(t)$  et  $q_p(t)$  sont connus et bornés :  $\underline{q}_r \leq q_r(t) \leq \overline{q}_r$  et  $\underline{q}_p \leq q_p(t) \leq \overline{q}_p$  pour tout  $t \geq 0$  avec la condition :

$$N = (1 + \underline{q}_r)(\underline{q}_p + \underline{q}_r) - \overline{q}_r(1 + \overline{q}_r) > 0 \quad (\text{IV.59})$$

- H<sub>3</sub> La concentration polluante  $s$  dans le bassin d'aération est la seule mesure disponible ( $\zeta_a = s$ ).
- H<sub>4</sub> L'entrée  $s_{in}(t)$  est incertaine mais bornée  $s_{in}^-(t) \leq s_{in}(t) \leq s_{in}^+(t)$  pour tout  $t \geq 0$  où  $s_{in}^-(t)$  et  $s_{in}^+(t)$  sont connus.
- H<sub>5</sub> Les bornes des conditions initiales du vecteur d'état non mesuré  $\zeta_b = [x, x_r]^T$ , sont connues ( $\zeta_b^-(0) \leq \zeta_b(0) \leq \zeta_b^+(0)$ ).
- H<sub>6</sub> Le taux de dilution  $D(t)$  est connu est borné  $0 < \underline{d} \leq D(t) \leq \overline{d}, \forall t \geq 0$ .

#### d) Équations

La partition induite par  $\zeta_b$  et  $\zeta_b$  est la suivante :

$$K_a = -\frac{1}{Y_s}; B_a(t) = D(t)s_{in}(t); A_{aa}(t) = -(1 + q_r(t))D(t); A_{ab}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{IV.60})$$

$$K_b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; B_b(t) = A_{ba}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}; A_{bb}(t) = \begin{pmatrix} -(1 + q_r(t)) & q_r(t) \\ w_{e2}(1 + q_r(t)) & -w_{e2}(q_p(t) + q_r(t)) \end{pmatrix} D(t) \quad (\text{IV.61})$$

À partir de (IV.36), on déduit la transformation linéaire suivante :

$$T_a = -K_b K_a^{-1} = \begin{pmatrix} Y_s \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{IV.62})$$

En proposant le changement de variables :

$$Z = T_a s + \zeta_b = \begin{pmatrix} x + Y_s s \\ x_r \end{pmatrix} \quad (\text{IV.63})$$

alors la structure de l'observateur à intervalles  $\mathcal{O}_1$  pour l'estimation des bornes dynamiques des concentrations de biomasse dans les deux compartiments est donnée par le système :

$$(\mathcal{O}_1) \left\{ \begin{array}{l} \text{Bornes supérieures :} \\ \dot{Z}^+ = D(t) \left( A_1(t) Z^+ + A_2(t) s + T_a s_{in}^+(t) \right) \\ Z^+(0) = \zeta_b^+(0) + T_a s(0) \\ \zeta_b^+ = Z^+ - T_a s \\ \text{Bornes inférieures :} \\ \dot{Z}^- = D(t) \left( A_1(t) Z^- + A_2(t) s + T_a s_{in}^-(t) \right) \\ Z^-(0) = \zeta_b^-(0) + T_a s(0) \\ \zeta_b^- = Z^- - T_a s \end{array} \right. \quad (\text{IV.64})$$

$$\text{où } \begin{cases} A_1(t) = \frac{1}{D(t)} \left( T_a A_{ab}(t) + A_{bb}(t) \right) = \begin{pmatrix} -(1 + q_r(t)) & q_r(t) \\ w_{e2}(1 + q_r(t)) & -w_{e2}(q_p(t) + q_r(t)) \end{pmatrix} \\ A_2(t) = \frac{1}{D(t)} \left( T_a A_{aa}(t) + A_{ba}(t) - (T_a A_{ab}(t) + A_{bb}(t)) T_a \right) = \begin{pmatrix} 0 \\ -Y_s w_{e2}(1 + q_r(t)) \end{pmatrix} \end{cases}$$

$A_1(t)$  étant une matrice coopérative, à tout instant  $t$  et tenant compte de la condition  $H_4$  sur les bornes de l'entrée, les intervalles observés  $[x^-(t) ; x^+(t)]$  et  $[x_r^-(t) ; x_r^+(t)]$  contiennent respectivement les valeurs non mesurées des concentrations  $x(t)$  et  $x_r(t)$ .

Afin de prouver la stabilité des largeurs d'intervalles notées  $e_x(t) = (x^+(t) - x^-(t))$  et  $e_{x_r}(t) = (x_r^+(t) - x_r^-(t))$ , il suffit de montrer que le système coopératif (IV.65) régissant le comportement dynamique de l'erreur  $E = [e_x, e_{x_r}]^T$  est borné supérieurement par un système linéaire stable. L'équation de l'erreur d'observation est :

$$\dot{E} = D(t) \left( A_1(t)E + T_a (s_{in}^+(t) - s_{in}^-(t)) \right) \quad ; \quad E(0) = \zeta_b^+(0) - \zeta_b^-(0) \quad (\text{IV.65})$$

Par une normalisation de l'échelle de temps on peut d'abord éliminer le terme de taux de dilution en facteur dans l'expression (IV.65). En effet, l'hypothèse  $H_6$  assure l'existence du changement de temps définit ci-dessous :

$$\tau = \int_0^t D(u) du = F(t) \quad (\text{IV.66})$$

Étant donné la condition  $D(t) \geq \underline{d}$ , alors  $F$  est inversible ( $t = F^{-1}(\tau)$ ). Notons  $\tilde{E}(\tau) = E(F^{-1}(\tau))$ ,  $\tilde{A}_1(\tau) = A_1(F^{-1}(\tau))$  et  $(\tilde{s}_{in}^+(\tau) - \tilde{s}_{in}^-(\tau)) = (s_{in}^+(F^{-1}(\tau)) - s_{in}^-(F^{-1}(\tau)))$ , on montre alors que la dynamique de l'erreur d'observation dans la nouvelle base de temps est décrite par l'équation :

$$\frac{d\tilde{E}(\tau)}{d\tau} = \tilde{A}_1(\tau)\tilde{E}(\tau) + T_a (\tilde{s}_{in}^+(\tau) - \tilde{s}_{in}^-(\tau)) \quad ; \quad \tilde{E}(0) = \zeta_b^+(0) - \zeta_b^-(0) \quad (\text{IV.67})$$

**Remarque :** Dans la nouvelle base de temps, le système (IV.67) reste coopératif (les composants hors-diagonaux de  $\tilde{A}_1(\tau)$  sont positifs) à entrée positive ( $\tilde{s}_{in}^+(\tau) \geq \tilde{s}_{in}^-(\tau)$ ,  $\forall \tau \geq 0$ ).

Utilisant la condition  $H_2$ , on aboutit à l'inégalité matricielle :

$$\tilde{A}_1(\tau) \leq A_m = \begin{pmatrix} -(1 + \underline{q}_r) & \bar{q}_r \\ w_{e2}(1 + \bar{q}_r) & -w_{e2}(\underline{q}_p + \underline{q}_r) \end{pmatrix}, \quad \forall \tau \geq 0 \quad (\text{IV.68})$$

Si l'inégalité proposée dans  $H_2$  est vérifiée, alors la matrice coopérative  $A_m$  est de type Hurwitz. En s'appuyant alors sur le même raisonnement que dans la section précédente sur les propriétés des systèmes coopératifs, on déduit que la largeur des intervalles  $[x^-(t) ; x^+(t)]$  et  $[x_r^-(t) ; x_r^+(t)]$  est bornée à condition que l'amplitude des incertitudes sur  $s_{in}(t)$  reste bornée.

Soit  $M$  la valeur maximale des fluctuations de l'entrée :

$$s_{in}^+(t) - s_{in}^-(t) \leq M \quad , \quad \forall t \geq 0 \quad (\text{IV.69})$$

On montre alors que dans le régime statique on aboutit à la relation :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E(t) \leq E_m^* = -A_m^{-1} \begin{pmatrix} Y_s M \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_p + q_r \\ 1 + q_r \end{pmatrix} \frac{Y_s M}{N} \quad (\text{IV.70})$$

L'inégalité (IV.70) donne une relation directe entre l'incertitude maximale sur l'entrée  $s_{in}$  et la plus mauvaise précision possible sur les intervalles observés après un régime transitoire.

### e) Simulations

Les performances de l'observateur à intervalles (IV.64) sont illustrées à travers des simulations numériques. L'intégration des équations dynamiques (III.78) du modèle  $\mathcal{M}_1$  est effectuée en considérant une fonction de croissance de type Monod. Les valeurs typiques des diverses grandeurs mises en jeu dans la structure de  $\mathcal{M}_1$  sont inspirées des données proposées dans la littérature et résumées dans le tableau (TAB. IV.1). Bien que ces valeurs n'aient pas une signification réaliste, l'objectif principal dans cette partie est de montrer une application théorique de la procédure d'estimation introduite dans ce chapitre. Par ailleurs, le modèle  $\mathcal{M}_1$  est trop simple pour prétendre une application pratique. Un autre jeu de paramètres relativement plus réalistes sera utilisé dans l'étude qui suivra cette partie.

Le taux de dilution  $D(t)$ , ainsi les taux de recyclage  $q_r(t)$  et le taux de purge des boues  $q_p(t)$  sont supposés constants.

► FIGURE IV.4 La concentration des matières organiques dans l'affluent à l'entrée de l'unité de traitement est inconnue mais fluctue entre deux bornes périodiques connues.

► FIGURE IV.5 Les variations de la concentration des substances organiques dans le bassin d'aération sont illustrées sur cette figure. Ces mesures sont directement obtenues à partir des simulations du modèle  $\mathcal{M}_1$  avec les valeurs indiquées dans (TAB. IV.1).

► FIGURE IV.6 Les trajectoires des bornes supérieure et inférieure de la concentration de la biomasse dans le bassin d'aération sont représentées dans ce diagramme. En dépit de la largeur assez importante de l'intervalle initial ( $x^+(0) - x^-(0) = 2.5x(0)$ ), les bornes estimées convergent vers un intervalle avec une précision relativement raisonnable, comparé à l'amplitude des incertitudes considérées pour l'entrée  $s_{in}(t)$ . Cependant, nous pouvons constater une vitesse de convergence assez lente due aux conditions opérationnelles, notamment la faible valeur du taux de dilution  $D(t)$ .

► FIGURE IV.7 Cette figure met en évidence l'intervalle observé pour l'estimation de la concentration des boues dans le bassin de sédimentation.



Paramètres/Fonctions	Valeurs/Expressions	Unités
Taux spécifique de croissance	$\mu(\cdot) = \mu_{max} \frac{s}{K_s + s}$	
Paramètres cinétiques	$\mu_{max} = 0.15$ $K_s = 100$	$\text{h}^{-1}$ $\text{mg/l}$
Paramètre stoechiométrique	$Y_s = 0.65$	
Paramètres opérationnels	$w_{e2} = 1$ $q_r(t) = 0.6$ $q_p(t) = 0.2$	
Entrées du procédé	$D(t) = 0.1$ valeur moyenne de $s_{in}(t) = 250$ $(s_{in}^+(t) - s_{in}^-(t)) = 60$	$\text{h}^{-1}$ $\text{mg/l}$ $\text{mg/l}$
Condition initiales	$s(0) = 50$ $x(0) = 200$ $x_r(0) = 400$ $x^-(0) = 0$ et $x^+(0) = 1000$ $x_r^-(0) = 1000$ et $x_r^+(0) = 1400$	$\text{mg/l}$ $\text{mg/l}$ $\text{mg/l}$ $\text{mg/l}$ $\text{mg/l}$

TAB. IV.1 Valeurs numériques des grandeurs du modèle  $\mathcal{M}_1$  et de l'estimateur  $\mathcal{O}_1$ .

Nous avons synthétisé un estimateur à intervalles basé sur les mesures du substrat organique, ainsi que sur l'information partielle fournie par l'évaluation des variations maximales et minimales de la charge organique à l'entrée de l'unité de traitement. Nous avons montré la stabilité de l'observateur  $\mathcal{O}_1$  régi par un système temps variant grâce à l'approche des systèmes dynamiques coopératifs. En initialisant des largeurs d'intervalles suffisamment grandes pour assurer la bornitude des concentrations initiales de biomasse, la structure (IV.64) garantit la convergence de  $\mathcal{O}_1$  vers des intervalles bornés encadrant les concentrations non mesurées dans chaque module du PBA pour tout instant. Il est alors possible de déduire la précision des estimations en fonction des incertitudes en terme de largeurs d'intervalles.

L'inconvénient majeur concerne la convergence asymptotique de l'estimateur où le taux de convergence dépend des conditions de fonctionnement du procédé. La stabilité de l'observateur est analysée dans le cas extrême lié à la plus mauvaise estimation possible au niveau de la vitesse de convergence et de la précision des intervalles estimés (conditions suffisantes). Ainsi, si le coefficient  $w_{e2}$  est trop faible (volume de la zone d'épaississement trop grand par rapport au volume du bassin d'aération, en pratique ceci n'est pas fréquent) ou si le choix des bornes des taux de recyclage et de purge implique une très faible valeur de  $N$  (voir IV.59), alors la convergence de  $\mathcal{O}_1$  peut être trop lente. Un autre inconvénient réside dans le fait qu'une faible valeur de  $N$  (voir IV.70) peut engendrer un très large intervalle d'estimation.

Nous proposerons une autre structure pour corriger ces problèmes dans le cas particulier où les cinétiques de croissance sont supposées connues (voir section IV.4.4). Dans la section qui suivra, nous mettrons en évidence l'influence des mesures sur les performances de l'estimateur, notamment au niveau de la précision des intervalles estimés.

### IV.4.3 Application au modèle $\mathcal{M}_2$

Le procédé des boues activées mettant en jeu des processus aérobies, nous étudierons les performances de l'estimateur dans le cas où la concentration de l'oxygène dissous est disponible. Outre les incertitudes sur l'entrée  $s_{in}$ , nous ajouterons une contrainte supplémentaire en considérant le coefficient de rendement  $Y_s$  incertain dont les bornes supérieures et inférieures sont connues. Ce travail constitue une partie résumée de notre article [79] exposé dans l'annexe (K). Un autre cas d'étude est traité dans cette publication en considérant deux entrées incertaines : la charge organique  $s_{in}(t)$  et le coefficient de transfert de la fonction d'aération  $K_L a(t)$ .

Une autre étude comparative entre l'estimateur développé dans cette partie ( $\mathcal{O}_2$ ) et celui élaboré dans la section précédente ( $\mathcal{O}_1$ ) est proposée dans [78] dans le cas où le coefficient stoechiométrique  $Y_s$  est supposé parfaitement connu.

#### a) Description

Dans cette section, l'observateur est appliqué sur un modèle un peu plus réaliste décrivant le comportement du procédé des boues activées en tenant compte de la concentration de l'oxygène dissous, composé fondamental pour les processus aérobies mis en jeu dans l'aérateur. Le modèle  $\mathcal{M}_2$  décrit par le système (III.79) peut être réécrit sous la forme générale (IV.29), avec :

$$\zeta = \begin{pmatrix} s \\ c \\ x \\ x_r \end{pmatrix} ; \quad K_T = \begin{pmatrix} -\frac{1}{Y_s} \\ -\frac{1}{Y_c} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} ; \quad B_T(t) = \begin{pmatrix} D(t)s_{in}(t) \\ K_L a(t)c_s \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} ; \quad \Phi_T(\zeta) = \mu(\cdot)x \quad (\text{IV.71})$$

$$A_T(t) = \begin{pmatrix} -(1 + q_r(t))D(t) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(1 + q_r(t))D(t) - K_L a(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(1 + q_r(t))D(t) & q_r(t)D(t) \\ 0 & 0 & w_{e2}(1 + q_r(t))D(t) & -w_{e2}(q_p(t) + q_r(t))D(t) \end{pmatrix} \quad (\text{IV.72})$$

où  $n_T = 4$ ,  $m_T = 1$ ,  $p = 1$  et  $t_0 = 0$ .

#### b) Objectifs

L'observateur  $\mathcal{O}_1$  synthétisé dans la partie précédente s'appuie sur les mesures du substrat organique pour l'estimation des bornes de variation de la biomasse. D'un point de vue pratique, les mesures de l'oxygène dissous sont mieux adaptées pour les bioprocédés, les capteurs étant plus fiables et les techniques d'analyse mieux maîtrisées [116]. Par ailleurs, outre la difficulté de modéliser les cinétiques de croissance, les coefficients stoechiométriques de rendement

peuvent être influencés par divers facteurs extérieurs comme la température et par conséquent, sont susceptibles de fluctuer. Ainsi, les buts envisagés dans cette partie sont les suivants :

- L'estimation des intervalles de variation de  $s$ ,  $x$  et  $x_r$  à partir des mesures de l'oxygène dissous ( $c$ ) sous la condition que la fonction de croissance  $\mu(\cdot)$  soit inconnue et que les connaissances l'entrée  $s_{in}$  et le coefficient de rendement  $Y_s$  soient réduites à leurs bornes maximales et minimales (incertitudes environnementales pour  $s_{in}$  et incertitudes structurales pour  $Y_s$ ).
- L'analyse de l'influence des mesures disponibles sur la précision de l'observateur en comparant les résultats obtenus avec le cas utilisant uniquement les mesures de substrat.

### c) Hypothèses

Hormis  $H_1$  et  $H_3$ , les autres hypothèses sont identiques à celle établies pour la synthèse de l'observateur  $\mathcal{O}_1$ .

- $H'_1$  Le taux spécifique de croissance  $\mu(\cdot)$  est inconnu. Le coefficient de proportionnalité des volumes  $w_{e2}$  est connu. Le coefficient stoechiométrique  $Y_s$  est incertain mais fluctue entre deux bornes connues  $Y_s^- \leq Y_s \leq Y_s^+$ .
- $H'_3$  La concentration de l'oxygène dissous  $c$  dans le bassin d'aération est disponible en ligne ( $\zeta_a = c$ ), les composés à estimer étant  $\zeta_b = [s, x, x_r]^T$ .
- $H_7$  Le coefficient de transfert massique peut varier dans le temps mais il est borné supérieurement :  $K_L a(t) \leq \bar{k}$ .

### d) Équations

La partition induite par  $\zeta_b$  et  $\zeta_a$  est la suivante :

$$K_a = -\frac{1}{Y_c} ; B_a(t) = K_L a(t) c_s ; A_{aa}(t) = -(1 + q_r(t)) D(t) - K_L a(t) ; A_{ab}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{IV.73})$$

$$K_b = \begin{pmatrix} -\frac{1}{Y_s} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} ; B_b(t) = \begin{pmatrix} D(t) s_{in}(t) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} ; A_{ba}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{IV.74})$$

$$A_{bb}(t) = \begin{pmatrix} -(1 + q_r(t)) & 0 & 0 \\ 0 & -(1 + q_r(t)) & q_r(t) \\ 0 & w_{e2}(1 + q_r(t)) & -w_{e2}(q_p(t) + q_r(t)) \end{pmatrix} D(t)$$

En s'inspirant de la relation (IV.36), la nouvelle transformation linéaire est donnée par l'expression :

$$T_a = -K_b K_a^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{Y_c}{Y_s} \\ Y_c \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{IV.75})$$

Dans la nouvelle base, la dynamique des variables transformées est indépendante des cinétiques biologiques inconnues :

$$Z = T_a c + \zeta_b = \begin{pmatrix} s + \frac{Y_c}{Y_s} c \\ x + Y_c c \\ x_r \end{pmatrix} \quad (\text{IV.76})$$

L'observateur à intervalles  $\mathcal{O}_2$  pour l'estimation des bornes dynamiques des concentrations de biomasse et substrat est régi par les équations (IV.77) :

$$(\mathcal{O}_2) \left\{ \begin{array}{l} \text{Bornes supérieures :} \\ \dot{Z}^+ = D(t)A_1(t)Z^+ + B_1^+(c,t) \\ Z^+(0) = \zeta_{b,0}^+ + T_a^+ c(0) \\ \zeta_b^+ = Z^+ - T_a^- c \\ \\ \text{Bornes inférieures :} \\ \dot{Z}^- = D(t)A_1(t)Z^- + B_1^-(c,t) \\ Z^-(0) = \zeta_{b,0}^- + T_a^- c(0) \\ \zeta_b^- = Z^- - T_a^+ c \end{array} \right. \quad (\text{IV.77})$$

$$\text{où } \left\{ \begin{array}{l} A_1(t) = \begin{pmatrix} -(1+q_r(t)) & 0 & 0 \\ 0 & -(1+q_r(t)) & q_r(t) \\ 0 & w_{e2}(1+q_r(t)) & -w_{e2}(q_p(t)+q_r(t)) \end{pmatrix} \\ \\ B_1^*(c,t) = \begin{pmatrix} D(t)s_{in}^*(t) - \frac{Y_c}{Y_s^*} K_L a(t)(c_s - c) \\ Y_c K_L a(t)(c_s - c) \\ -Y_c w_{e2}(1+q_r(t))D(t)c \end{pmatrix} ; \quad T_a^* = \begin{pmatrix} -\frac{Y_c}{Y_s^*} \\ Y_c \\ 0 \end{pmatrix} \end{array} \right.$$

L'opérateur \* représente l'un des exposants + pour la borne supérieure ou - pour la borne inférieure.

L'observateur à intervalles  $\mathcal{O}_1$  était basé sur la transformation  $T_a$  appliquée à chaque borne  $Z^+ = T_a s + \zeta_b^+$  et  $Z^- = T_a s + \zeta_b^-$ . Or, dans ce cas particulier où  $Y_s$  est inconnu,  $Z^+$  et  $\zeta_b^+$  (respectivement  $Z^-$  et  $\zeta_b^-$ ) ne sont plus directement liés par le changement de variables  $T_a$ . Afin de surmonter cette difficulté, l'idée consiste à utiliser la propriété de coopérativité ( $A_1(t)$  matrice coopérative) du système décrivant la dynamique de la transformée  $Z$  (voir IV.76). En effet, étant donné que la condition  $Z^-(0) \leq Z(0) \leq Z^+(0)$  est vérifiée, la monotonie du flot d'un système coopératif assure les inégalités ci-dessous :

$$Z^-(t) \leq Z(t) \leq Z^+(t) \implies \zeta_b^-(t) \leq \zeta_b(t) \leq \zeta_b^+(t) ; \quad \forall t \geq 0 \quad (\text{IV.78})$$

Notons la discontinuité entre les bornes initiales fixées et celles utilisées par l'observateur qui se met dans les conditions les plus défavorables au début de l'estimation :

$$\zeta_b^+(0) = \zeta_{b,0}^+ + (T_a^+ - T_a^-)c(0) \quad (\text{IV.79})$$

$$\zeta_b^-(0) = \zeta_{b,0}^- - (T_a^+ - T_a^-)c(0) \quad (\text{IV.80})$$

En résumé, bien que la structure de l'estimateur  $\mathcal{O}_2$  soit proche de celle de  $\mathcal{O}_1$  le principe d'observation est différent suite à l'incertitude sur  $Y_s$ . La bornitude des variables non mesurées repose sur la coopérativité, la positivité des entrées mais aussi sur le choix adéquat des bornes initiales.

S'appuyant sur le même raisonnement prouvant la stabilité de l'estimateur  $\mathcal{O}_1$ , on montre que le système (IV.77) est borné par un système coopératif stable. La largeur  $E$  des intervalles  $[s^-(t); s^+(t)]$ ,  $[x^-(t); x^+(t)]$  et  $[x_r^-(t); x_r^+(t)]$  est par conséquent bornée. Les hypothèses  $H_2$ ,  $H_6$ , et  $H_7$  associées à la condition (IV.69) sur l'incertitude maximale sur l'entrée ainsi qu'au changement d'échelle de temps (IV.66) montrent que la borne supérieure  $\tilde{E}_m(\tau)$  de l'erreur d'estimation  $\tilde{E}(\tau)$ , suit la dynamique :

$$\frac{d\tilde{E}_m(\tau)}{d\tau} = A_m \tilde{E}_m(\tau) + B_m \quad ; \quad \tilde{E}_m(0) = \zeta_b^+(0) - \zeta_b^-(0) \quad (\text{IV.81})$$

où

$$A_1(t) \leq A_m = \begin{pmatrix} -(1 + \underline{q}_r) & 0 & 0 \\ 0 & -(1 + \underline{q}_r) & \frac{1}{\underline{q}_r} \\ 0 & w_{e2}(1 + \underline{q}_r) & -w_{e2}(\underline{q}_p + \underline{q}_r) \end{pmatrix} \quad \forall t \geq 0 \quad (\text{IV.82})$$

$$B_1(t) \leq B_m = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} M$$

L'ensemble limite de l'erreur d'estimation  $E(t)$  est borné par :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E(t) \leq E_m^* = -A_m^{-1} B_m = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} R \quad (\text{IV.83})$$

$$\text{où } R = M + \frac{(Y_s^+ - Y_s^-) Y_c \bar{k} c_s}{Y_s^+ Y_s^- \underline{d}}$$

Après un transitoire, la largeur de l'intervalle  $[s^-(t); s^+(t)]$  est bornée par un terme dépendant de l'incertitude maximale sur l'entrée  $s_{in}$ , des bornes de  $Y_s$ , de la borne supérieure de  $K_L a$  et de la borne inférieure de  $D$ . Cependant, nous constatons qu'en dépit des incertitudes environnementales sur les variations de la concentration polluante  $s_{in}$  dans l'affluent et des incertitudes structurelles sur le coefficient de rendement  $Y_s$ , l'observateur parvient à reconstruire les valeurs exactes (théoriques) des concentrations de biomasse  $x$  et  $x_r$  dans chacun des deux compartiments du procédé. L'information apportée par les mesures de l'oxygène dissous dans le bassin d'aération est assez riche pour compenser le manque de connaissance sur l'entrée et le coefficient de rendement, permettant ainsi d'estimer en théorie la concentration exacte (les bornes estimées convergent vers les mêmes valeurs) de la biomasse dans le même bassin mais aussi la concentration des boues dans le séparateur solide/liquide.

## e) Simulations

Pour la simulation des équations (IV.77) de l'estimateur  $\mathcal{O}_2$ , des valeurs typiques des paramètres du modèle ainsi que des conditions initiales sont inspirées de données proposées dans la littérature, en particulier [46, 98] et résumées dans le tableau suivant :

Paramètres/Fonctions	Valeurs/Expressions	Unités
Taux spécifique de croissance	$\mu(s) = \mu_{max} \frac{s}{K_s + s} \frac{c}{K_c + c}$	
Paramètres cinétiques	$\mu_{max} = 0.2$ $K_s = 75$ $K_c = 2$	$\text{h}^{-1}$ mg/l mg/l
Paramètre stoechiométrique	$Y_c = 1.8$ $Y_s = 0.8$ $Y_s^- = 0.7$ et $Y_s^+ = 0.9$	
Paramètres opérationnels	$w_{e2} = 2$ $q_r(t) = 1$ $q_p(t) = 0.05$	
Entrées du procédé	$D(t) = 0.3$ valeur moyenne de $s_{in}(t) = 150$ $(s_{in}^+(t) - s_{in}^-(t)) = 30$	$\text{h}^{-1}$ mg/l mg/l
Condition initiales	$s(0) = 20$ $x(0) = 1225$ $x_r(0) = 2333$ $x^-(0) = 100$ et $x^+(0) = 2500$ $x_r^-(0) = 1000$ et $x_r^+(0) = 3500$	mg/l mg/l mg/l mg/l mg/l

TAB. IV.2 Valeurs numériques des grandeurs du modèle  $\mathcal{M}_2$  et de l'estimateur  $\mathcal{O}_2$ .

► FIGURE IV.8 La concentration des matières organiques dans l'affluent est représentée par une fonction incertaine sujette à des perturbations et fluctuant entre deux fonctions sinusoïdales connues.

► FIGURE IV.9 Cette figure représente les mesures disponibles de la concentration d'oxygène dissous dans le bassin d'aération. Ces mesures sont issues du modèle  $\mathcal{M}_2$  simulé avec les valeurs résumées dans (TAB. IV.2).

► FIGURE IV.10 Les bornes dynamiques de la concentration des substances organiques dans le bassin d'aération sont illustrées sur cette figure. La précision des estimations est affectée par la superposition des incertitudes sur l'entrée  $s_{in}$  et sur le coefficient  $Y_s$ .

► FIGURE IV.11 En dépit des incertitudes sur  $s_{in}$  et  $Y_s$  l'intervalle estimé pour la biomasse dans le bioréacteur tend vers la valeur réelle de  $x$ . Dans ces conditions, l'estimateur parvient à reconstruire les valeurs de la biomasse indépendamment de l'entrée  $s_{in}$ , du coefficient  $Y_s$  et du taux spécifique de croissance  $\mu(\cdot)$ .

► FIGURE IV.12 Cette figure met en évidence l'intervalle observé pour l'estimation de la concentration des boues dans le bassin de sédimentation. Les résultats de l'observateur  $\mathcal{O}_2$  pour  $x_r$  sont identiques au cas  $x$ .

► FIGURE IV.13 Les simulations d'une nouvelle structure d'un estimateur à intervalles synthétisé à partir du modèle  $\mathcal{M}_2$  et basé sur les mesures de substrat uniquement sont représentées sur ce schéma. Bien que le coefficient de rendement soit supposé parfaitement connu dans ce cas ( $Y_s^+ = Y_s^- = Y_s$ ), l'information issue de la mesure de  $s$  n'est pas suffisamment riche pour compenser l'influence des incertitudes affectant l'entrée  $s_{in}$  sur la précision des intervalles estimés pour  $xx$ .

► FIGURE IV.14 De même que ci-dessus, l'estimateur à intervalle n'est plus capable de reconstruire les valeurs exactes de  $x_r$  en utilisant les mesures de  $s$ .

L'estimateur à intervalle  $\mathcal{O}_2$  décrit par le système temps variant (IV.77) vérifie les conditions de stabilité et d'encadrement pour les intervalles estimant les variations des concentrations de biomasse et de substrat. Nous avons montré que les mesures de l'oxygène dissous ont l'avantage de fournir suffisamment d'informations pour estimer les valeurs exactes des concentrations de biomasse, indépendamment des incertitudes sur l'entrée et le coefficient de rendement de la croissance sur le substrat. Dans ce cas, l'estimateur à intervalle  $\mathcal{O}_2$  est équivalent à un observateur asymptotique à entrée inconnue pour l'estimation des concentrations de biomasse. En revanche, les estimations des bornes du substrat organique sont plus sensibles à ces incertitudes.

Dans la partie suivante, nous nous intéresserons au moyen d'améliorer les vitesses de convergence des estimations par intervalles.

#### IV.4.4 Observateurs réglables : application au modèle $\mathcal{M}_1$

Cette partie résume la procédure concernant l'amélioration de la convergence de l'estimateur à intervalles et développée dans l'article [77] exposé en annexe (K).

##### a) Description

Les estimateurs étudiés dans les sections précédentes sont asymptotiques dans le sens où leur dynamique ne peut être librement fixée par l'utilisateur. De ce fait, certaines conditions de fonctionnement du procédé, en particulier le taux de dilution  $D(t)$ , ainsi que les taux de recyclage  $q_r(t)$  et de purge  $q_p(t)$  sont susceptibles d'engendrer une vitesse de convergence beaucoup trop faible pour prétendre une exploitation correcte des estimations. Par ailleurs, la qualité de l'observation en terme de largeur des intervalles estimés dépend non seulement de l'incertitude sur l'entrée mais aussi des bornes de  $q_r(t)$  et  $q_p(t)$  (voir IV.70) [76].

Dans cette partie, nous reprendrons l'application de l'estimateur à intervalles sur le modèle  $\mathcal{M}_1$  en modifiant la structure  $\mathcal{O}_1$  par l'introduction des gains.

##### b) Objectifs

Les objectifs sont identiques à ceux de l'estimateur  $\mathcal{O}_1$ , en rajoutant entre autres, de nouvelles contraintes améliorant le taux de convergence de l'estimateur tout en garantissant sa stabilité. L'idée est alors d'inclure une connaissance supplémentaire sur les cinétiques biologiques afin de régler la convergence de l'estimateur grâce à l'introduction de facteurs de gains.

##### c) Hypothèses

Les hypothèses considérées sont identiques à celles établies pour la synthèse de l'estimateur  $\mathcal{O}_1$ , mais nous supposons une condition supplémentaire sur les cinétiques biologiques. La fonction de croissance est généralement très complexe, dépendant à la fois des composés biologiques et d'autres facteurs extérieurs comme le pH ou la température. Sa modélisation analytique est souvent incertaine, le nombre important de fonctions proposées dans l'ouvrage de Bastin et Dochain [11] montre cette difficulté. Cependant, certaines structures comme la fonction de Monod [144] ont été validées sur de nombreuses applications en biotechnologie. Par ailleurs, des faits biologiques bien connus sont que la capacité de croissance des micro-organismes est intrinsèquement limitée et que l'absence de substrat annule la croissance. La croissance étant supposée dépendre uniquement du substrat il n'existe pas d'autres facteurs d'inhibition. Dans cette étude, l'hypothèse  $H_1$  est remplacée par :

- $H'_1$  Les coefficients  $Y_s$  et  $w_{e2}$  sont connus. La fonction du taux spécifique de croissance  $\mu(s)$  est connue ( $C^1$ ) et bornée  $0 \leq \mu(s(t)) \leq \bar{\mu}$  et  $\mu(s(t)) \neq 0$ , si  $s(t) \neq 0$  pour tout  $t \geq 0$ .

##### d) Équations

Nous présentons d'abord le lemme suivant :

**Lemme 2** Si  $0 < \underline{s}_{in} \leq s_{in}(t) \leq \overline{s}_{in}$  pour tout  $t \geq 0$  et  $\bar{\mu} > \underline{d}$ , il existe des bornes strictement positives  $\underline{s}$ ,  $\bar{s}$ ,  $\bar{x}$  et  $\bar{x}_r$  tel que l'ensemble  $\mathcal{X}$  définit par :

$$\mathcal{X} = \{(s, x, x_r) \in \mathbb{R}^3 / \underline{s} \leq s \leq \bar{s}, 0 \leq x \leq \bar{x}, 0 \leq x_r \leq \bar{x}_r\}$$

soit invariant pour le système (III.78).



**Preuve :** Les variables  $s$ ,  $x$  et  $x_r$  étant positives (voir remarque de la section III.4.5), on montre leur bornitude. Soit  $a$  une constante positive qui vérifie  $a < \min((1 + \overline{q_r}), w_{e2}(\underline{q_p} + \underline{q_r}))\underline{d}$ , il existe des coefficients positifs  $a_1, a_2$  et  $a_3$  tels que la combinaison linéaire  $m = a_1 s + a_2 x + a_3 x_r$  vérifie  $\dot{m} \leq -am + b$ , où  $b = a_1 \overline{d s_{in}}$ . On déduit que  $m$  est bornée. Les coefficients  $a_1, a_2$  et  $a_3$  étant positifs, la combinaison linéaire  $m$  des variables positives est bornée si et seulement si les variables  $s, x$  et  $x_r$  sont bornées.

Soit  $\overline{x}$  la borne supérieure de  $x$ . Il existe une solution strictement positive  $\underline{s}$  qui vérifie

$$(1 + \overline{q_r})\underline{s} + \frac{\mu(\underline{s})\overline{x}}{Y_s \underline{d}} \leq \underline{s}_{in}$$

Le champ de vecteur du système (III.78) étant rentrant à la surface  $s = \underline{s}$  pour tout  $x, D$  et  $q_r$ , on déduit que si  $s(0) \geq \underline{s}$  alors  $s(t) \geq \underline{s}$  pour tout  $t \geq 0$ .

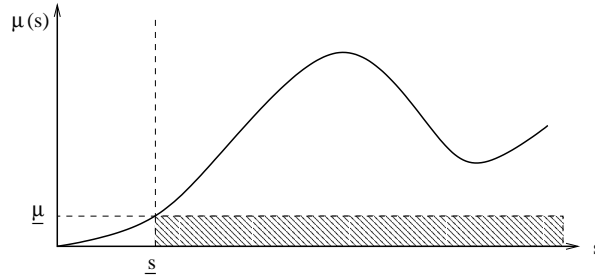


FIG. IV.3 Fonction du taux spécifique de croissance.

Ainsi, si on suppose  $s(0) \geq \underline{s}$  et comme  $s(t) \geq \underline{s}$  pour tout  $t \geq 0$ , alors étant donnée l'hypothèse  $H''_1$ , il existe  $\underline{\mu}$  tel que le taux spécifique de croissance vérifie l'inégalité :

$$0 < \underline{\mu} \leq \mu(s(t)) \leq \overline{\mu} \quad ; \quad \forall t \geq 0 \quad (IV.84)$$

En considérant les deux sous-systèmes (IV.60) et (IV.61), la transformation linéaire de la forme :

$$Z = T_a s + \zeta_b = \begin{pmatrix} (k_1 + 1)Y_s \\ k_2 Y_s \end{pmatrix} s + \begin{pmatrix} x \\ x_r \end{pmatrix} \quad (IV.85)$$

aboutit à une nouvelle structure d'un estimateur à intervalles pour la reconstruction des bornes limites des concentrations de biomasse à partir des mesures de substrat :

$$(\mathcal{O}_3) \left\{ \begin{array}{l} \text{Bornes supérieures :} \\ \dot{Z}^+ = A_1(s,t)Z^+ + A_2(s,t)s + T_a D(t)s_{in}^+(t) \\ Z^+(0) = \zeta_b^+(0) + T_a s(0) \\ \zeta_b^+ = Z^+ - T_a s \\ \text{Bornes inférieures :} \\ \dot{Z}^- = A_1(s,t)Z^- + A_2(s,t)s + T_a D(t)s_{in}^-(t) \\ Z^-(0) = \zeta_b^-(0) + T_a s(0) \\ \zeta_b^- = Z^- - T_a s \end{array} \right. \quad (IV.86)$$

où

$$A_1(s,t) = \begin{pmatrix} -(1+q_r(t))D(t) - k_1\mu(s) & q_r(t)D(t) \\ w_{e2}(1+q_r(t))D(t) - k_2\mu(s) & -w_{e2}(q_p(t) + q_r(t))D(t) \end{pmatrix}$$

$$A_2(s,t) = \begin{pmatrix} k_1(k_1+1)\mu(s) - k_2q_r(t)D(t) \\ k_2(k_1+1)\mu(s) + (w_{e2}k_2(q_p(t) + q_r(t)) - (w_{e2}(k_1+1) + k_2)(1+q_r(t)))D(t) \end{pmatrix} Y_s$$

$k_1 > 0$  et  $k_2 > 0$

Si le gain  $k_2$  est borné par :

$$k_2 \leq \frac{w_{e2}(1+q_r)\underline{d}}{\bar{\mu}} = \bar{k}_2 \quad (\text{IV.87})$$

alors  $A_1(s(t),t)$  est coopérative pour tout  $t \geq 0$ . À partir de  $H_4$ , on déduit que les intervalles estimés limitent les variables non mesurées  $x$  et  $x_r$ .

En outre, le même raisonnement utilisé précédemment pour montrer la stabilité de  $\mathcal{O}_1$  et  $\mathcal{O}_2$  permet de conclure que l'erreur d'estimation  $E = [x^+ - x^-, x_r^+ - x_r^-]^T$  de l'observateur à intervalles  $\mathcal{O}_3$  est bornée par  $E_m(t)$ . Dans la nouvelle base de temps  $\tau$  définie dans (IV.66), si les hypothèses  $H_1''$ ,  $H_2$ - $H_6$  sont vérifiées, alors on a :

$$\frac{d\tilde{E}_m(\tau)}{d\tau} = A_m\tilde{E}_m + T_a M \quad ; \quad E_m(0) = \zeta_b^+(0) - \zeta_b^-(0) \quad (\text{IV.88})$$

où

$$A_1(s,t) \leq A_m = \begin{pmatrix} -(1+\underline{q}_r) - k'_1 & \bar{q}_r \\ w_{e2}(1+\bar{q}_r) - k'_2 & -w_{e2}(\underline{q}_p + \underline{q}_r) \end{pmatrix}, \quad \forall t \geq 0, \forall s \geq \underline{s} \quad (\text{IV.89})$$

$$k'_1 = \frac{\mu k_1}{\underline{d}} \quad ; \quad k'_2 = \frac{\mu k_2}{\underline{d}}$$

La condition (IV.59) de l'hypothèse  $H_2$  n'est plus nécessaire pour assurer la stabilité du système (IV.88), il suffit de choisir  $k_1$  et  $k_2$  qui vérifient l'inégalité suivante :

$$N' = w_{e2}(k'_1 + 1 + \underline{q}_r)(\underline{q}_p + \underline{q}_r) + k'_2\bar{q}_r - w_{e2}\bar{q}_r(1 + \bar{q}_r) > 0 \quad (\text{IV.90})$$

L'ensemble limite de l'erreur d'estimation  $E(t)$  et borné par :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E(t) \leq E_m^* = -A_m^{-1}T_a M = \begin{pmatrix} w_{e2}(k_1+1)(\underline{q}_p + \underline{q}_r) + k_2\bar{q}_r \\ (w_{e2}(1+\bar{q}_r) - k'_2)(k_1+1) + k_2(k'_1+1+\underline{q}_r) \end{pmatrix} \frac{Y_s M}{N'} \quad (\text{IV.91})$$

Le raisonnement est développé pour l'erreur maximale, c'est-à-dire la plus mauvaise estimation possible pour les intervalles. Dans ce cas, il est facile de montrer que la calibration optimale des gains pour améliorer la convergence en respectant la condition de coopérativité est obtenue en choisissant  $k_2 = \bar{k}_2$  et  $k_1$  suffisamment grand pour vérifier (IV.90). Cet ajustement des gains permet alors de placer la plus petite valeur propre de  $A_m$  (voir IV.89) et de fixer l'autre valeur propre telle qu'elle soit inférieure à la plus grande valeur propre obtenue dans la cas asymptotique ( $k_1 = k_2 = 0$ ). Par ailleurs, l'introduction des gains permet d'assurer une convergence satisfaisante même dans le cas où  $w_{e2}$  est très faible et pour n'importe quelle condition opérationnelle sur les taux de recyclage et de purge ( $k_1$  est fixé tel que  $N'$

indiqué dans IV.90 soit grand). En outre, étant donné que  $N'$  peut être choisi suffisamment grand, les largeurs maximales des intervalles estimés dans le régime statique restent bornées indépendamment des combinaisons possibles sur les taux de recyclage et de purge. Ceci sera illustré par des simulations.

### e) Simulations

Les valeurs numériques du modèle  $\mathcal{M}_1$  utilisées pour les simulations de l'observateur  $\mathcal{O}_3$ , sont indiquées dans le tableau (IV.2).

► FIGURE IV.15 En comparant les courbes de cette figure avec les résultats de l'observateur asymptotique à intervalles  $\mathcal{O}_1$ , illustrés dans (FIG. IV.6), nous constatons qu'une calibration adéquate du gain  $k_1$  permet d'améliorer considérablement la convergence de l'estimateur.

► FIGURE IV.16 Les performances pour l'estimation des bornes de la biomasse dans le décanteur par rapport à la vitesse de convergence sont aussi satisfaisantes que celle obtenues pour la biomasse dans le bioréacteur.

Nous avons synthétisé une nouvelle structure de l'estimateur à intervalles dans le cas où les cinétiques biologique sont connues. Cette condition permet de développer une structure plus élaborée par l'introduction de paramètres de gain. L'avantage de cette structure est significatif en terme de convergence avec une vitesse relativement plus rapide que dans le cas asymptotique  $\mathcal{O}_1$ , mais aussi en terme de stabilité avec des intervalles qui restent bornés pour les conditions opérationnelles rendant  $\mathcal{O}_1$  instable et enfin en terme de précision avec des largeurs d'intervalles plus faibles par rapport au estimations de  $\mathcal{O}_1$ .

En pratique, les gains trop grands ne sont pas très recommandés afin d'éviter que les estimations ne deviennent très sensibles au bruit. Outre la difficulté de choisir des coefficients assurant un compromis entre une convergence rapide et un rejet efficace des bruits, un nouveau problème se pose au niveau du dilemme rapidité-coopérativité. Ce point peut être mis en évidence par un exemple simple :

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} x \\ y = (0 \quad 1) x \end{cases} \quad (\text{IV.92})$$

Le système (IV.92) étant observable, nous pouvons par exemple, synthétiser un observateur de type Luenberger [129] (voir section IV.1.3, structure IV.6). On vérifie alors que la condition de coopérativité sur le système dynamique de l'erreur d'observation limite le placement de la plus grande valeur propre  $-1 \leq \lambda_{max} < 0$ . Par conséquent, la vitesse de convergence d'un estimateur à intervalles basé sur la structure de Luenberger ne peut pas être réglée. Une convergence rapide n'assure pas l'encadrement de la variable inconnue du vecteur  $x$ .

Ce problème est traité par Rapaport et Gouzé [162] pour un système affine en l'état modulo une injection de sortie, dans la cas d'incertitudes de type scalaire sur le terme non-linéaire. Un changement de base pertinent, permet de synthétiser un estimateur à intervalles de type Luenberger avec une vitesse convergence fixée arbitrairement par des gains. La condition d'encadrement est garantie dans ce cas, sur des combinaisons linéaires des variables non mesurées.

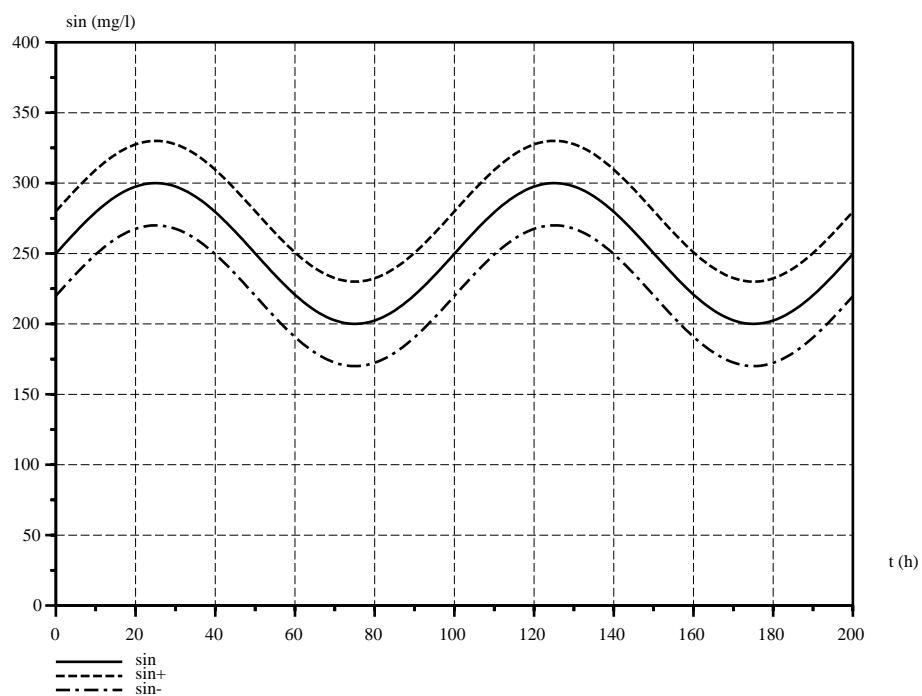


FIG. IV.4 Comportement dynamique de l'entrée  $s_{in}$ ,  $s_{in}^+$  et  $s_{in}^-$

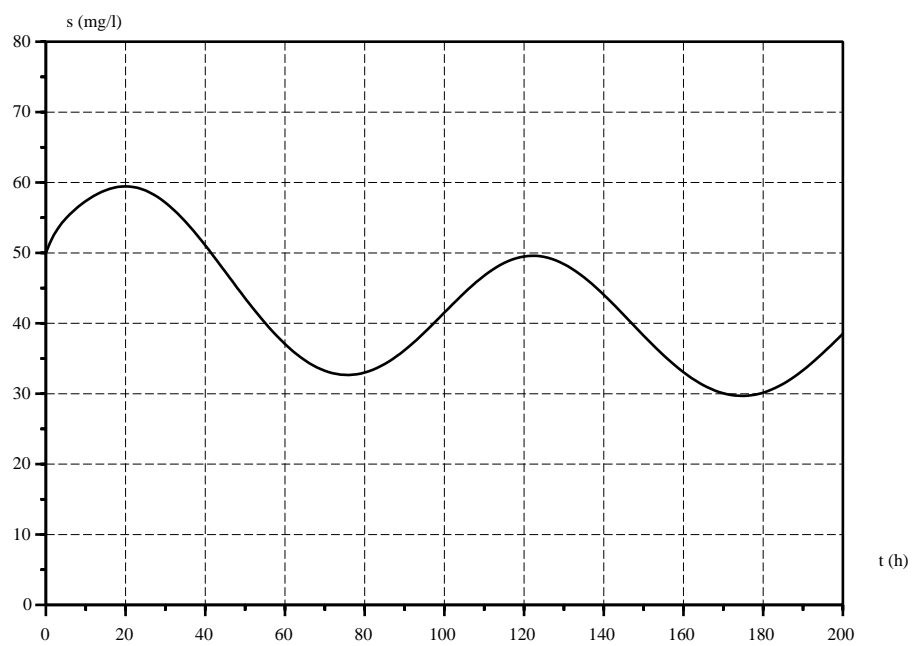
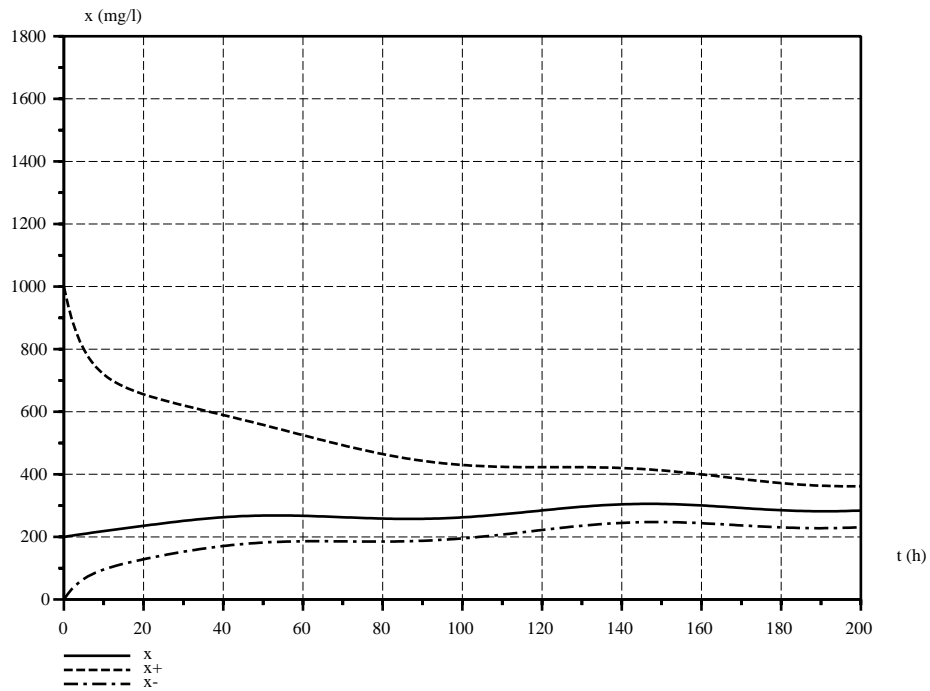
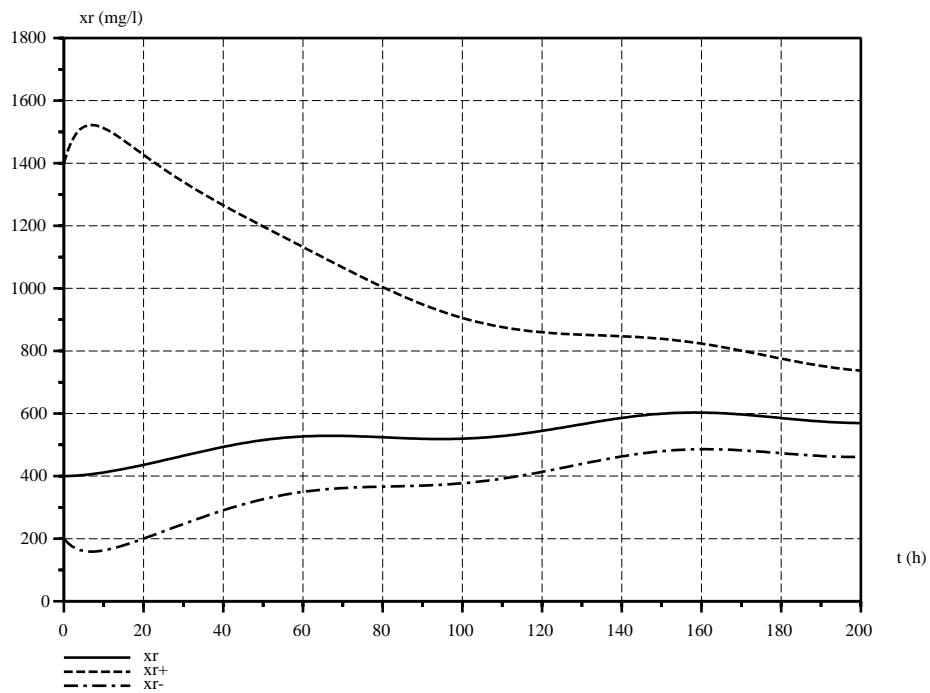


FIG. IV.5 Comportement dynamique de la mesure  $s$

FIG. IV.6 Estimation asymptotique de l'intervalle de variation de  $x$ FIG. IV.7 Estimation asymptotique de l'intervalle de variation de  $x_r$

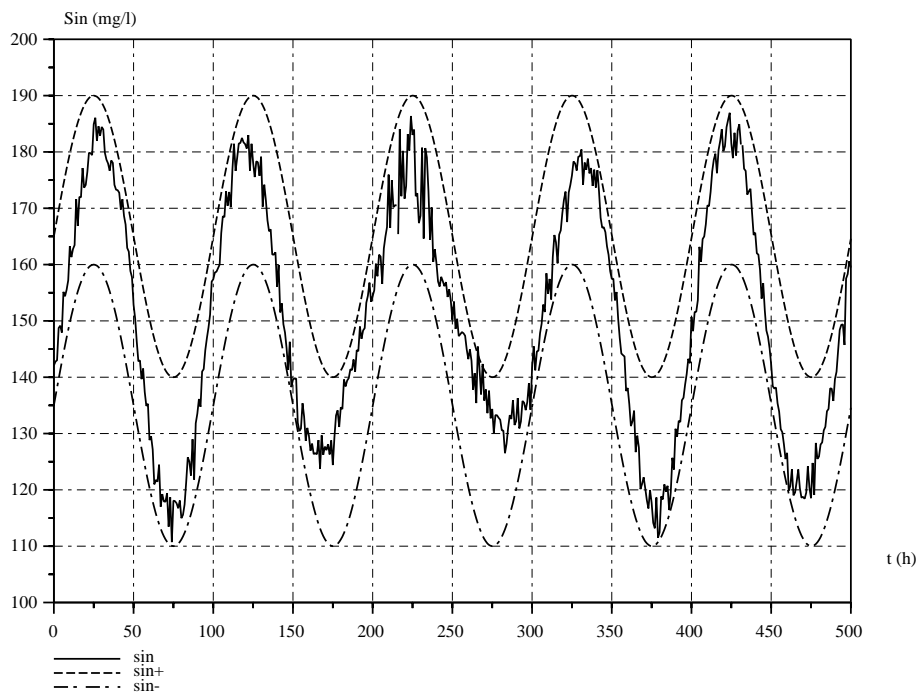


FIG. IV.8 Comportement dynamique de l'entrée  $s_{in}$ ,  $s_{in}^+$  et  $s_{in}^-$

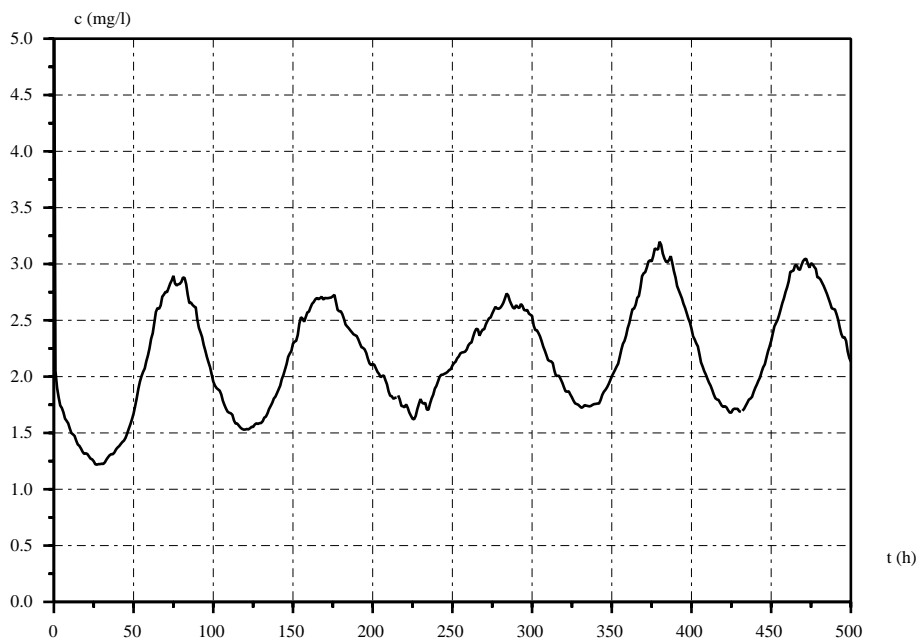


FIG. IV.9 Comportement dynamique de la mesure  $c$

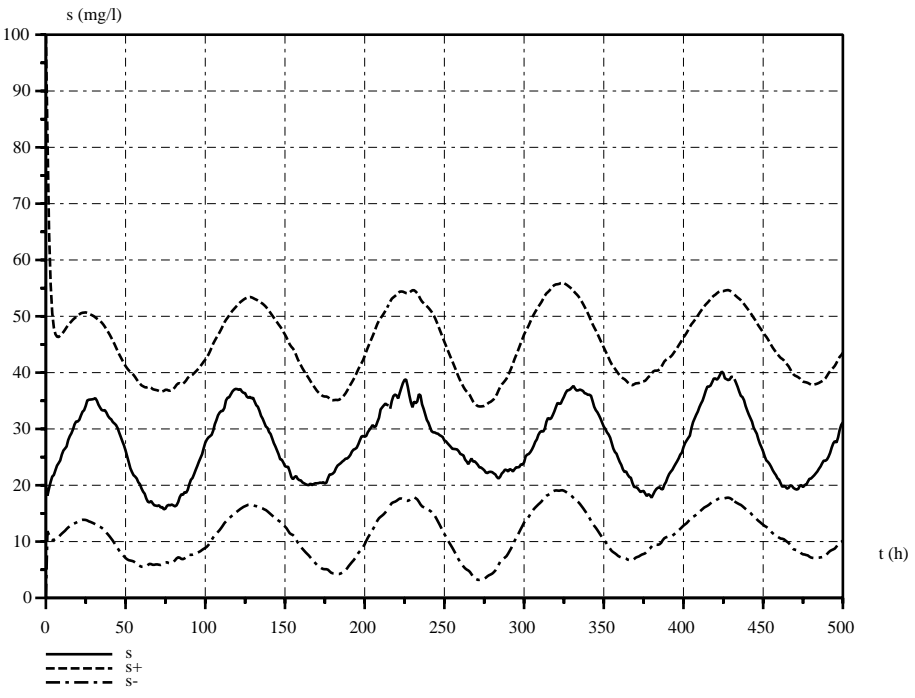
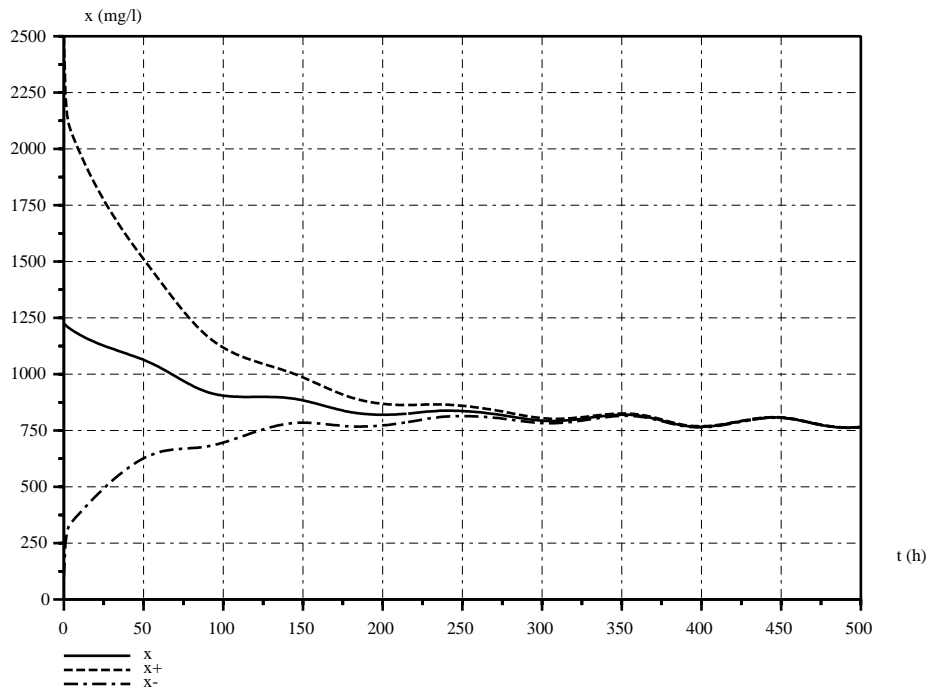
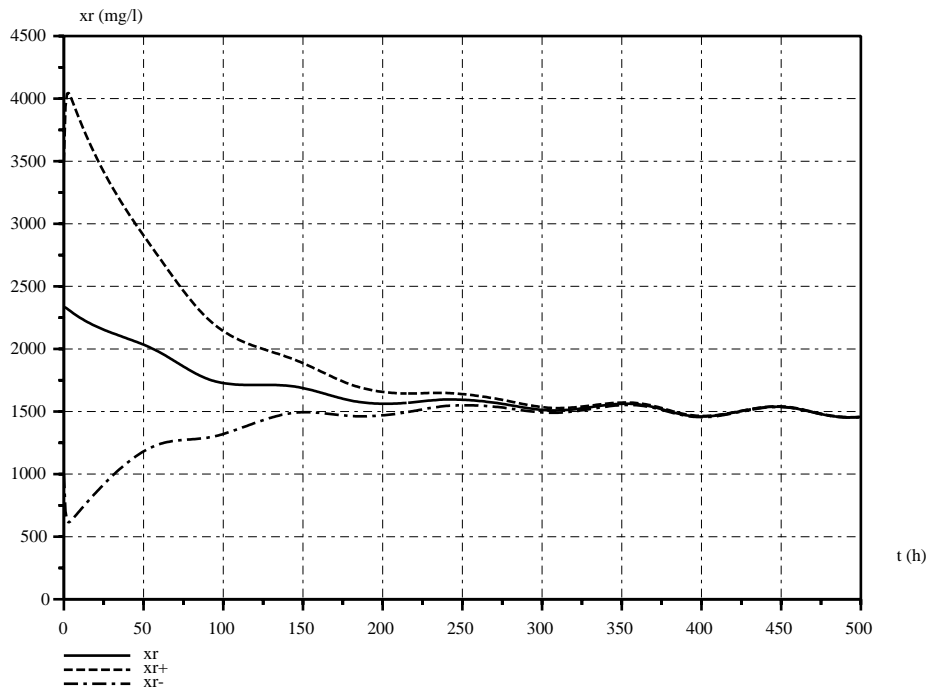
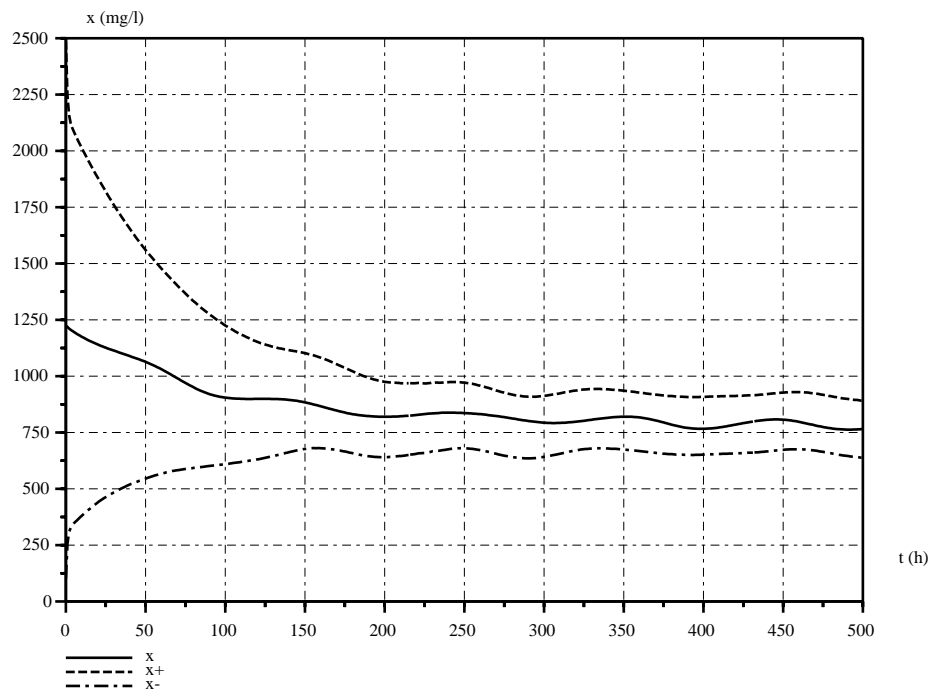
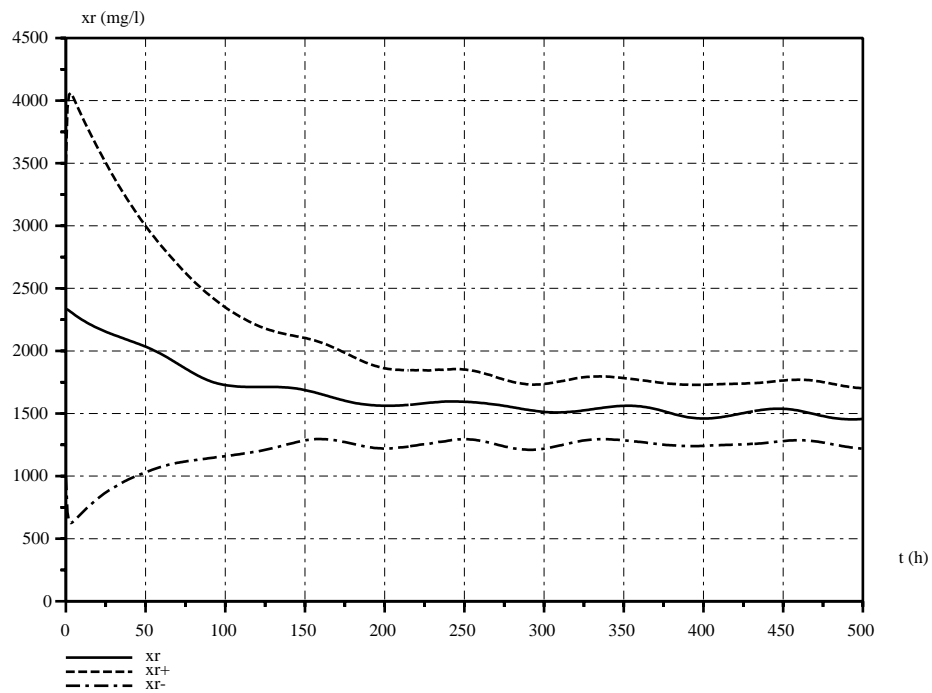
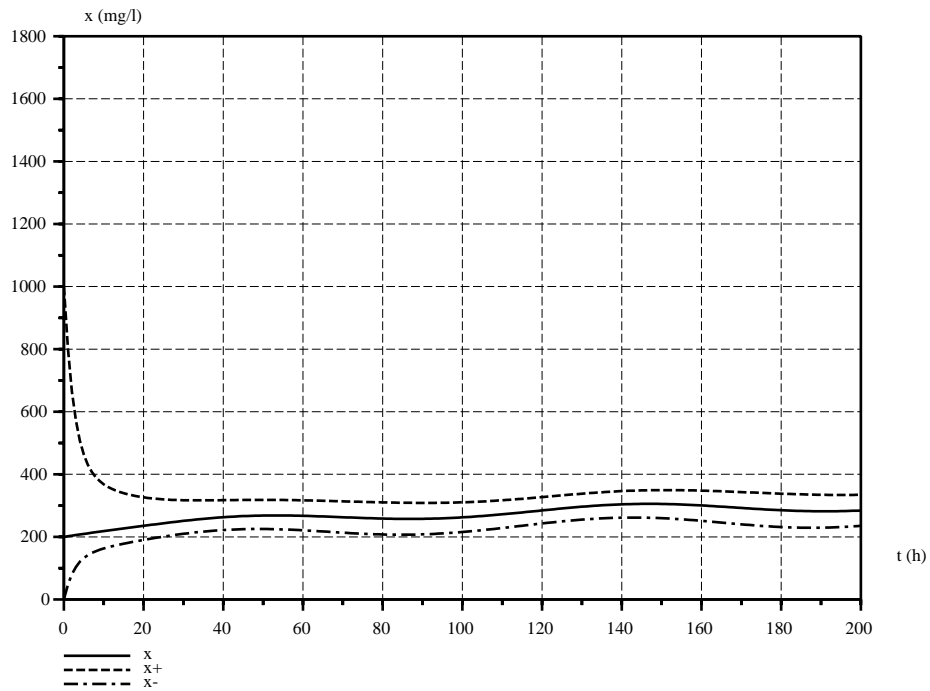
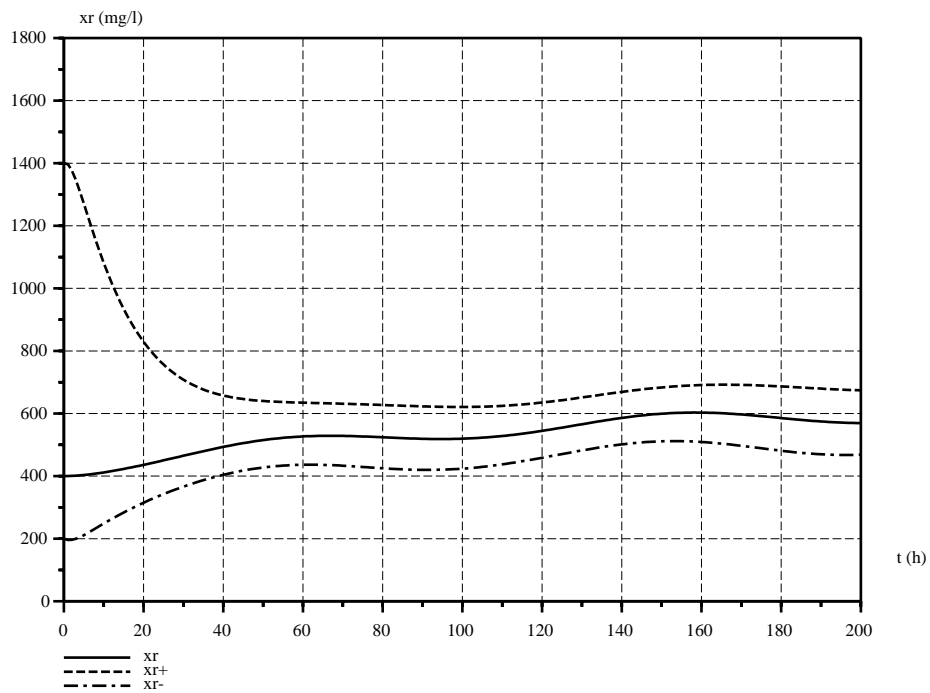


FIG. IV.10 *Intervalle observé pour s*

FIG. IV.11 *Intervalle observé pour  $x$  avec les mesures de  $c$* FIG. IV.12 *Intervalle observé pour  $x_r$  avec les mesures de  $c$*



FIG. IV.13 *Intervalle observé pour  $x$  avec les mesures de  $s$* FIG. IV.14 *Intervalle observé pour  $x_r$  avec les mesures de  $s$*

FIG. IV.15 Estimation réglable de l'intervalle de variation de  $x$ FIG. IV.16 Estimation réglable de l'intervalle de variation de  $x_r$

## IV.5 Conclusion

Ce chapitre était consacré aux problèmes d'estimation d'état sous des contraintes d'incertitudes. Une procédure générale a été développée dans le cas où certaines entrées sont supposées incertaines mais fluctuant entre des bornes (variables) connues. Bien qu'il soit synthétisé pour un procédé de traitement biologique, l'estimateur asymptotique à intervalles (IV.29) est valable dans un cadre général pour les modèles dynamiques définis par la structure (IV.45). Les diverses études exposées dans les sections précédentes ont permis de mettre en relief les points suivants :

- Il est nécessaire de fixer des bornes à l'instant initial qui encadrent les valeurs (inconnues) des variables non mesurées. Cette condition n'est pas contraignante, notamment pour les systèmes biologiques où les limites des concentrations biologiques sont généralement estimées (positivité par exemple). Dans le cas où cette connaissance n'est pas disponible, il est possible d'initialiser des intervalles très larges, l'estimateur assure la convergence mais qui sera moins rapide. Mais la condition la plus contraignante c'est de devoir déterminer des bornes pour l'entrée incertaine.
- S'inspirant de la procédure générale élaborées dans le cas des incertitude environnementales (entrées incertaines), un estimateur à intervalles a été développée tenant compte des incertitudes structurelles (coefficient stoechiométrique). D'autres cas d'incertitudes peuvent être pris en compte, en particulier les termes non-linéaires des cinétiques biologiques dans le bioréacteur ou les fonctions de sédimentation dans le décanteur, les bruits de mesure ...
- Nous avons montré les conditions de stabilité des observateurs étudiés dans le cadre de systèmes non-stationnaires. L'encadrement des variables est garanti par des condition de coopérativité. Des aspects de la précision des estimations sont fournies par les bornes maximales des largeurs des intervalles estimés en fonction des bornes supérieure et inférieures des incertitudes.
- Les mesures disponibles ont une grande influence sur la précision des estimations. Dans certains cas, l'information fournie par la mesure peut compenser le manque de connaissance sur l'entrée. Dans le cas où un choix est possible, il est donc fondamental en présence de grandeurs incertaines d'effectuer un choix adéquat des mesures servant à l'estimation.
- La stabilité et convergence de l'estimateur (IV.45) dépendent des conditions de fonctionnement du procédé. La modification de la structure par l'introduction de gains permet une amélioration considérable de ces performances. Malheureusement, nous avons montré que le réglage de la vitesse de convergence est limité par la condition de coopérativité. Une solution possible repose sur les changements de variables, l'objectif étant dans ce cas de fournir une estimation rapide des intervalles encadrant des combinaisons de variables.
- Le principe de majoration permet de montrer des résultats sur la stabilité et la précision dans les cas extrême les plus défavorables. Cette majoration engendre en contrepartie une perte d'information sur le comportement réel du processus. Ainsi par exemple, dans le cas des estimateurs asymptotiques  $\mathcal{O}_1$  et  $\mathcal{O}_2$ , l'élimination du terme de dilution  $D(t)$  dans les équations dynamiques des erreurs permet de réduire les bornes supérieures de l'ensemble limite des largeurs d'intervalles en évitant des majorations supplémentaires par  $\underline{d}$  et  $\bar{d}$ . Donc un problème d'optimisation des majorations se pose.



*Modélisation et estimation :  
application à un fermenteur  
anaérobie*



# Chapitre V

## Modélisation et estimation : application à un fermenteur anaérobie

### Contenu

---

<b>V.1 La digestion anaérobie . . . . .</b>	<b>153</b>
<b>V.2 Les démarches expérimentales . . . . .</b>	<b>156</b>
V.2.1 Caractérisation de l'effluent . . . . .	156
V.2.2 Le fermenteur . . . . .	157
V.2.3 Les mesures . . . . .	158
a) Les mesures en-ligne . . . . .	158
b) Les mesures hors-ligne . . . . .	158
c) Le protocole expérimental . . . . .	159
<b>V.3 Modélisation . . . . .</b>	<b>162</b>
V.3.1 Les hypothèses du modèle . . . . .	163
V.3.2 Le schéma réactionnel . . . . .	163
V.3.3 Les équilibres chimiques . . . . .	164
a) Le carbone inorganique . . . . .	164
b) Les acides gras volatils . . . . .	164
c) Le pH . . . . .	164
d) L'équilibre ionique . . . . .	164
e) Les gaz . . . . .	165
f) Les conditions hydrodynamiques . . . . .	165
V.3.4 Le modèle dynamique général . . . . .	165
a) Les cinétiques de croissance . . . . .	166
b) Les équations dynamiques . . . . .	166
c) Les sorties . . . . .	167
<b>V.4 Identification des paramètres . . . . .</b>	<b>167</b>
V.4.1 Procédure d'identification des paramètres cinétiques . . . . .	168
V.4.2 Procédure d'identification des coefficients de transfert . . . . .	168
V.4.3 Procédure d'identification des coefficients de rendement . . . . .	169
V.4.4 Identification des paramètres à partir des données expérimentales . .	170
V.4.5 Validation du modèle . . . . .	171
<b>V.5 Estimation des variables . . . . .</b>	<b>177</b>
V.5.1 Observateur asymptotique . . . . .	177
a) Description . . . . .	177
b) Objectifs . . . . .	177
c) Hypothèses . . . . .	178

d)	Équations . . . . .	178
e)	Convergence de l'observateur . . . . .	179
f)	Applications aux données expérimentales . . . . .	180
V.5.2	Observateur robuste . . . . .	183
a)	Description . . . . .	183
b)	Objectifs . . . . .	183
c)	Hypothèses . . . . .	183
d)	Équations . . . . .	183
e)	Convergence de l'observateur . . . . .	184
f)	Applications aux données expérimentales . . . . .	187
<b>V.6</b>	<b>Application des observateurs pour l'estimation de la composition de l'affluent . . . . .</b>	<b>190</b>
V.6.1	Estimation de la DCO totale dans l'affluent . . . . .	190
a)	Description . . . . .	190
b)	Objectifs . . . . .	190
c)	Hypothèses . . . . .	190
d)	Équations . . . . .	190
e)	Applications aux données expérimentales . . . . .	191
V.6.2	Estimation des fractions des AGV et de la DCO dans l'affluent . . . . .	193
a)	Description . . . . .	193
b)	Objectifs . . . . .	193
c)	Hypothèses . . . . .	193
d)	Équations . . . . .	193
e)	Applications aux données expérimentales . . . . .	194
V.6.3	Estimation des entrées par intervalles . . . . .	197
a)	Description . . . . .	197
b)	Objectifs . . . . .	197
c)	Hypothèses . . . . .	197
d)	Équations . . . . .	197
e)	Applications aux données expérimentales . . . . .	198
<b>V.7</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>205</b>

Le travail présenté dans ce chapitre constitue une partie d'une étude développée avec plusieurs équipes de recherches dans le cadre du projet européen AMOCO sur la modélisation, le contrôle et le diagnostic d'un procédé d'épuration biologique par digestion anaérobie. Certains aspects abordés par d'autres collaborateurs seront résumés afin de permettre un meilleur suivi des étapes étudiées.

Ce chapitre concernera l'étude d'un procédé de traitement anaérobie différent du procédé aérobie des boues activées développé dans les chapitres III et IV. Nous aborderons les problèmes de modélisation et les procédures d'estimation par intervalles introduites dans le précédent chapitre. Nous tenterons enfin de mettre en pratique les résultats théoriques par la validation expérimentale du modèle et l'application des estimateurs à intervalles sur un pilote.



## V.1 La digestion anaérobie

La digestion anaérobie est un processus de fermentation biologique très complexe qui se produit en l'absence d'oxygène. Un schéma général des différentes populations de micro-organismes mise en jeu dans les principales réactions métaboliques est présenté dans la figure (V.1) :

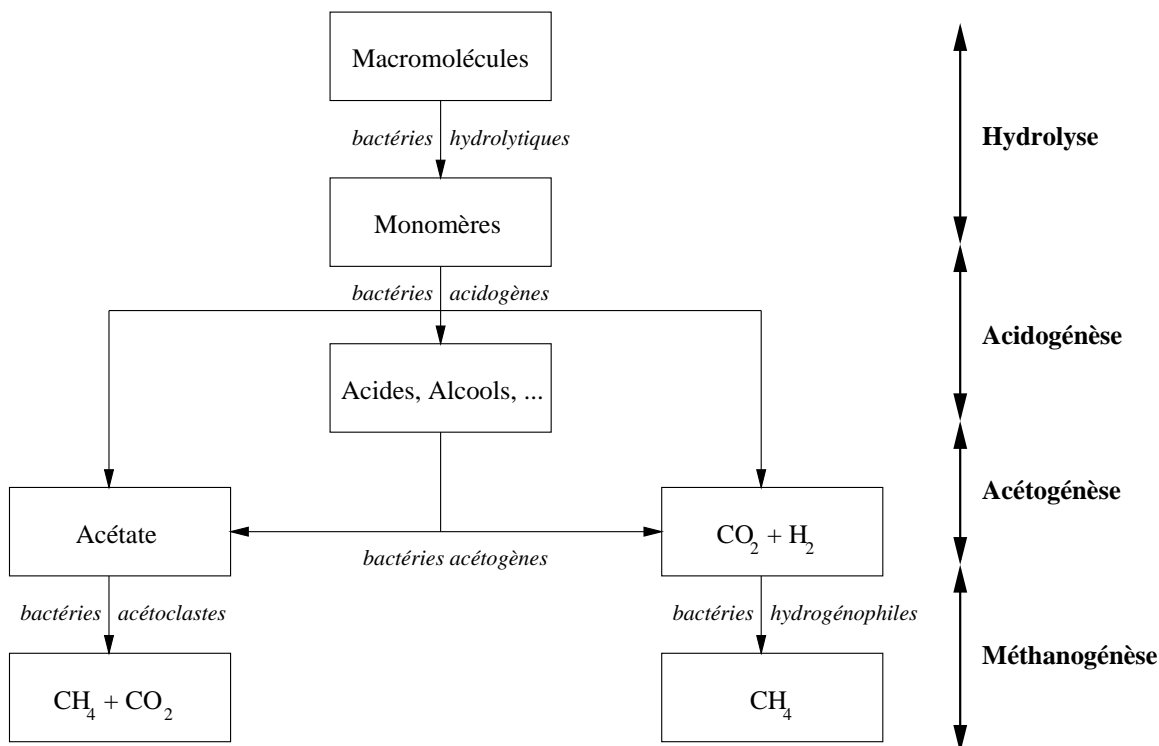


FIG. V.1 Principales souches bactériennes et voies métaboliques de la digestion anaérobie.

La dégradation biologique de la matière organique par des populations diversifiées de micro-organismes dans les écosystèmes naturels conduit à la production de méthane et de gaz carbonique à travers quatre étapes fondamentales (FIG. V.1) :

- **L'hydrolyse** : Au cours de cette phase initiale, des enzymes extracellulaires produits par des bactéries hydrolytiques effectuent la solubilisation des substrats complexes bruts sous forme de macromolécules (protéines, lipides, ...) en molécules simples sous forme de monomères solubles (acides aminés, ...).
- **L'acidogénèse** : Ce processus transforme les monomères solubles en acides organiques, alcools, gaz carbonique et hydrogène. Étant effectuées par les mêmes populations, les deux premières étapes sont souvent regroupées en une seule phase.

- **L'acétogénèse** : Elle représente une étape clé puisqu'elle transforme les produits de l'acidogénèse en gaz carbonique et hydrogène mais aussi en acétate, précurseur principal de la dernière phase de méthanogénèse. Trois populations distinctes y participent : les bactéries homoacétogènes, les bactéries fermentatives et les bactéries productrices obligées d'hydrogène (selon la terminologie anglo-saxonne OHPA) qui ne peuvent se développer qu'à de très faibles pressions partielles en hydrogène et nécessitent une association obligatoire avec des organismes consommateurs d'hydrogène.
- **La méthanogénèse** : L'ultime étape de la fermentation méthanique est la méthanogénèse qui consiste en la production de méthane par deux voies distinctes : la première à partir de l'acétate par les acétoclastes et la deuxième à partir du mélange gaz carbonique hydrogène par les hydrogénéophiles.

Des descriptions microbiologiques plus détaillées des mécanismes de fermentation dans la digestion anaérobie sont largement abordées dans les ouvrages [56, 9, 73, 141].

Devant les performances satisfaisantes de la digestion anaérobie, notamment pour l'épuration de la pollution carbonée, le traitement des eaux résiduaires industrielles et urbaines s'est affirmé ces dernières années comme un domaine d'application idéal pour les procédés de méthanisation. En effet, outre son avantage énergétique (récupération et valorisation du méthane assurant une autonomie énergétique de l'unité de traitement) et son intérêt agronomique (production de boues de composte de bonne qualité), le traitement anaérobie présente une meilleure capacité de dégradation des substrats complexes (près de 90% d'élimination de la DBO) avec une très faible production de boues comparé au dispositif aérobie.

Mais en dépit de ces avantages, l'utilisation des procédés anaérobies est encore relativement faible à l'échelle industrielle. Deux raisons principales sont :

- **L'instabilité du procédé** : Les nombreuses interactions entre l'ensemble des processus biologiques qui ont lieu dans un fermenteur anaérobie font que son fonctionnement est très sensible aux conditions opérationnelles. En effet, l'équilibre du système peut devenir brusquement instable suite à une perturbation extérieure ou à un changement du mode de fonctionnement et le retour à la normale peut être très long (parfois une durée de plusieurs mois) si l'on ne remédie pas à temps au problème [62]. Un cas de figure qui se présente par exemple couramment, concerne l'étape de méthanogénèse où un excès de substrat organique provoque une production d'acide supérieure à la consommation par les méthanogènes. La concentration d'acide atteint alors des valeurs d'inhibition pour les bactéries méthanogènes, entraînant une baisse de production de biogaz, avec la disparition de la biomasse active et une accumulation d'intermédiaires de fermentation (les acides par exemple).

Les théories de l'automatique et des systèmes experts offrent alors des solutions à ce problème permettant de stabiliser le procédé par des procédures de contrôle et d'automatisation [48, 158] ou par systèmes de décision [184].

- **La complexité du métabolisme:** Ce point est lié à celui cité ci-dessus puisque la complexité de la fermentation engendre la déstabilisation du fermenteur. Bien qu'on ait identifié globalement quatre phases principales de la fermentation anaérobie citées ci-dessus, sa complexité s'illustre par le nombre important des éléments mis en jeu et la diversité des interactions possibles dans le schéma réactionnel (FIG. V.1). Une autre difficulté découle des nombreux échanges entre les phases liquide, gazeuse et solide dans un fermenteur (FIG. V.2). La phase liquide peut être scindée en deux parties : une biologique et une autre physico-chimique qui interagissent, par exemple, à travers l'effet inhibiteur des acides gras volatils sur la croissance des bactéries méthanogènes. Par conséquent, un travail rigoureux et détaillé de modélisation est nécessaire, mais la validation du modèle sur le plan expérimental est tout aussi indispensable.

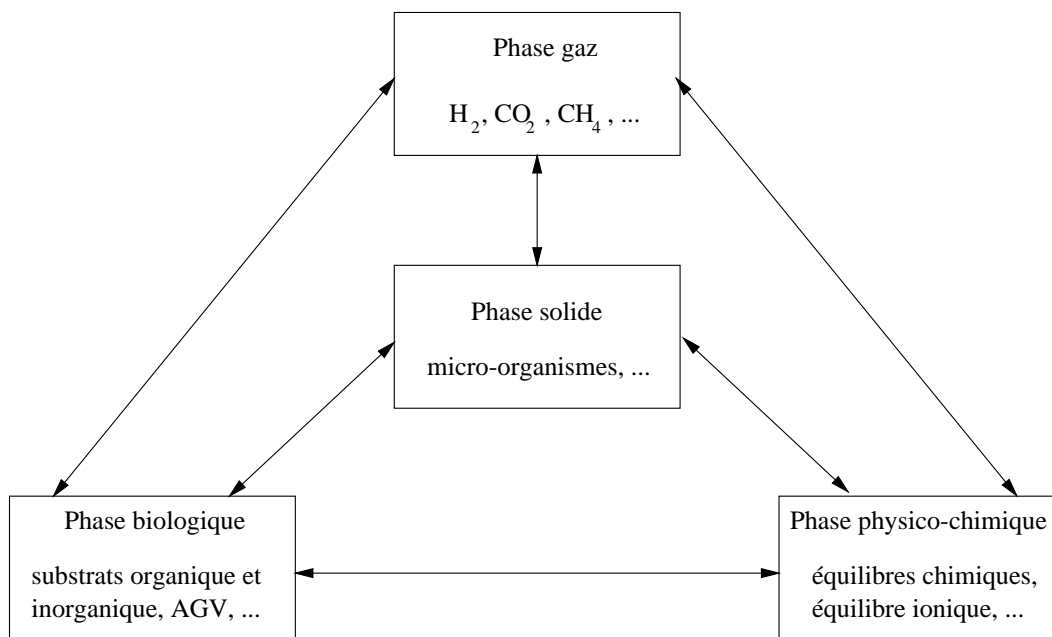


FIG. V.2 Interactions entre les diverses phases présentes dans un fermenteur anaérobie.

## V.2 Les démarches expérimentales

Un aspect original du travail présenté concerne l'identification des paramètres sur des données expérimentales et la validation du modèle développé par Bernard et Dochain [16] sur un autre jeu de données disponible sur une période relativement longue (3 mois). Les stratégies expérimentales appliquées au fermenteur pilote du LBE de l'INRA de Narbonne ont été fixées afin de permettre :

- 1/ L'acquisition des données dans des conditions qui soient suffisamment proches du mode opérationnel de l'unité de traitement à l'échelle industrielle.
- 2/ L'excitation du système afin de le conduire à des modes de fonctionnement "limites".

### V.2.1 Caractérisation de l'effluent

Les eaux résiduaires à traiter représentent les vinasses constituées des résidus de vinification (marcs, lies) provenant des distilleries vinicoles locales dans la région de Narbonne.

Les vinasses sont composées principalement de sucres, d'alcools, d'acides organiques, de phenols et de nombreuses populations bactériennes. La charge organique est relativement élevée (DCO de 10 à 45 fois plus élevée que dans les eaux usées domestiques). Par ailleurs, la matière organique se présente essentiellement sous forme soluble et une simple décantation est inefficace. Les vinasses sont pauvres en nutriments (azote et phosphore) d'où la nécessité de les enrichir en cas de traitement aérobie. Les caractéristiques des eaux résiduaires traitées sont résumées dans le tableau (V.1).

Outre un caractère saisonnier marqué, les rejets ont une grande variabilité journalière tant en quantité qu'en qualité. Leur écoulement est discontinu et de courte durée. Ils sont stockés dans trois cuves de 27 m<sup>3</sup> chacune reliée au réacteur par un circuit de recirculation.

Type de composant	Plage de variation	Unité
Acides Gras Volatils (AGV)	[5.00 - 6.00]	g/l
Carbone Organique Total (COT)	[2.50 - 6.00]	g/l
DCO totale	[9.00 - 17.4]	g/l
DCO soluble	[7.60 - 16.0]	g/l
Matières en Suspension Totales (MST)	[2.40 - 5.00]	g/l
Matières Volatiles en Suspension (MVS)	[1.20 - 2.70]	g/l
Alcalinité	[30.8 - 62.4]	meq/l
pH	[5.00 - 5.40]	

TAB. V.1 *Caractéristiques des rejets de vinasses issus des distilleries vinicoles.*

## V.2.2 Le fermenteur

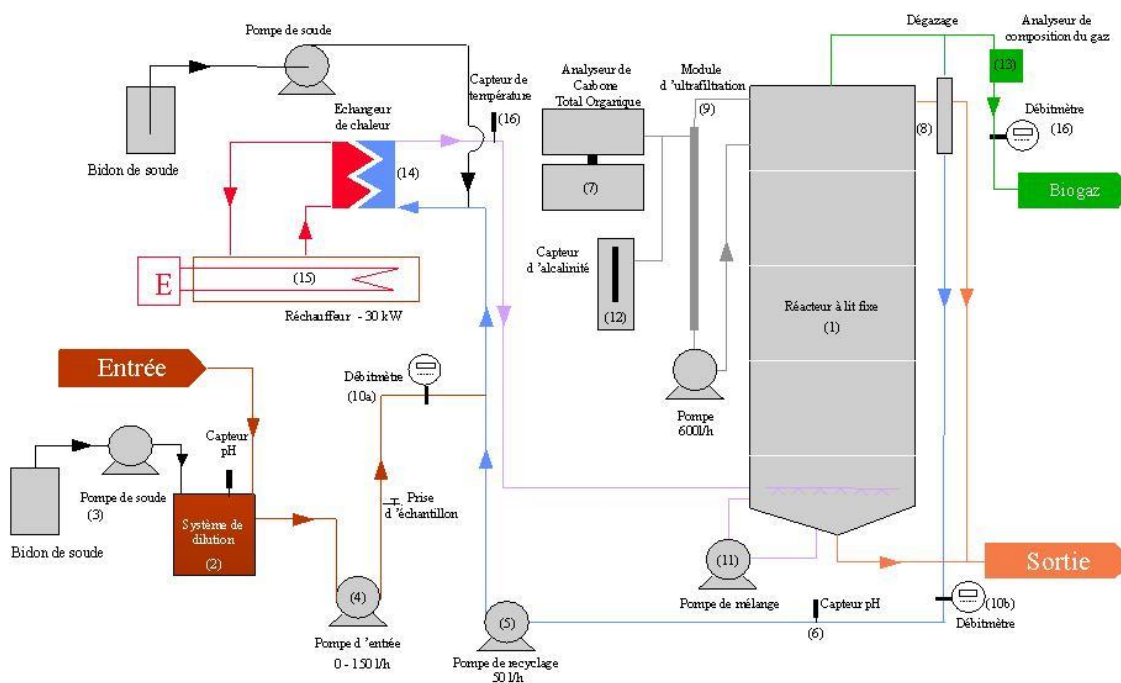


FIG. V.3 Schéma synoptique du procédé pilote de méthanisation.

Parmi les facteurs influençant les choix du procédé de traitement, figurent les caractéristiques de l'effluent à traiter. La composition des vinasses a conduit à l'utilisation d'un procédé de méthanisation en lit fixe. La synoptique de l'unité pilote est représentée sur la figure (V.3). Ce dispositif est totalement différent de l'unité des boues activées étudiée dans les précédents chapitres. Cette distinction apparaît d'une part au niveau des conditions de l'oxygène dissous dans le milieu (anaérobie dans le fermenteur et aérobie dans le PBA) ; d'autre part, du point de vue du positionnement des micro-organismes dans le réacteur (fixés dans le réacteur et libres en suspension dans le PBA).

Le bioréacteur du procédé anaérobie est une colonne circulaire de 3.5 m de hauteur, de 0.6 m de diamètre et de 948 l de volume effectif. Le lit fixe est un support cylindrique cloisonné constitué sur lequel les bactéries se fixent et se développent (la surface totale est de 135 m<sup>2</sup>).

La dilution de l'affluent est réalisée en diluant un échantillon 20 l de vinasse (mesuré par un débitmètre) dans une cuve de 200 l (dilution surveillée par des capteurs de niveau dans le bassin).

### V.2.3 Les mesures

Comme nous l'avons mentionné à la fin du chapitre II (section II.5), les mesures en-ligne dans les procédés biologiques de traitement se résument généralement à quelques paramètres physiques (température, pression, débit, niveau) fournis par l'instrumentation classique. Dans le projet AMOCO, un effort particulier a été consacré au développement d'une instrumentation adaptée permettant une acquisition d'un nombre important de mesures différentes (physiques, chimiques et biologiques). Certaines mesures étant disponibles en temps réel, d'autres nécessitant une procédure d'analyse supplémentaire [183].

#### a) Les mesures en-ligne

Le flux d'entrée est mesuré par un capteur électromagnétique (KHRONE), localisé à l'entrée du fermenteur.

Une boucle d'analyse mesure le débit et les concentrations des gaz. Un capteur ULTRAMAT 22P (SIEMENS) fournit le pourcentage  $\text{CO}_2/\text{CH}_4$  du biogaz analysé. Le débitmètre de gaz est localisé à la sortie de la boucle. Il utilise un flotteur électromagnétique pour mesurer en continu les gaz produits.

#### b) Les mesures hors-ligne

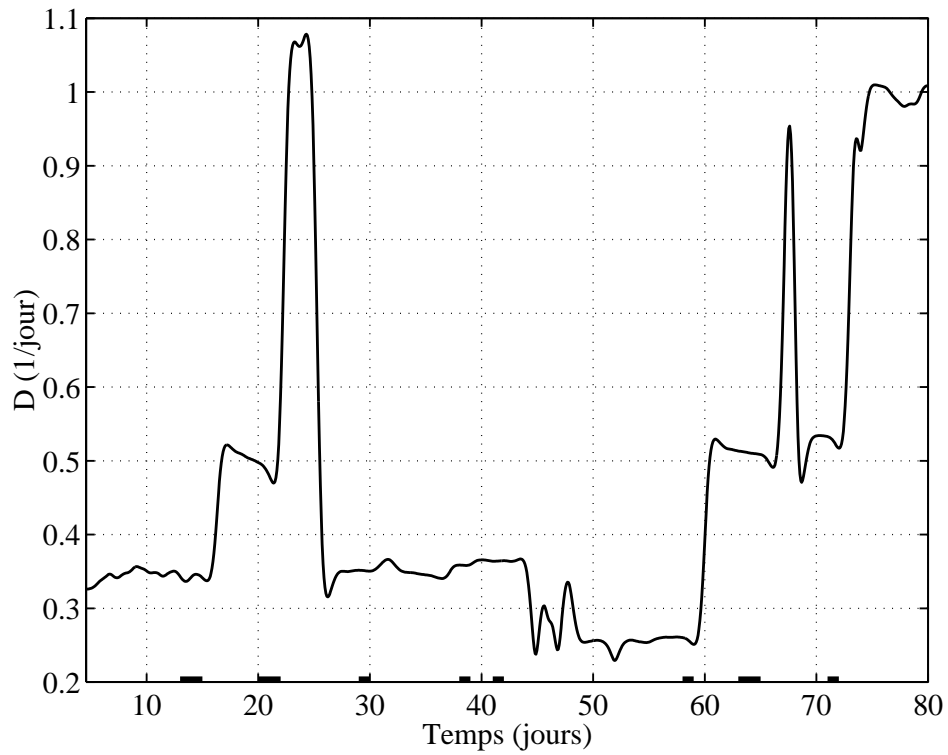
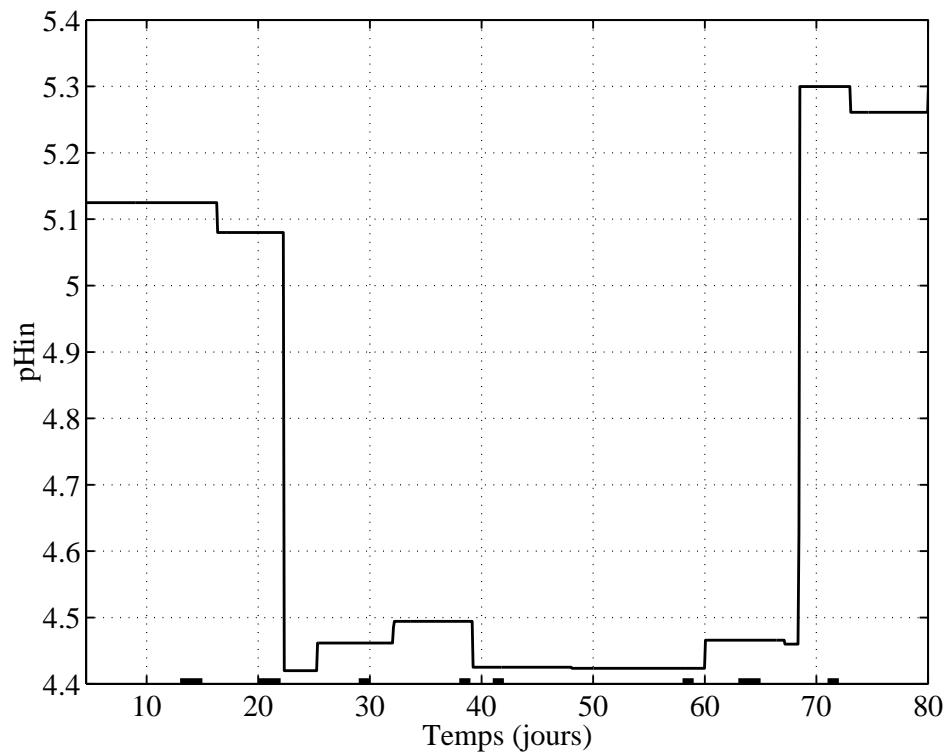
Les échantillons pour l'analyse hors-ligne de l'affluent sont prélevés au niveau de la canalisation d'alimentation du procédé en aval de la pompe de recirculation (FIG. V.3). Les échantillons de l'effluent sont prélevés à la sortie du fermenteur juste avant le rejet du mélange traité. Ils sont stockés à une température de 4 °C. Une partie des échantillons subit un traitement par centrifugation (15 min à 10000 tr/min).

- **Mesure des MST et des MVS :** Les résidus de la centrifugation sont chauffés dans une chambre à vapeur à 105 °C dans un pot en céramique de 30 ml. La pesée effectuée 24 heures après fournit la concentration des matières en suspension totales (MST). L'échantillon subit à nouveau une cuisson de 2 heures à 550 °C. Une nouvelle pesée est effectuée et la différence de poids fournit la concentration des matières volatiles solides (MVS).
- **Mesure des AGV :** Les acides gras volatils (AGV) sont mesurés par chromatographie en phase gazeuse (FISSONS INSTRUMENTS GC8000) équipée d'une colonne (ECONOCAP FFAP Altech) de 15 m de hauteur (cf. [183] pour plus de détails).
- **Mesure de la DCO :** La mesure (selon la norme NF T 90-101) de la demande chimique en oxygène (DCO) est basée sur l'oxydation de la matière organique par le dichromate de potassium dans un milieu acide ( $\text{H}_2\text{SO}_4$ ) à la température d'ébullition. La titration de l'excès de l'oxydant fournit stoechiométriquement une estimation de la DCO (voir aussi section II.5.2).
- **Mesure de l'alcalinité :** La mesure de l'alcalinité est effectuée par une double titration à un  $\text{pH}=5.75$  (alcalinité partielle) et à un  $\text{pH}=4.30$  (alcalinité totale) par addition d'acide chlorhydrique (HCl). Des calculs sont développés dans l'annexe (J) afin de déduire les relations entre les concentration du carbone organique, des acides gras volatils et de l'alcalinité [165].

### c) Le protocole expérimental

La conduite expérimentale des essais a été établie de sorte que les variations dynamiques des données générées soient suffisamment riches afin de permettre une exploitation efficace de ces mesures au cours de l'étape d'identification des paramètres du modèle. Les conditions opérationnelles sont modifiées en variant la concentration organique ainsi que le débit liquide de l'affluent. Le choix des changements transitoires des deux entrées manipulées a pour objectif de couvrir un large spectre du taux de charge organique et d'obtenir une situation proche des conditions de déstabilisation du fermenteur. Les caractéristiques dynamiques de l'affluent à l'entrée du pilote sont représentées par les figures suivantes :

- **FIGURE V.4** Les valeurs du taux de dilution sont directement déduites des mesures en ligne du débit d'entrée. Les variations du taux de dilution indiquent des temps de séjour dans le fermenteur qui varient entre une journée et quatre jours.
- **FIGURE V.5** Le pH dans l'affluent varie entre 4.4 et 5.3 (solution acide).
- **FIGURE V.6** Cette figure illustre les mesures hors-ligne de la DCO dans l'affluent. Les variations de la DCO étant très faibles, nous supposons une concentration constante entre chaque instant de changement transitoire. L'amplitude des échelons représente donc une moyenne des mesures disponibles dans la plage où la concentration est supposée constante.
- **FIGURE V.7** Les mesures hors-ligne de la concentration des acides gras volatils (AGV) à l'entrée du réacteur sont représentées sur cette courbe. Les remarques ci-dessus pour la DCO sont aussi valables pour les AGV.

FIG. V.4 *Comportement dynamique du taux de dilution.*FIG. V.5 *Variations du pH dans l'affluent d'entrée.*



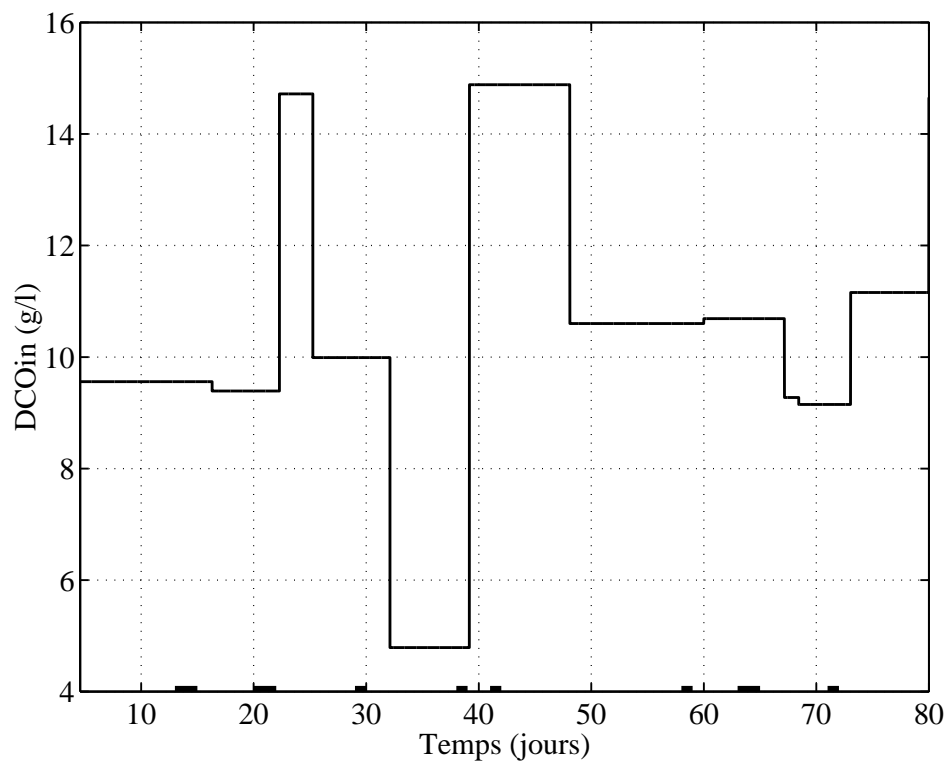


FIG. V.6 Comportement dynamique de la DCO dans l'affluent d'entrée.

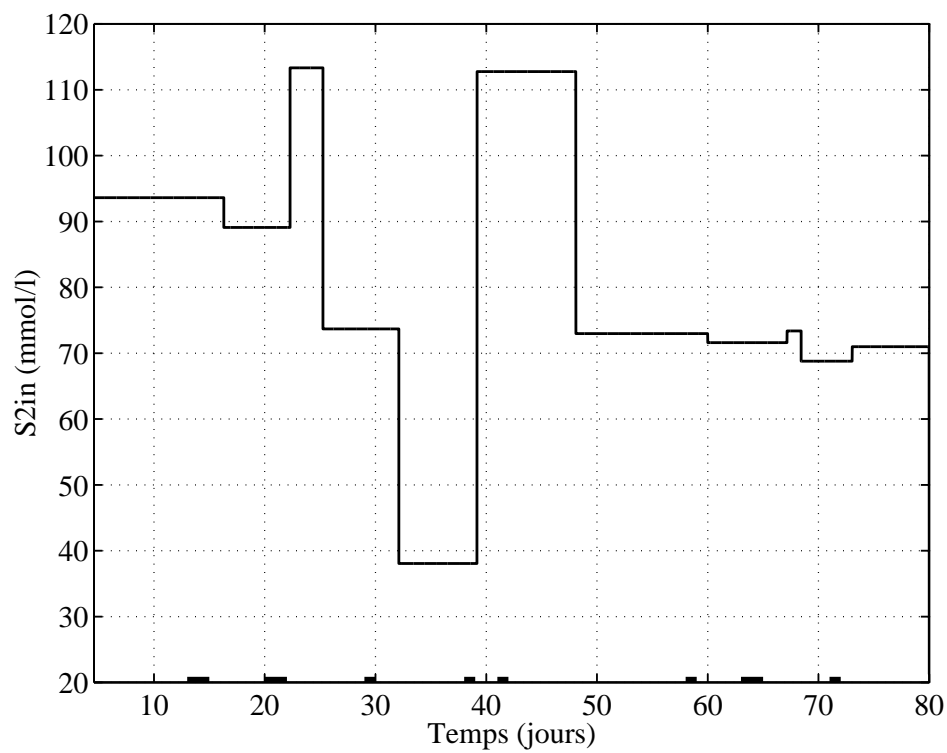


FIG. V.7 Comportement dynamique des AGV dans l'affluent d'entrée.

### V.3 Modélisation

La fermentation méthanique a connu un intérêt croissant depuis la fin des années soixante. Les études entreprises couvraient une large variété de modèles, du plus simple ne tenant compte que d'une seule population de bactéries [5], au modèle phénoménologique plus compliqué [167]. Le tableau récapitulatif (V.2) (issu de [22]) résume les principaux travaux de modélisation développés pour la représentation mathématique des divers phénomènes mis en jeu au cours de la fermentation anaérobie.

Référence	Population bactérienne	Cinétiques biologiques	Observations
[5]	Acétoclaste	Haldane	L'acétate non ionisé est substrat et inhibiteur
[95]	Acido-acétogène, acétoclaste	Double inhibition	Inhibition par les AGV non ionisés et l'ammoniac
[143]	Acido-acétogène, acétoclaste	Haldane	Prise en compte de l'énergie de maintenance
[174]	Acido-acétogène, acétoclaste	Monod	Influence de la température, l'acétate est le substrat et les autres AGV sont inhibiteurs
[147]	Acidogène, acétogène, acétoclaste, hydrogénophile	Monod	Prise en compte de l'effet régulateur de la pression partielle en hydrogène
[167]	Acidogène, acétogène, acétoclaste, hydrogénophile, homoacétogène, sulfato-réduction	Monod	Hypothèses de Mosey plus la prise en compte des équilibres physico-chimiques
[40]	Acidogène, méthanogène	Monod	Phase d'hydrolyse modélisée et trois populations méthanogènes distinctes sont considérées

TAB. V.2 *Tableau récapitulatif des modèles biologiques de la digestion anaérobie.*

Ces études sont développées dans un cadre particulier et sont valables dans les conditions fixées préalablement. Les objectifs envisagés dans ce travail de modélisation concernaient deux points majeurs :

1/ Élaborer un modèle simple mais permettant de bien représenter le phénomène de déstabilisation du fermenteur. La possibilité la plus simple consiste alors à introduire un modèle

à deux populations bactériennes (acidogènes et méthanogènes) qui dégradent deux substrats (matières organique et acides gras volatils).

2/ Étudier le rôle de l'alcalinité dans les mécanismes de fermentation dans un but de contrôle du procédé (par action sur l'alcalinité).

Avant d'aborder les problèmes d'identification des paramètres et d'estimation des variables, nous présenterons dans cette section le modèle développé par Bernard et Dochain [17] et qui fera l'objet des applications pratiques présentées dans les sections V.4 et V.5.

### V.3.1 Les hypothèses du modèle

La construction du modèle est basée sur les hypothèses suivantes :

- H<sub>1</sub> Les tests hydrodynamiques ont alors montré que le comportement du réacteur est proche de celui d'un bassin parfaitement mélangé.
- H<sub>2</sub> L'alcalinité est principalement due aux concentrations des acides gras volatils et du bicarbonate qui sont considérées comme les sources d'anions les plus importantes dans le milieu ( $[\text{CH}_3\text{COO}^-]$  pour l'acétate, principal composant des AGV et  $[\text{HCO}_3^-]$  pour le bicarbonate).
- H<sub>3</sub> Le pH dans le fermenteur est borné entre deux valeurs connues :  $6 \leq \text{pH} \leq 8$ .
- H<sub>4</sub> La température est régulée autour de 35 °C ( $35 \text{ °C} \leq T \leq 38 \text{ °C}$  )

Les tests ont montré que le fermenteur est principalement sensible aux étapes limitantes d'acidogénèse et de méthanogénèse qui peuvent occasionner une déstabilisation du fermenteur. L'effort de modélisation sera particulièrement consacré à ces deux phases métaboliques.

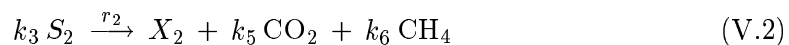
### V.3.2 Le schéma réactionnel

Deux populations principales sont mises en jeu au cours du traitement anaérobie: les acidogènes  $X_1$  et les méthanogènes  $X_2$ . Les réactions biologiques suivantes caractérisent ces micro-organismes épurateurs :

– Acidogénèse



– Méthanogénèse



$r_1 = \mu_1 X_1$  et  $r_2 = \mu_2 X_2$  sont respectivement les taux des réactions d'acidogénèse et de méthanogénèse,  $\mu_1$  et  $\mu_2$  sont respectivement les taux de croissance des acidogènes et des méthanogènes, les coefficients  $k_i$  ( $i = 1, \dots, 6$ ) sont les constantes stoechiométriques.

$S_1$  représente le substrat organique consommé par les acidogènes  $X_1$  pour former les acides gras volatils  $S_2$  composés principalement d'acétate ( $\text{CH}_3\text{COOH}$ ), de propionate ( $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{COOH}$ ) et de butyrate ( $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{CH}_2\text{COOH}$ ). La fraction d'acétate étant beaucoup plus élevée, les caractéristiques des AGV sont supposées identiques à celles de l'acétate pur.

Notons que  $S_1$  est exprimée en g DCO/l et  $S_2$  en mmol AGV/l, mais la DCO totale mesurée regroupe les concentrations du substrat organique  $S_1$  et de l'acide organique  $S_2$  qui peut être converti en unité de DCO.

### V.3.3 Les équilibres chimiques

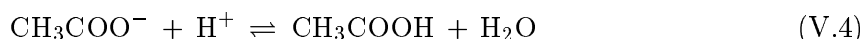
#### a) Le carbone inorganique

Le carbone inorganique  $C$  est principalement composé du  $\text{CO}_2$  dissous, du bicarbonate ( $B$ ) et du carbonate [166]. Les conditions opératoires du pH (cf. H<sub>3</sub>) et de température (cf. H<sub>4</sub>) engendrent une faible concentration de carbonate à l'équilibre (voir [15] pour plus de détails sur les réactions de dissociation). La concentration totale du carbone inorganique est fournie par la relation suivante :

$$C = \text{CO}_2 + B \quad (\text{V.3})$$

#### b) Les acides gras volatils

L'acide acétique constitue la majeure partie des AGV, de ce fait on les assimile à de l'acétate pur. L'équation de dissociation de l'acétate est donnée par l'équilibre chimique suivant :



La constante d'équilibre de (V.4) est calculée par la relation :

$$K_a = \frac{[\text{H}^+][\text{CH}_3\text{COO}^-]}{[\text{CH}_3\text{COOH}]} \quad (\text{V.5})$$

On suppose que la constante de dissociation des AGV est similaire à celle de l'acétate. À la température considérée (cf. H<sub>4</sub>), la valeur de la constante d'équilibre est fixée à  $K_a = 1.5 \cdot 10^{-5}$  mol/l. Les valeurs fixées extrêmes du pH (cf. H<sub>3</sub>) engendrent une faible concentration de la partie non ionisée ( $SH$ ) par rapport à la partie ionisée ( $S^-$ ). Une approximation de la concentration totale des AGV est représentée par la formule suivante :

$$S_2 \simeq [S^-] \quad (\text{V.6})$$

Un calcul plus détaillé de  $S_2$  en fonction de l'alcalinité est développé en annexe (voir annexe J).

#### c) Le pH

L'équilibre chimique entre le  $\text{CO}_2$  et le bicarbonate est donné par la formule suivante :



où  $K_b$  est la constante d'équilibre ( $K_b = 6.5 \cdot 10^{-7}$  mol/l) :

$$K_b = \frac{[\text{H}^+]B}{\text{CO}_2} \implies \text{pH} = -\log_{10} \left( K_b \frac{\text{CO}_2}{B} \right) \quad (\text{V.8})$$

#### d) L'équilibre ionique

L'alcalinité  $Z$  d'une solution est définie comme la somme des acides dissociés dans le milieu aqueux. Les conditions de pH (cf. H<sub>3</sub>) et de température (cf. H<sub>4</sub>) favorisent essentiellement la formation de bicarbonate  $B$  et d'acétate  $S_2$ , la proportion des autres anions  $[\text{OH}^-]$ ,  $[\text{H}_2\text{CO}_3^-]$ ,  $[\text{CO}_3^{2-}]$  étant négligeable. L'alcalinité totale est donc directement déduite de la somme ci-dessous :

$$Z = B + S_2 \quad (\text{V.9})$$

Notons que la relation (V.9) n'est plus valable pour le calcul de l'alcalinité de l'affluent car les valeurs du pH sont très faibles (voir annexe J pour plus de détails).

### e) Les gaz

Les tests effectués sur le fermenteur ont montré que la proportion d'hydrogène est très faible dans le flux gazeux de sortie. Le mélange de gaz est composé principalement de gaz carbonique et de méthane.

La solubilité du méthane étant très faible, la concentration de  $\text{CH}_4$  dissous est négligeable. Le flux molaire de sortie du méthane formé est supposé proportionnel au taux de réaction de la méthanogénèse :

$$q_M = k_6 \mu_2 X_2 \quad (\text{V.10})$$

Le  $\text{CO}_2$  se décompose en deux parties : une forme gazeuse et une forme dissoute. Le flux molaire de sortie du gaz carbonique est déduit de la concentration dissoute de  $\text{CO}_2$  à travers la loi d'Henry :

$$q_C = K_L a (\text{CO}_2 - K_H P_C) \quad (\text{V.11})$$

où  $K_L a$  est le coefficient de transfert liquide-gaz,  $K_H$  est la constante d'Henry et  $P_C$  la pression partielle de  $\text{CO}_2$ .

La concentration du carbone dissous est directement déduite des relations (V.3) et (V.9) :

$$\text{CO}_2 = C + S_2 - Z \quad (\text{V.12})$$

La pression partielle  $P_C$  est calculée en supposant les pressions de gaz à l'équilibre. La loi des gaz parfait aboutit à la relation :

$$\frac{P_T - P_C}{q_M} = \frac{P_C}{q_C} \quad (\text{V.13})$$

où  $P_T$  est la pression totale dans le réacteur (pression atmosphérique). On montre à partir des équations V.11 et V.13 que la seule solution admissible s'écrit sous la forme :

$$P_C = \frac{\phi - \sqrt{\phi^2 - 4K_H P_T \text{CO}_2}}{2K_H} \quad (\text{V.14})$$

où  $\phi = \text{CO}_2 + K_H P_T + \frac{q_M}{K_L a}$ .

### f) Les conditions hydrodynamiques

La conséquence de l'hypothèse  $H_1$  sur les conditions homogènes du fermenteur est que les dynamiques de transport de matière des substances chimiques sont régies par le taux de dilution  $D$  (voir aussi modèle du couple aérateur/décanteur dans le chapitre III).

Dans un système à lit fixe, la biomasse étant fixée à un support, celle-ci n'est pas affectée par le flux liquide de recirculation. Cependant les test expérimentaux ont montré qu'une partie des micro-organismes ne parvient pas à se fixer ou se détache sous les effets hydrauliques du débit de recirculation. Ce point a donc été pris en compte dans la modélisation hydrodynamique du comportement de la biomasse, en introduisant un pourcentage  $\alpha$  ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ) de micro-organismes dans la phase liquide. La valeur  $\alpha = 0$  décrit un lit bactérien alors que la condition  $\alpha = 1$  correspond à un réacteur infiniment mélangé.

## V.3.4 Le modèle dynamique général

Avant de présenter la structure du modèle, il convient de choisir les fonctions décrivant les cinétiques de croissance.

### a) Les cinétiques de croissance

Comme nous l'avons souligné dans les chapitres précédents, la modélisation des cinétiques biologiques est l'étape la plus délicate dans l'étude théorique des bioprocédés. Afin de maintenir une structure simple en accord avec les précédents travaux réalisés en digestion anaérobie, le choix s'est porté sur les fonctions suivantes :

#### i) Bactéries acidogènes :

On considère des cinétiques de type Monod pour la croissance de la population acidogène :

$$\mu_1(S_1) = \bar{\mu}_1 \frac{S_1}{S_1 + K_{S1}} \quad (\text{V.15})$$

où  $\bar{\mu}_1$  est le taux de croissance maximum et  $K_{S1}$  la constante de demi-saturation associée au substrat  $S_1$ .

#### ii) Bactéries méthanogènes :

L'accumulation des AGV a un effet inhibiteur sur la croissance des méthanogènes. Les cinétiques biologiques dans la phase méthanogénèse sont donc modélisées par une fonction de type Haldane :

$$\mu_2(S_2) = \bar{\mu}_2 \frac{S_2}{S_2 + K_{S2} + \left(\frac{S_2}{K_{I2}}\right)^2} \quad (\text{V.16})$$

où  $\bar{\mu}_2$  est le taux de croissance maximum sans inhibition,  $K_{S2}$  et  $K_{I2}$  sont respectivement les constantes de saturation et d'inhibition associées au substrat  $S_2$ .

### b) Les équations dynamiques

En considérant les réactions (V.1), (V.2) et les conditions d'équilibre (V.3, V.9), le bilan massique dans le fermenteur appliqué aux deux concentrations de biomasse  $X_1$  et  $X_2$ , au substrat organique  $S_1$ , aux AGV  $S_2$  et au carbone inorganique  $C$  aboutit au modèle dynamique général :

$$\dot{X}_1 = (\mu_1(S_1) - \alpha D(t)) X_1 \quad (\text{V.17})$$

$$\dot{X}_2 = (\mu_2(S_2) - \alpha D(t)) X_2 \quad (\text{V.18})$$

$$\dot{Z} = D(t)(Z_{in}(t) - Z) \quad (\text{V.19})$$

$$\dot{S}_1 = D(t)(S_{1in}(t) - S_1) - k_1 \mu_1(S_1) X_1 \quad (\text{V.20})$$

$$\dot{S}_2 = D(t)(S_{2in}(t) - S_2) + k_2 \mu_1(S_1) X_1 - k_3 \mu_2(S_2) X_2 \quad (\text{V.21})$$

$$\dot{C} = D(t)(C_{in}(t) - C) - q_C(X_2, Z, S_2, C) + k_4 \mu_1(S_1) X_1 + k_5 \mu_2(S_2) X_2 \quad (\text{V.22})$$

où  $S_{1in}$  (gCOD/l),  $S_{2in}$  (mmole/l),  $C_{in}$  (mmole/l) et  $Z_{in}$  (mmole/l) sont respectivement les concentrations de  $S_1, S_2, C$  et  $Z$  dans l'affluent.

Comme pour le modèle du procédé des boues activées (IV.29), on peut réécrire les équations dynamiques ci-dessus sous une forme matricielle plus générale :

$$\dot{\zeta} = K\phi(\zeta) + A(t)\zeta + B(t) \quad (\text{V.23})$$

$$\text{avec : } \left\{ \begin{array}{l} \zeta = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ Z \\ S_1 \\ S_2 \\ C \end{pmatrix} ; \quad K = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ -k_1 & 0 \\ k_2 & -k_3 \\ k_4 & k_5 \end{pmatrix} ; \quad \phi(\zeta) = \begin{pmatrix} \mu_1(S_1)X_1 \\ \mu_2(S_2)X_2 \end{pmatrix} \\ \\ A(t) = \begin{pmatrix} \alpha & & & & & \\ & \alpha & & 0 & & \\ & & 1 & & & \\ & 0 & & \ddots & & \\ & & & & & 1 \end{pmatrix} D(t) ; \quad B(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ D(t)Z_{in}(t) \\ D(t)S_{1in}(t) \\ D(t)S_{2in}(t) \\ D(t)C_{in}(t) - q_C(t) \end{pmatrix} \end{array} \right.$$

### c) Les sorties

À partir des équations d'état (V.23), on peut déduire le débit de  $\text{CO}_2$  en combinant (V.11), (V.12) et (V.14). Le débit  $\text{CH}_4$  est directement donné par l'expression (V.10). Le pH est calculé par l'intermédiaire des équations (V.8), (V.9) et (V.12) :

$$q_C = K_L a (C + S_2 - Z - K_H P_C) \quad (\text{V.24})$$

$$q_M = k_6 \mu_2(S_2) X_2 \quad (\text{V.25})$$

$$\text{pH} = -\log_{10} \left( K_b \frac{C - Z + S_2}{Z - S_2} \right) \quad (\text{V.26})$$

où  $P_C = \frac{\phi - \sqrt{\phi^2 - 4K_H P_T (C + S_2 - Z)}}{2K_H}$  et  $\phi = C + S_2 - Z + K_H P_T + \frac{k_6}{K_L a} \mu_2(S_2) X_2$ .

## V.4 Identification des paramètres

Dans cette partie, nous tentons de résumer la procédure d'identification largement abordée dans l'article [17]. Le modèle du réacteur formulé par les équations V.17 à V.22 engendre 14 paramètres à identifier :  $\bar{\mu}_1$ ,  $K_{S1}$ ,  $\bar{\mu}_2$ ,  $K_{S2}$ ,  $K_{I2}$ ,  $\alpha$ ,  $K_L a$ ,  $K_H$ ,  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $k_4$ ,  $k_5$ ,  $k_6$ .

L'identification consiste à déterminer les paramètres qui optimisent un certain critère mettant en évidence la comparaison entre les simulations du modèle et les mesures expérimentales. Pour plus de détails sur les problèmes liés à l'identification de modèles paramétriques, le lecteur peut se référer à l'ouvrage de Walter et Pronzato [200].

Mais la minimisation d'un critère global d'identification se heurte à deux problèmes majeurs : la vérification de la contrainte d'identifiabilité liée à l'unicité des paramètres optimaux [199, 49] et l'existence des minima locaux du critère vers lesquels l'algorithme d'optimisation risque de converger [193]. Ces problèmes sont d'autant plus importants que le nombre de paramètres à identifier est grand.

Afin de contourner ces difficultés, l'approche d'identification développée dans cette partie est basée sur deux points :

- L'identification est effectuée sur les mesures disponibles sous des conditions statiques. En d'autres termes la calibration des paramètres impose que les prédictions du modèle soient en accord avec les équilibres atteints par le fermenteur.
- La méthode statique permet de découpler la procédure d'identification en trois phases permettant une partition de trois jeux indépendants de paramètres : les paramètres cinétiques ( $\bar{\mu}_1, K_{S1}, \bar{\mu}_2, K_{S2}, K_{I2}, \alpha$ ), les coefficients de transfert ( $K_H, K_La$ ) et les coefficients de rendement ( $k_i, i = 1 \text{ à } 6$ ).

Un effort particulier a été consacré à l'étape d'acquisition de données au niveau du LBE de Narbonne afin fournir des mesures variées, suffisamment fiables et sur une très longue période (environ 3 mois). Les mesures disponibles sont :  $S_1, S_2, Z, C, \text{pH}, q_C, q_M$ . Une partie de notre étude au CESAME de Louvain-La-Neuve concernait l'étape délicate du traitement des données expérimentales pour une exploitation efficace au cours des phases d'identification et de validation du modèle.

#### V.4.1 Procédure d'identification des paramètres cinétiques

Si on néglige le cas de lessivage (correspond au cas  $X_1 = 0$  ou  $X_2 = 0$ ), la condition d'équilibre sur l'équation (V.17) aboutit à la relation suivante :

$$\frac{1}{D} = \frac{\alpha}{\bar{\mu}_1} + K_{S1} \frac{\alpha}{\bar{\mu}_1} \frac{1}{S_1^*} \quad (\text{V.27})$$

La régression linéaire (V.27) peut être utilisée pour identifier  $\frac{\alpha}{\bar{\mu}_1}$  et  $K_{S1}$  par les mesures de  $S_1$  à l'équilibre noté  $S_1^*$ . Les paramètres cinétiques  $\alpha$  et  $\bar{\mu}_1$  étant non identifiables, on a choisi une valeur de  $\bar{\mu}_1$  inspirée des résultats classiques de la littérature [70].

À l'équilibre, l'équation de  $X_2$  (V.18) implique la relation suivante :

$$\frac{1}{D} = \frac{\alpha}{\bar{\mu}_2} + K_{S2} \frac{\alpha}{\bar{\mu}_2} \frac{1}{S_2^*} + \frac{1}{K_{I2}^2} \frac{\alpha}{\bar{\mu}_2} S_2^* \quad (\text{V.28})$$

La régression linéaire fournit les valeurs de  $\bar{\mu}_2, K_{S2}$  et  $K_{I2}$ .

#### V.4.2 Procédure d'identification des coefficients de transfert

À partir des expressions V.11 et J.3, les mesures à l'équilibre du pH, du carbone inorganique  $C$ , du débit de  $\text{CO}_2$   $q_C$  et de la pression partielle  $P_C$  permettent d'obtenir la régression linéaire ci-dessous :

$$q_C^* = K_LaC^*(1 - f_b(\text{pH}^*)) - K_LaK_H P_C^* \quad (\text{V.29})$$

qui donne les paramètres  $K_La$  et  $K_H$ .



### V.4.3 Procédure d'identification des coefficients de rendement

Dans la première étape de cette procédure, on identifie les rapports des coefficients de rendement :  $\frac{k_6}{k_3}, \frac{k_2}{k_1}, \frac{k_5}{k_3}, \frac{k_4}{k_1}$ .

Une condition d'équilibre du débit de méthane est déduite en combinant (V.20), (V.21) et (V.25) :

$$q_M^* = D \frac{k_6}{k_3} \left( S_{2in} - S_2^* + \frac{k_2}{k_1} (S_{1in} - S_1^*) \right) \quad (\text{V.30})$$

Nous obtenons alors une estimation des rapports  $\frac{k_6}{k_3}$  et  $\frac{k_2}{k_1}$ .

Les équilibres des équations (V.19), (V.20), (V.21), (V.22) et (V.24) combinés avec la régression linéaire (V.30) aboutissent à l'expression suivante :

$$\frac{q_C^*}{D} - (C_{in} - C^*) = \frac{k_4}{k_1} (S_{1in} - S_1^*) + \frac{k_5}{k_6} \frac{q_M^*}{D} \quad (\text{V.31})$$

La régression ci-dessus fournit les valeurs de  $\frac{k_4}{k_1}$  et de  $\frac{k_5}{k_6}$ .

Dans la seconde étape on identifie chaque coefficient  $k_i$  ( $i = 1, \dots, 6$ ). On montre que si les concentrations de biomasse  $X_1$  et  $X_2$  ne sont pas disponibles, alors les coefficients de rendement ne sont pas identifiables (voir [17] pour plus de détails). Des informations supplémentaires sont alors nécessaires pour effectuer l'identification des valeurs individuelles des coefficients de rendement. On a utilisé une information qualitative sur l'estimation du taux  $r$  des bactéries acidogènes dans la culture biologique, associée aux mesures des matières volatiles en suspension (MVS) qui fournissent une indication sur la biomasse totale  $X_1 + X_2$ .

Les équations (V.17) et (V.20) à l'équilibre impliquent la relation suivante :

$$r = \frac{X_1^*}{X_1^* + X_2^*} \simeq \frac{1}{\alpha k_1} \frac{S_{1in} - S_1^*}{VSS} \quad (\text{V.32})$$

Si on suppose que  $r$  reste constant, alors nous pouvons estimer  $k_1$  :

$$k_1 = \frac{1}{\alpha r} \frac{S_{1in} - S_1^*}{VSS} \quad (\text{V.33})$$

La valeur de  $r$  est inspirée de la littérature ( $r = 0.8$ ) [70].

Si on considère les équilibres des équations dynamiques (V.17), (V.18), (V.20) et (V.21) on aboutit aux équations suivantes :

$$r = \frac{X_1^*}{X_1^* + X_2^*} = \frac{k_3}{k_1} \frac{S_{1in} - S_1^*}{(S_{2in} - S_2^*) + \left(\frac{k_2}{k_1} + \frac{k_3}{k_1}\right)(S_{1in} - S_1^*)} \quad (\text{V.34})$$

d'où :

$$k_3 = k_1 \frac{r}{1-r} \left( \frac{S_{2in} - S_2^*}{S_{1in} - S_1^*} + \frac{k_2}{k_1} \right) \quad (\text{V.35})$$

Les valeurs de  $k_1$  et de  $k_3$  étant connues, nous pouvons déduire les autres coefficients  $k_2$ ,  $k_4$ ,  $k_5$  et  $k_6$ .

Nous soulignons cependant que la précision des estimées n'est pas garantie du fait des incertitudes susceptibles d'affecter les mesures des MVS, l'hypothèse de répartition constante des populations bactériennes et surtout la mauvaise corrélation entre les concentrations ( $X_1^* + X_2^*$ ) et MVS.

#### V.4.4 Identification des paramètres à partir des données expérimentales

Les données disponibles sont regroupées en deux jeux. Le premier est utilisé pour la calibration et contient les valeurs dans le régime statique déterminées après une période suffisamment longue où le taux de dilution et la composition des vinasses à l'entrée du fermenteur sont constants (voir tableau V.3). Le reste des mesures est utilisé pour la validation du modèle.

D (jour <sup>-1</sup> )	DCO (g DCO/l)	AGV (mmol/l)	pH
0.34	9.5	93.6	5.12
0.50	9.4	89.09	5.08
0.35	10	73.68	4.46
0.35	4.8	38.06	4.49
0.36	15.6	112.7	4.42
0.26	10.6	72.98	4.42
0.51	10.7	71.6	4.47
0.53	9.1	68.78	5.30

TAB. V.3 *Caractéristiques de l'affluent dans le régime statique*

Les paramètres cinétiques et le coefficient de transfert sont résumés dans le tableau (V.4). Les rapports et valeurs des coefficients de rendement sont exposés respectivement dans les tableaux (V.5) et (V.6).

Param.	Définition	Unité	Valeur	Ecart type
$\bar{\mu}_1$	taux de croissance maximum des acidogènes	jour <sup>-1</sup>	1.2	/
$K_{S1}$	constante de demi saturation associée à $S_1$	g DCO/l	7.1	5.0
$\bar{\mu}_2$	taux de croissance maximum des méthanogènes	jour <sup>-1</sup>	0.74	0.9
$K_{S2}$	constante de demi saturation associée à $S_2$	mmol	9.28	13.7
$K_{I2}$	constante d'inhibition associée à $S_2$	mmol	16	17.9
$\alpha$	proportion du taux de dilution de la biomasse	/	0.5	0.4
$K_{La}$	taux de transfert liquide/gaz	jour <sup>-1</sup>	19.8	3.5

TAB. V.4 *Estimées des paramètres cinétiques.*

Taux	Valeur	Ecart type
$k_2/k_1$	2.72	2.16
$k_6/k_3$	1.62	0.12
$k_5/k_3$	1.28	0.13
$k_4/k_1$	1.18	3.02

TAB. V.5 *Estimées des rapports coefficients de rendement.*

Coef.	Définition	Unité	Valeur	Ecart type
$k_1$	rendement pour la dégradation de DCO	gCOD/g $X_1$	10.53	4.8
$k_2$	rendement pour la production des AGV	mmol AGV/g $X_1$	28.6	23.1
$k_3$	rendement pour la dégradation des AGV	mmol AGV/g $X_2$	1074	209
$k_4$	rendement pour la production du $\text{CO}_2$	mmol $\text{CO}_2$ /g $X_1$	12.42	25.9
$k_5$	rendement pour la production du $\text{CO}_2$	mmol $\text{CO}_2$ /g $X_2$	1375	217
$k_6$	rendement pour la production du $\text{CH}_4$	mmol $\text{CH}_4$ /g $X_2$	1740	246

TAB. V.6 *Estimées des coefficients de rendement.*

Notons que la précision de certaines estimées est assez faible, ceci est dû au nombre limité (pour faire des statistiques) des données à l'équilibre (8 points d'équilibre). Plus précisément cette variabilité est surtout forte pour deux classes de paramètres. Tout d'abord, les paramètres liés à l'expression des cinétiques. On retrouve très certainement ici les problèmes de fiabilité des expressions utilisées pour décrire les cinétiques biologiques. Autrement dit, les paramètres évoluent probablement au cours de l'expérience ce qui engendre une forte variabilité paramétrique. La classe des paramètres associée à  $k_1$  est également estimée avec une précision médiocre. Cela s'explique par le fait que la variable  $S_1$  regroupe des composés organiques très différents qui varient constamment en fonction de la qualité des vinasses. Le rendement de conversion de  $S_1$  ( $k_1$ ) évolue donc, lui aussi, dans un intervalle paramétrique, d'où la variabilité des rapports associés à  $k_1$ .

Toutefois, en dépit de cette forte incertitude paramétrique, le modèle parvient à reproduire le comportement du fermenteur avec une précision très satisfaisante comme nous le présenterons dans la section suivante.

#### V.4.5 Validation du modèle

Bien que la procédure d'identification ait été réalisée sur les mesures établies dans les conditions d'équilibre (périodes indiquées sur l'axe des temps de toutes les courbes), le modèle parvient globalement à reproduire le comportement dynamique du procédé avec une précision très satisfaisante sur une longue période de fonctionnement d'environ 80 jours. Les simulations du modèle sont comparées aux mesures en-ligne ( $q_C$ ,  $q_M$  et pH) ainsi qu'aux analyses effectuées hors-ligne ( $S_1$ ,  $S_2$ ,  $C$  et  $Z$ ).

► FIGURE V.8 Hormis un biais au début et à la fin de la période opératoire, les prédictions du modèle sont relativement en accord avec le débit de  $\text{CO}_2$  mesuré à la sortie du réacteur. On note aussi que durant les périodes de déstabilisation (jours 21-25 et 73-80), le modèle sous-estime la quantité des gaz produits.

► FIGURE V.9 Les résultats sont légèrement plus satisfaisants dans le cas du débit de  $\text{CH}_4$ .

► FIGURE V.10 Les remarques pour le débit total des gaz sont identiques au cas de  $q_C$ .

► FIGURE V.11 Après un transitoire, le modèle reproduit correctement les variations dynamiques du pH bien que ces mesures n'aient pas été exploitées au cours de l'identification. Le pic durant la période de déstabilisation (jours 21-25) s'explique par le fait le calcul du pH repose sur l'expression logarithmique (V.8) sensible aux valeurs du  $\text{CO}_2$  dissous et du bicarbonate.

- FIGURE V.12 Cette courbe illustre les dynamiques du substrat organique  $S_1$ . À l'exception de la période finale des expériences (jours 75-80), la reproduction des variations de la DCO par le modèle reste acceptable. Le pic négligé par le modèle au autour du jour 50 est difficile à interpréter du point de vue biologique car il ne coïncide ni avec une augmentation du taux de dilution (FIG. V.4) ni avec une accumulation des AGV (FIG. V.13)
- FIGURE V.13 Globalement des constatations similaires au cas ci-dessus sont notées pour les dynamiques des AGV. La réaction du modèle aux conditions de surcharge (FIG. V.4) est plus lente que le comportement du fermenteur anaérobie.
- FIGURE V.14 Le modèle sous-estime les prédictions de l'alcalinité. Il faut rappeler que le calcul de  $Z$  est déduit des mesures du pH, de  $C$  et de  $S_2$  (voir annexe J). Étant donné le faible pH dans l'affluent l'estimation de l'alcalinité à l'entrée par la relation J.6 (annexe J) n'est pas très fiable. En d'autres termes l'estimation de l'entrée  $Z_{in}$  appliquée au modèle est plus faible que l'entrée réelle appliquée au fermenteur.
- FIGURE V.15 Cette courbe regroupe les résultats de simulation du modèle et les mesures correspondantes pour les concentrations du carbone inorganique dans le fermenteur. La concentration  $C$  étant directement liée à l'alcalinité  $Z$  les résultats illustrés sur la figure (V.14) se répercutent sur les performances des prédictions des dynamiques de  $C$ .

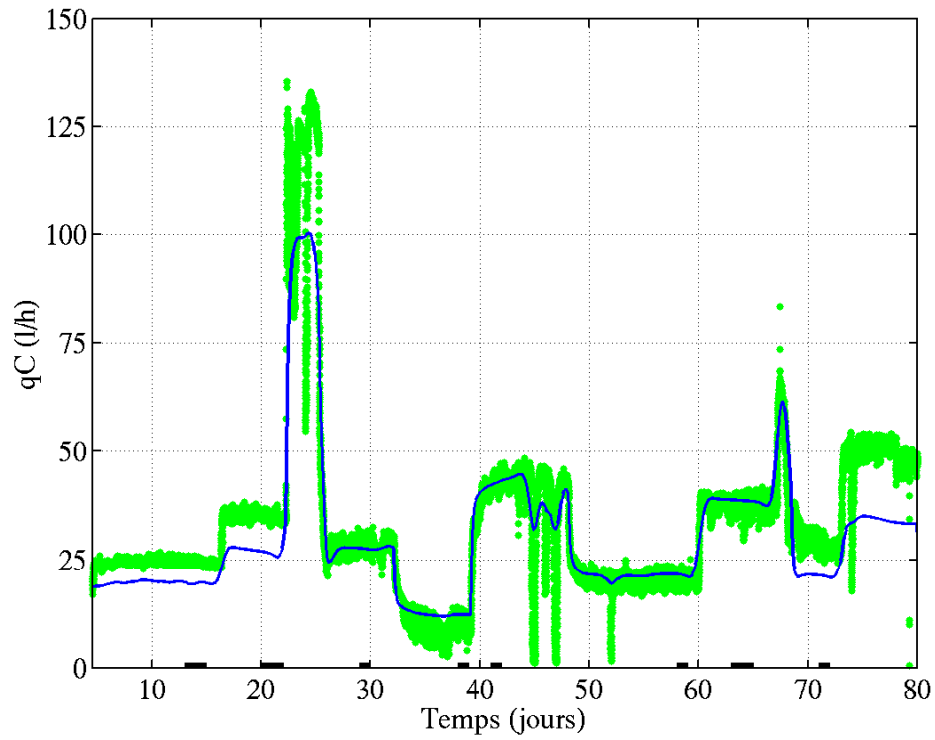


FIG. V.8 *Comparaison entre les mesures et les simulations du débit du gaz carbonique.*

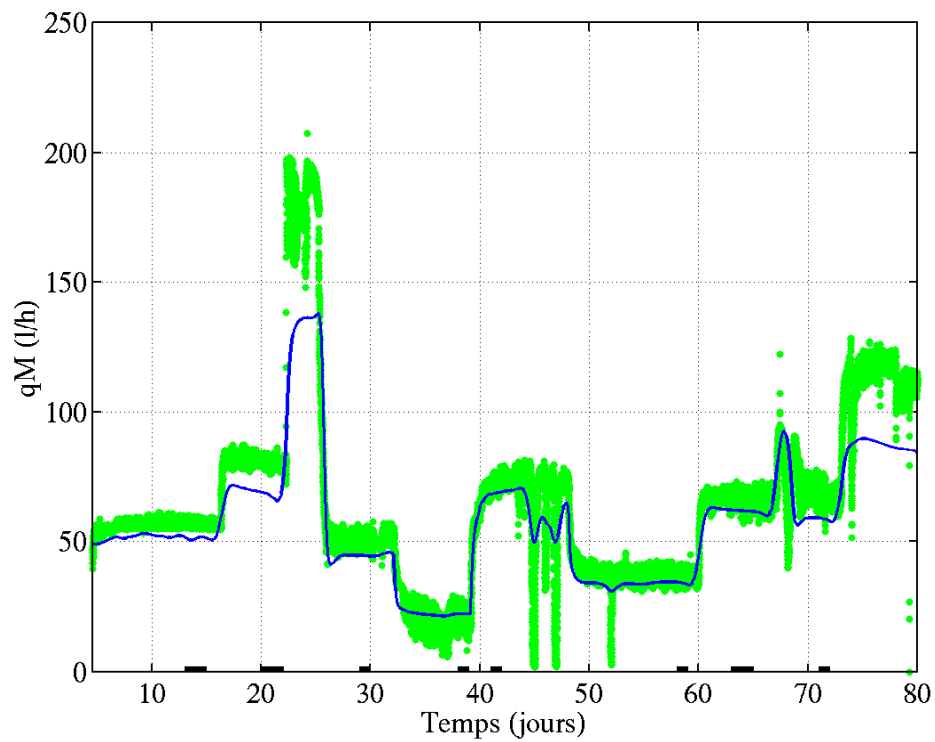


FIG. V.9 *Comparaison entre les mesures et les simulations du débit de méthane.*

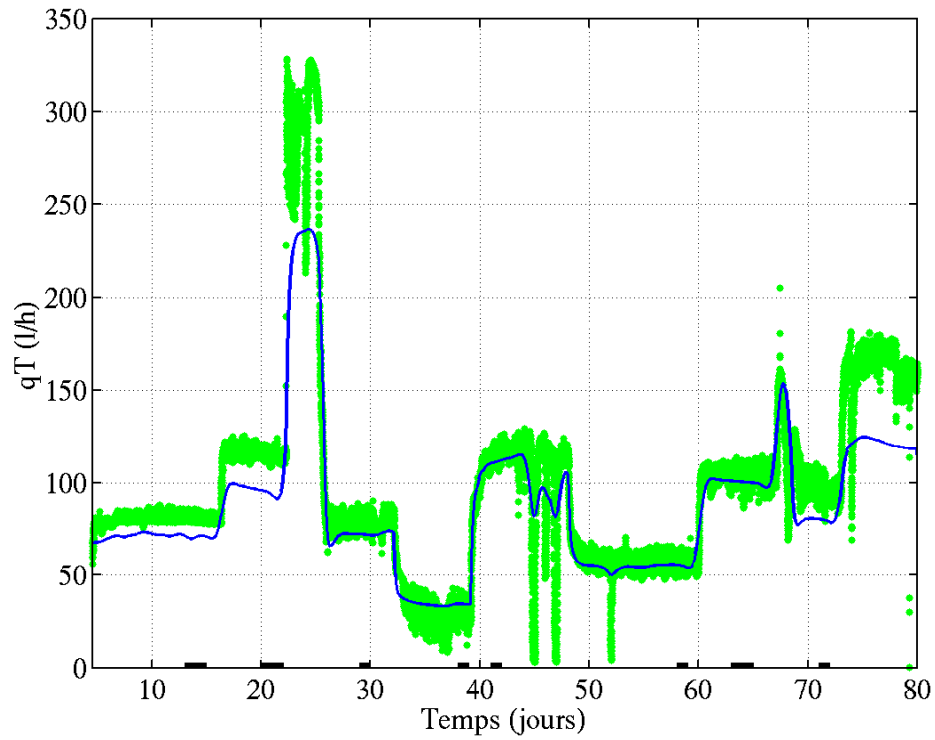


FIG. V.10 Comparaison entre les mesures et les simulations du débit gazeux total.

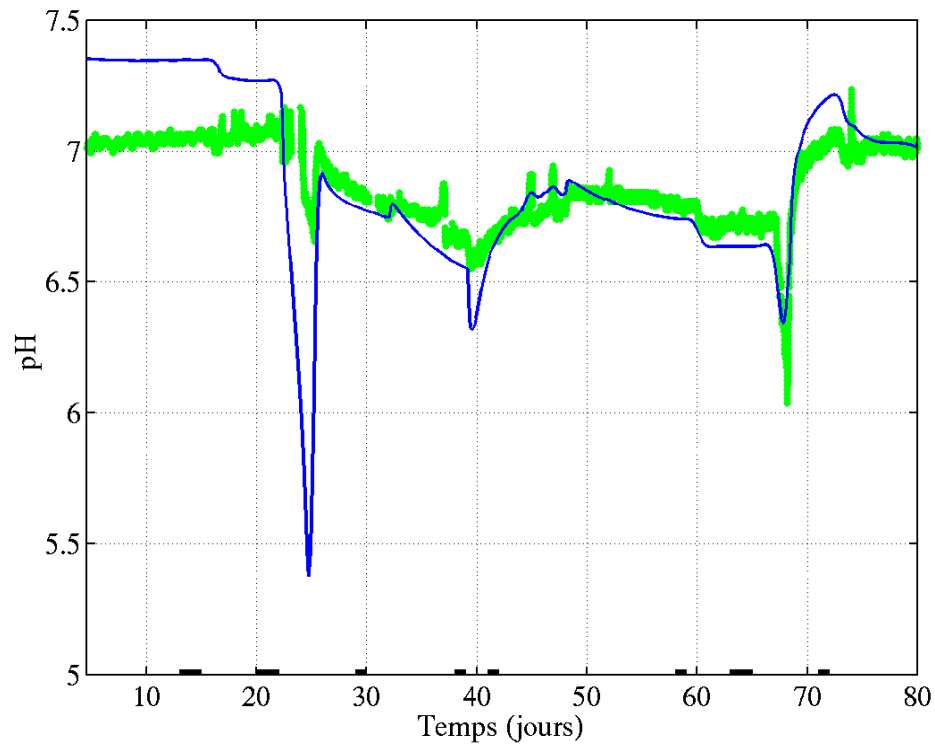


FIG. V.11 Comparaison entre les mesures et les simulations du pH dans le fermenteur.

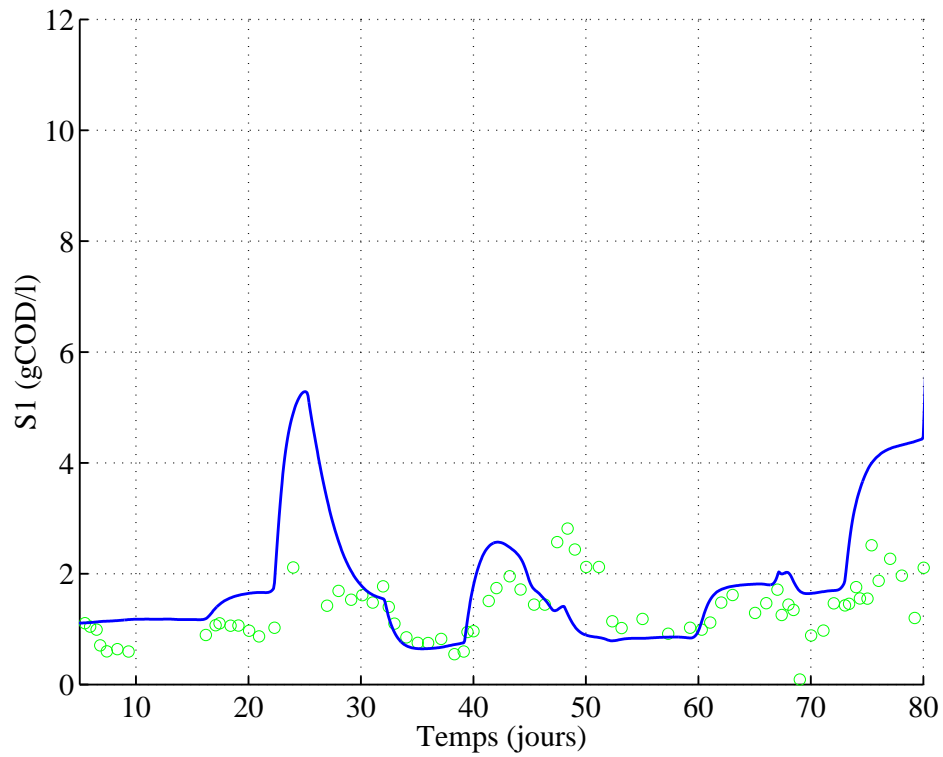


FIG. V.12 Comparaison entre les mesures et les simulations du substrat organique.

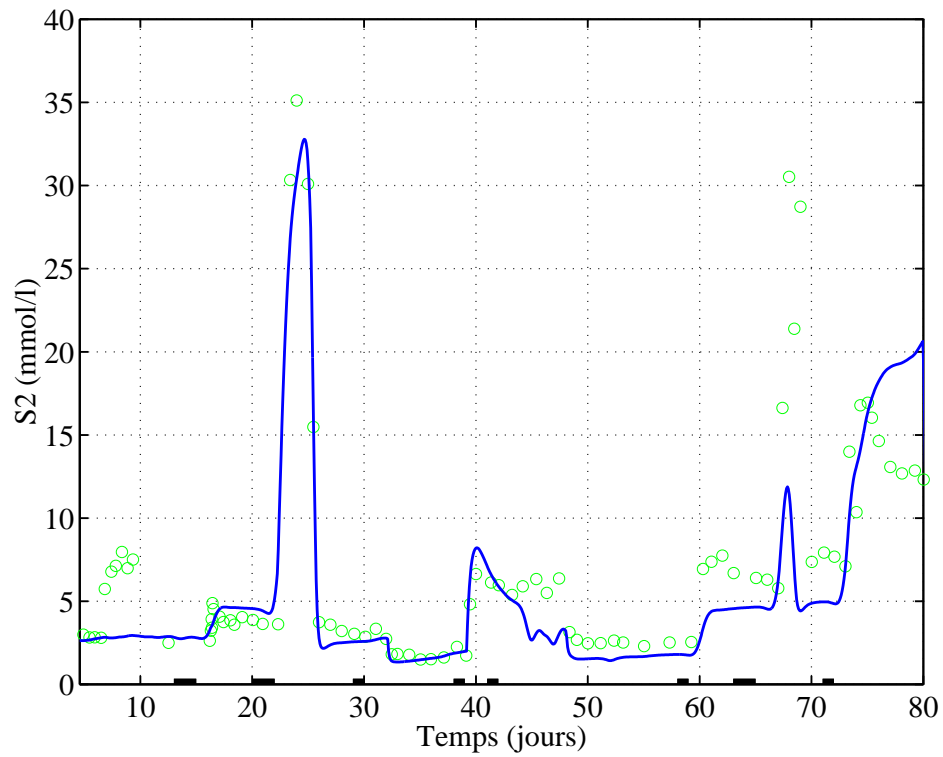


FIG. V.13 Comparaison entre les mesures et les simulations des acides gras volatils.

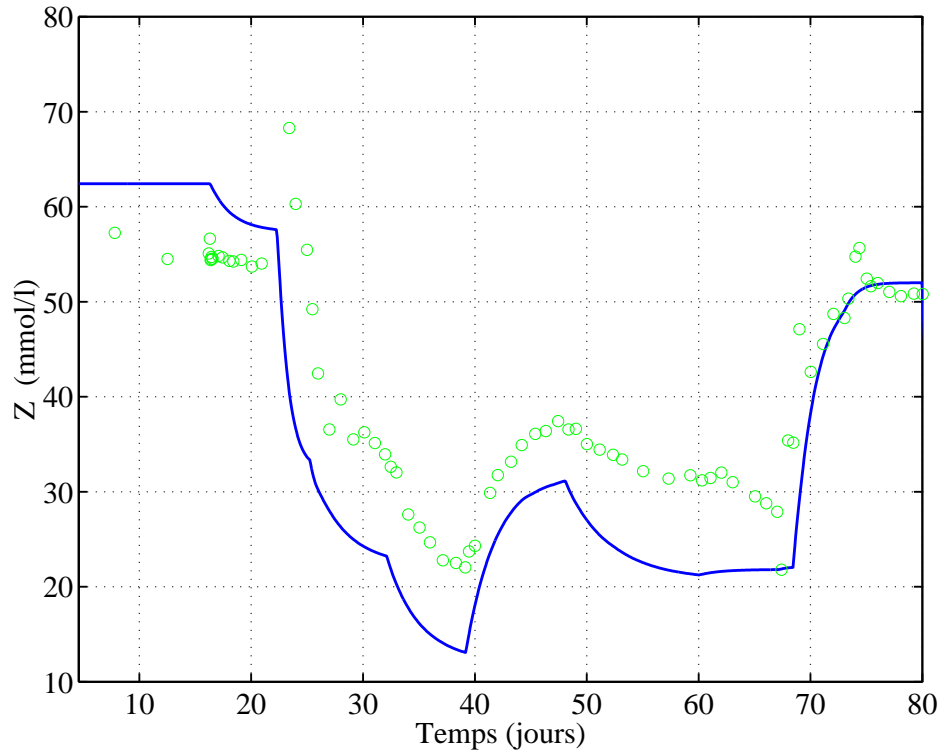


FIG. V.14 *Comparaison entre les mesures et les simulations de l'alcalinité.*

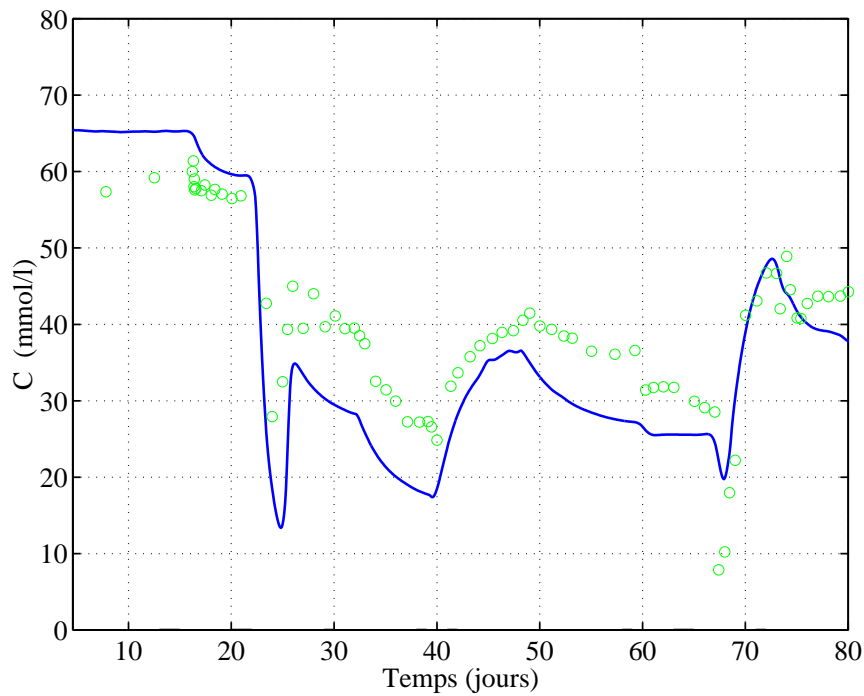


FIG. V.15 *Comparaison entre les mesures et les simulations du carbone inorganique.*



## V.5 Estimation des variables

Dans cette partie, on abordera les problèmes d'estimation de variables et l'application des capteurs logiciels au procédé pilote du fermenteur. Nous nous intéresserons au cas où les paramètres et les entrées sont connus, nous mettrons en évidence les limites d'un estimateur asymptotique face aux données expérimentales et nous proposerons une procédure de synthèse d'un observateur robuste.

### V.5.1 Observateur asymptotique

#### a) Description

Nous nous inspirons directement de la procédure générale de synthèse d'un estimateur asymptotique à intervalles introduite dans le chapitre précédent (voir section IV.4.1), mais appliquée au procédé anaérobie dans le cas où les incertitudes ne sont pas prises en compte [11].

Pour la synthèse de l'observateur, nous utiliserons les équations V.19 à V.22 et V.25. Nous pouvons réécrire ces équations sous la forme :

$$(\mathcal{M}) \begin{cases} \dot{Z} &= D(t)(Z_{in}(t) - Z) \\ \dot{S}_1 &= D(t)(S_{1in}(t) - S_1) - k_1\mu_1(S_1)X_1 \\ \dot{S}_2 &= D(t)(S_{2in}(t) - S_2) + k_2\mu_1(S_1)X_1 - \frac{k_3}{k_6}q_M(t) \\ \dot{C} &= D(t)(C_{in}(t) - C) - q_C(t) + k_4\mu_1(S_1)X_1 + \frac{k_5}{k_6}q_M(t) \end{cases} \quad (\text{V.36})$$

La structure ci-dessus peut être mise sous la forme matricielle :

$$\dot{\zeta} = K\phi(\zeta) + A(t)\zeta + B(t) \quad (\text{V.37})$$

où :

$$\zeta = \begin{pmatrix} Z \\ S_1 \\ S_2 \\ C \end{pmatrix}; \quad K = \begin{pmatrix} 0 \\ -k_1 \\ k_2 \\ k_4 \end{pmatrix}; \quad B(t) = \begin{pmatrix} D(t)Z_{in}(t) \\ D(t)S_{1in}(t) \\ D(t)S_{2in}(t) - \frac{k_3}{k_6}q_M \\ D(t)C_{in}(t) - q_C(t) + \frac{k_5}{k_6}q_M \end{pmatrix}; \quad \begin{aligned} \phi(\zeta) &= \mu_1(S_1)X_1 \\ A(t) &= D(t) \end{aligned}$$

#### b) Objectifs

Les objectifs envisagés dans cette partie sont les suivants :

- Estimation des concentrations de l'alcalinité ( $Z$ ), du substrat organique ( $S_1$ ) et du carbone total inorganique ( $C$ ) à partir des mesures des flux gazeux à la sortie du fermenteur et des AGV.

$$\zeta_a = S_2 \quad ; \quad \zeta_b = \begin{pmatrix} Z \\ S_1 \\ C \end{pmatrix} \quad (\text{V.38})$$

- Test des performances du capteur logiciel sur des données expérimentales.

### c) Hypothèses

La procédure de synthèse repose sur les hypothèses ci-dessous :

- H<sub>1</sub> Les cinétiques de croissance  $\mu_1$  sont inconnues et les dynamiques des acidogènes  $X_1$  dans (V.36) ne sont pas prises en compte.
- H<sub>2</sub> Les incertitudes sur les entrées du fermenteur sont négligeables.
- H<sub>3</sub> Les flux du gaz carbonique  $q_C$  et du méthane  $q_M$  sont mesurés en-ligne.
- H<sub>4</sub> Les mesures des AGV sont disponibles et les coefficients de transfert  $K_{La}$  et  $K_H$  sont inconnus.

### d) Équations

Nous pouvons redéfinir le modèle (V.36) suivant la partition  $(\zeta_a, \zeta_b)$  (voir V.38). La partition induite de  $K$  est :

$$K_a = k_2 \quad ; \quad K_b = \begin{pmatrix} 0 \\ -k_1 \\ k_4 \end{pmatrix} \quad (\text{V.39})$$

Soit le changement de variables suivant (voir section IV.4.1) :

$$z = \zeta_b - K_b K_a^{-1} \zeta_a \implies \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z \\ S_1 + \frac{k_1}{k_2} S_2 \\ C - \frac{k_4}{k_2} S_2 \end{pmatrix} \quad (\text{V.40})$$

Les variables auxiliaires  $z_1$ ,  $z_2$  et  $z_3$  peuvent être estimées indépendamment des cinétiques de croissance :

$$(\mathcal{O}_1) \begin{cases} \dot{\hat{z}}_1 &= D(t)(z_{1in}(t) - \hat{z}_1) \\ \dot{\hat{z}}_2 &= D(t)(z_{2in}(t) - \hat{z}_2) - a_1 a_3 q_M(t) \\ \dot{\hat{z}}_3 &= D(t)(z_{3in}(t) - \hat{z}_3) - q_C(t) + (a_2 a_3 + a_4) q_M(t) \end{cases} \quad (\text{V.41})$$

$$\text{avec : } \begin{cases} a_1 = \frac{k_1}{k_2} \quad ; \quad a_2 = \frac{k_4}{k_2} \quad ; \quad a_3 = \frac{k_3}{k_6} \quad ; \quad a_4 = \frac{k_5}{k_6} \\ z_{1in} = Z_{in} \quad ; \quad z_{2in} = S_{1in} + a_1 S_{2in} \quad ; \quad z_{3in} = C_{in} - a_2 S_{2in} \end{cases}$$

On peut déduire les estimations du substrat organique et du carbone inorganique :

$$\begin{aligned} \hat{S}_1 &= \hat{z}_2 - a_1 S_2 \\ \hat{C} &= \hat{z}_3 + a_2 S_2 \end{aligned} \quad (\text{V.42})$$

Les mesures en ligne des acides gras volatils sont réalisées par l'intermédiaire de l'analyse de l'alcalinité. Cependant, nous pouvons aussi utiliser les estimations de  $Z$  pour s'assurer du bon fonctionnement de l'observateur  $\mathcal{O}_1$  :

$$\hat{Z} = \hat{z}_1 \quad (\text{V.43})$$

Toutefois, nous pouvons mettre en évidence d'autres caractéristiques du modèle afin de synthétiser un nouvel observateur d'état basé sur la structure (V.41) mais s'acquittant des mesures des AGV (estimer les AGV dans ce cas). En effet, dans le cas où les paramètres de transfert liquide-gaz  $K_L a$  et  $K_H P_C$  sont connus, nous pouvons nous passer des mesures des AGV en utilisant l'expression du débit de gaz carbonique (V.24) :

$$\dot{S}_2 = \frac{q_C(t)}{K_L a} + K_H P_C + Z - C \quad (\text{V.44})$$

La connaissance des flux de gaz est suffisante pour estimer l'alcalinité, le substrat organique, le carbone inorganique et les acides gras volatils. Les équations dynamiques du système (V.41) sont indépendantes de  $S_2$ , nous pouvons utiliser les estimées  $\hat{z}_1$ ,  $\hat{z}_2$  et  $\hat{z}_3$  pour reconstruire les variables non mesurées en combinant les équations (V.40) et (V.24) :

$$\begin{aligned} \hat{Z} &= \hat{z}_1 \\ \hat{S}_1 &= \hat{z}_2 - \frac{k_1}{k_2 + k_4} \left( \frac{q_C(t)}{K_L a} + K_H P_C + \hat{z}_1 - \hat{z}_3 \right) \\ \hat{S}_2 &= \frac{k_2}{k_2 + k_4} \left( \frac{q_C(t)}{K_L a} + K_H P_C + \hat{z}_1 - \hat{z}_3 \right) \\ \hat{C} &= \hat{z}_3 + \frac{k_4}{k_2 + k_4} \left( \frac{q_C(t)}{K_L a} + K_H P_C + \hat{z}_1 - \hat{z}_3 \right) \end{aligned} \quad (\text{V.45})$$

#### e) Convergence de l'observateur

On définit les erreurs d'observation pour les variables auxiliaires  $z_1$ ,  $z_2$  et  $z_3$  :

$$\begin{cases} e_1 = z_1 - \hat{z}_1 \\ e_2 = z_2 - \hat{z}_2 \\ e_3 = z_3 - \hat{z}_3 \end{cases} \quad (\text{V.46})$$

Les dynamiques de ces erreurs sont décrites par le système :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -D(t)e_1 \\ \dot{e}_2 = -D(t)e_2 \\ \dot{e}_3 = -D(t)e_3 \end{cases} \quad (\text{V.47})$$

Sous la condition de persistance du taux de dilution ( $D(t)$  ne s'annule pas sur une période suffisamment longue, voir [11] pour plus de détails) le système non-stationnaire (V.47) est stable et converge asymptotiquement vers l'équilibre zéro.

**Remarque :** La stabilité de l'observateur ( $\mathcal{O}_1$ ) dépend du taux de dilution et non des cinétiques. En d'autres termes, dans le cas où le fermenteur est déstabilisé, l'estimateur reste asymptotiquement stable (conditions hydrodynamiques stables) [47].

Dans le cas où les AGV sont mesurables, les erreurs d'estimation engendrées par les équations V.42 et V.43 sont :

$$\begin{cases} Z - \hat{Z} = e_1 \\ S_1 - \hat{S}_1 = e_2 \\ C - \hat{C} = e_3 \end{cases} \quad (\text{V.48})$$

Dans le cas où les AGV sont inconnues, les erreurs d'estimation calculées à partir du système (V.45) sont données par les expressions suivantes :

$$\begin{cases} Z - \hat{Z} = e_1 \\ S_1 - \hat{S}_1 = e_2 - \frac{k_1}{k_2 + k_4}(e_1 - e_3) \\ S_2 - \hat{S}_2 = \frac{k_2}{k_2 + k_4}(e_1 - e_3) \\ C - \hat{C} = e_3 + \frac{k_4}{k_2 + k_4}(e_1 - e_3) \end{cases} \quad (\text{V.49})$$

Les estimations de l'alcalinité, du carbone inorganique, du substrat organique et des acides gras volatils convergent vers les concentrations réelles. Mais le taux de convergence n'est pas réglable et dépend uniquement des valeurs de  $D(t)$ . Des simulations numériques seront présentées dans la partie suivante.

#### f) Applications aux données expérimentales

Les simulations de l'observateur ( $\mathcal{O}_1$ ) sont réalisées sur les données générées par le modèle avec les paramètres identifiés en (V.4.4). On néglige les incertitudes du modèle et des entrées.

- FIGURE V.16 Cette courbe illustre les dynamiques des estimées de la DCO totale issue du substrat organique  $S_1$  et des AGV  $S_2$  ( $\text{DCO} = S_1 + 0.072S_2$ ).
- FIGURE V.17 On considère les cas où les AGV ne sont pas disponibles en-ligne.
- FIGURE V.18 Estimation asymptotique de l'alcalinité  $Z$ .
- FIGURE V.19 Estimation asymptotique du carbone inorganique  $C$ .

Les simulations montrent la convergence de l'observateur asymptotique vers les variables simulées par le modèle. Cependant, l'application sur les données expérimentales (FIG. V.20 à FIG. V.23) montrent les limites de ( $\mathcal{O}_1$ ) en présence des incertitudes structurelles et environnementales affectant la modélisation du procédé biologique de digestion anaérobie. La synthèse d'un observateur plus robuste à ce type d'incertitudes sera présentée ci-après.

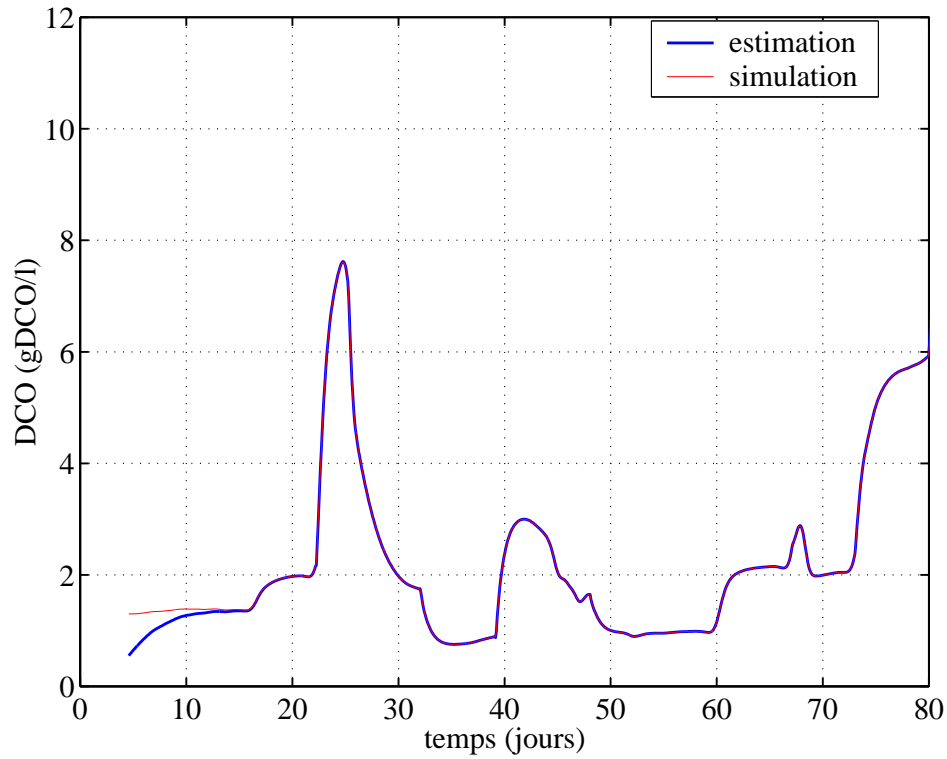


FIG. V.16 *Comparaison entre les estimations et les simulations de la DCO totale.*

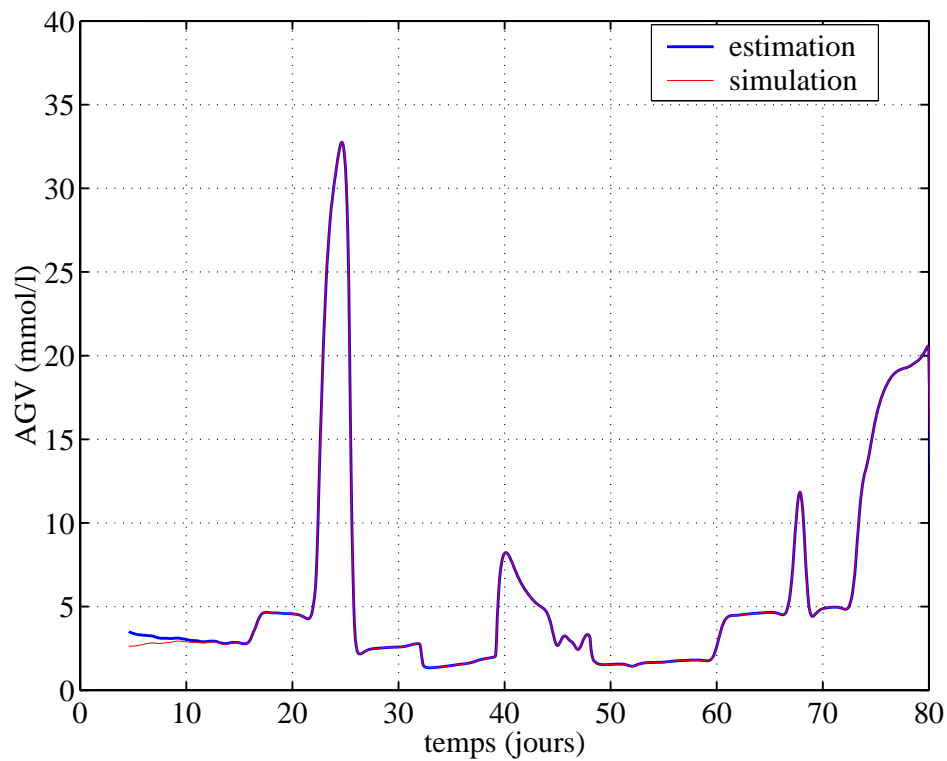


FIG. V.17 *Comparaison entre les estimations et les simulations des acides gras volatils.*

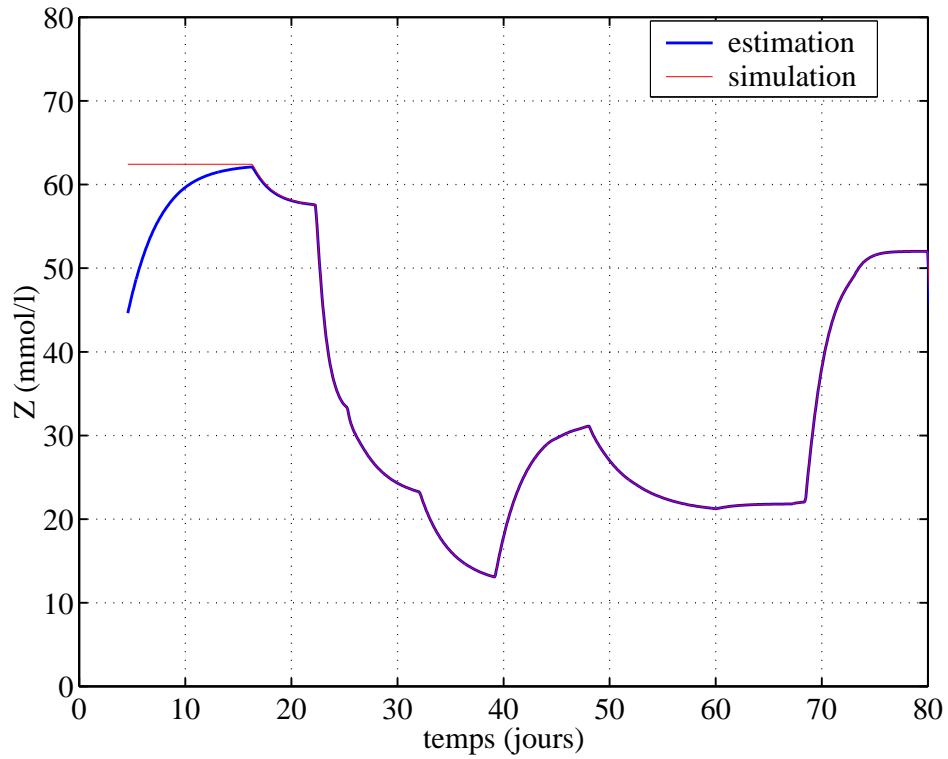


FIG. V.18 Comparaison entre les estimations et les simulations de l'alcalinité.

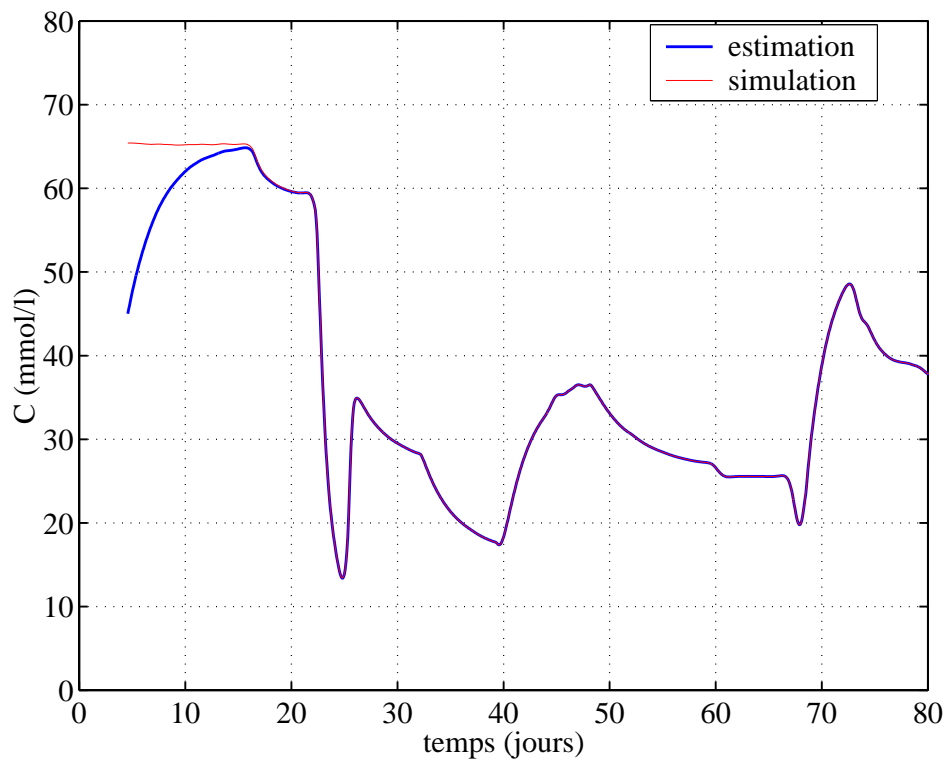


FIG. V.19 Comparaison entre les estimations et les simulations du carbone inorganique.

## V.5.2 Observateur robuste

### a) Description

Le test de l'estimateur asymptotique ( $\mathcal{O}_1$ ) sur les données expérimentales disponibles ont montré que cet observateur n'est pas assez robuste aux incertitudes paramétriques et aux perturbations affectant les entrées, notamment l'estimation des AGV (FIG. V.21). L'objectif de cette étude est donc de modifier la structure du précédent capteur logiciel afin de le rendre moins sensible aux perturbations et aux incertitudes.

Trois stratégies ont été testées pour la synthèse d'un observateur robuste. La première consiste à utiliser les prédictions du débit de méthane pour effectuer une correction en-ligne des estimations ; la seconde est basée sur les données du débit de gaz carbonique. Enfin, la procédure qui sera présentée dans cette partie combine ces deux approches.

### b) Objectifs

Les objectifs fixés dans cette section sont résumés ci-dessous :

- Estimation des concentrations de l'alcalinité ( $Z$ ), du substrat organique ( $S_1$ ), des acides gras volatils ( $S_2$ ) et du carbone total inorganique ( $C$ ) à partir des mesures des flux gazeux à la sortie du fermenteur et du pH.
- Robustesse aux incertitudes du modèles et des entrées.

### c) Hypothèses

La procédure de synthèse repose sur les hypothèses ci-dessous :

- H<sub>1</sub> La cinétique de croissance  $\mu_1$  est inconnue alors que le taux spécifique de croissance  $\mu_2$  est connue (fonction de Haldane V.16).
- H<sub>2</sub> Les incertitudes sur les entrées du fermenteur sont négligeables.
- H<sub>3</sub> Les flux du gaz carbonique  $q_C$  et du méthane  $q_M$  sont mesurés en-ligne.
- H<sub>4</sub> Les mesures du pH dans le fermenteur sont disponibles et les coefficients de transfert  $K_{La}$  et  $K_H$  sont connus.

### d) Équations

La structure de la fonction de croissance des bactéries méthanogènes étant connue (cf. H<sub>1</sub>), les estimations de la biomasse  $X_2$  sont disponibles par les équations (V.25) et (V.18) :

$$\dot{\hat{X}}_2 = \frac{q_M}{k_6} - \alpha D \hat{X}_2 \quad (\text{V.50})$$

Nous pouvons alors calculer une estimation du flux de méthane en utilisant les expressions (V.25) et (V.16) :

$$\hat{q}_M = k_6 \bar{\mu}_2 \frac{\hat{S}_2}{\hat{S}_2 + K_{S_2} + \left(\frac{\hat{S}_2}{K_{I_2}}\right)^2} \hat{X}_2 \quad (\text{V.51})$$

Si les valeurs du pH dans le fermenteur sont disponibles, alors on peut déduire une nouvelle relation directe entre le carbone total inorganique et le CO<sub>2</sub> dissous. En effet, s'inspirant

de (V.3) et des calculs développés en annexe (annexe J, équation J.3) on aboutit aux équations suivantes :

$$C = \text{CO}_2 + B = \text{CO}_2 + f_b(pH)C \quad (\text{V.52})$$

d'où, l'expression ci-dessous :

$$\text{CO}_2 = (1 - f_b(pH))C \quad (\text{V.53})$$

Une prédiction du flux de gaz carbonique est déduite des estimations du carbone inorganique en utilisant les expressions (V.11) et (V.53) :

$$\hat{q}_C = K_L a \left( (1 - f_b(pH))\hat{C} - K_H P_C \right) \quad (\text{V.54})$$

La structure de l'observateur est donnée par le système suivant :

$$(\mathcal{O}_2) \left\{ \begin{array}{l} \dot{\hat{X}}_2 = \frac{q_M}{k_6} - \alpha D \hat{X}_2 \\ \dot{\hat{z}}_1 = D(z_{1in} - \hat{z}_1) + \lambda_{11}(q_C - \hat{q}_C) + \lambda_{12}(q_M - \hat{q}_M) \\ \dot{\hat{z}}_2 = D(z_{2in} - \hat{z}_2) - a_1 a_3 q_M(t) + \lambda_{21}(q_C - \hat{q}_C) + \lambda_{22}(q_M - \hat{q}_M) \\ \dot{\hat{z}}_3 = D(z_{3in} - \hat{z}_3) - q_C(t) + (a_2 a_3 + a_4)q_M(t) + \lambda_{31}(q_C - \hat{q}_C) + \lambda_{32}(q_M - \hat{q}_M) \\ \hat{Z} = \hat{z}_1 \\ \hat{S}_1 = \hat{z}_2 - \frac{a_1(\hat{z}_1 - f_b(pH)\hat{z}_3)}{1 + a_2 f_b(pH)} \\ \hat{S}_2 = \frac{\hat{z}_1 - f_b(pH)\hat{z}_3}{1 + a_2 f_b(pH)} \\ \hat{C} = \frac{a_2 \hat{z}_1 + \hat{z}_3}{1 + a_2 f_b(pH)} \\ \hat{q}_C = K_L a \left( \frac{1 - f_b(pH)}{1 + a_2 f_b(pH)} (a_2 \hat{z}_1 + \hat{z}_3) - K_H P_C \right) \\ \hat{q}_M = k_6 \bar{\mu}_2 \frac{\hat{S}_2}{\hat{S}_2 + K_{S2} + \left(\frac{\hat{S}_2}{K_{I2}}\right)^2} \hat{X}_2 \end{array} \right. \quad (\text{V.55})$$

### e) Convergence de l'observateur

Nous effectuons une étude locale afin de montrer la stabilité asymptotique de l'estimateur  $(\mathcal{O}_2)$ . Soit les erreurs d'estimation définies par le système (V.46) associées à l'erreur  $e_4 = (\hat{X}_2 - X_2)$ . Les dynamiques des ces erreurs sont décrites par les équations ci-dessous :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -D(t)e_1 - \lambda_{11}\Delta q_C - \lambda_{12}\Delta q_M \\ \dot{e}_2 = -D(t)e_2 - \lambda_{21}\Delta q_C - \lambda_{22}\Delta q_M \\ \dot{e}_3 = -D(t)e_3 - \lambda_{31}\Delta q_C - \lambda_{32}\Delta q_M \\ \dot{e}_4 = -\alpha D(t)e_4 \end{cases} \quad (\text{V.56})$$



avec :

$$\begin{cases} \Delta q_C = q_C - \hat{q}_C = K_L a \frac{1 - f_b(pH)}{1 + a_2 f_b(pH)} (a_2 e_1 + e_3) \\ \Delta q_M = q_M - \hat{q}_M = c_1(t)(S_2 - \hat{S}_2) + c_2(t)(X_2 - \hat{X}_2) \end{cases} \quad (\text{V.57})$$

$$\text{où : } \begin{cases} c_1(t) = k_6 X_2 \frac{\mu_2(S_2) - \mu_2(\hat{S}_2)}{S_2 - \hat{S}_2} \\ c_2(t) = k_6 \mu_2(\hat{S}_2) \end{cases}$$

Étant donné que  $c_2$  est borné ( $c_2(t) \leq k_6 \bar{\mu}_2$ ) et que  $\hat{X}_2$  tend asymptotiquement vers  $X_2$  (voir équation dynamique de  $e_4$  dans V.56), le terme  $c_2 e_4$  est considéré comme une perturbation ( $c_2 e_4 \rightarrow 0$  quand  $t \rightarrow \infty$ ).

On montre qu'il existe des bornes sur les entrées  $D$  et  $S_{2in}$  qui assurent les conditions de bornitude :

$$0 < \underline{S}_2 \leq S_2(t) \leq \bar{S}_2 < K_{I2} \sqrt{K_{S2}} \quad (\text{V.58})$$

$$0 < \underline{X}_2 \leq X_2(t) \leq \bar{X}_2 \quad \forall t \geq 0 \quad (\text{V.59})$$

La condition (V.58) indique que les AGV évoluent dans la plage de concentrations où il n'y a pas d'inhibition de la croissance des méthanogènes. La condition (V.59) montre que le cas de lessivage des méthanogènes est exclu au cours du traitement.

De (V.58) on déduit que  $0 < \frac{d\mu_2(S_2)}{dS_2} < 1$ . Tenant compte de (V.59), on déduit que  $c_1(t)$  est borné :

$$0 < c_1(t) < k_6 \bar{X}_2 \quad \forall t \geq 0 \quad (\text{V.60})$$

On peut exprimer  $\Delta q_M$  sous la forme :

$$\Delta q_M \simeq c_1(t)(S_2 - \hat{S}_2) = c_1(t) \frac{e_1 - f_b(pH)e_3}{1 + a_2 f_b(pH)} \quad (\text{V.61})$$

Le système (V.57) est réécrit sous la forme :

$$\begin{cases} \Delta q_C = a_2 b_1(t) e_1 + b_1(t) e_3 \\ \Delta q_M = b_2(t) e_1 - b_3(t) e_3 \end{cases} \quad (\text{V.62})$$

$$\text{où : } \begin{cases} b_1(t) = K_L a \frac{1 - f_b(pH)}{1 + a_2 f_b(pH)} \\ b_2(t) = \frac{c_1(t)}{1 + a_2 f_b(pH)} \\ b_3(t) = \frac{c_1(t) f_b(pH)}{1 + a_2 f_b(pH)} \end{cases}$$

Les dynamiques (V.56) sont réécrites sous la forme :

$$\begin{pmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{pmatrix} = A_e(t) \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{pmatrix} \quad (\text{V.63})$$

où :

$$A_e(t) = \begin{pmatrix} -\left(D(t) + \lambda_{11}a_2b_1(t) + \lambda_{12}b_2(t)\right) & 0 & -\lambda_{11}b_1(t) + \lambda_{12}b_3(t) \\ -\lambda_{21}a_2b_1(t) - \lambda_{22}b_2(t) & -D(t) & -\lambda_{21}b_1(t) + \lambda_{22}b_3(t) \\ -\lambda_{31}a_2b_1(t) - \lambda_{32}b_2(t) & 0 & -(D(t) + \lambda_{31}b_1(t) - \lambda_{32}b_3(t)) \end{pmatrix} \quad (\text{V.64})$$

La fraction  $f_b(pH)$  étant bornée ( $0 < \underline{f}_b \leq f_b(pH) \leq \bar{f}_b < 1$ ), on montre que les termes  $b_i(t)$ , ( $i = 1, 2, 3$ ) sont bornés ( $0 < \underline{b}_i \leq b_i(t) \leq \bar{b}_i, \forall t \geq 0$ ). On suppose que le taux de dilution est borné ( $0 < \underline{d} \leq D(t) \leq \bar{d}, \forall t \geq 0$ ). Dans ce cas nous pouvons borner la matrice  $A_e(t)$  par une matrice stationnaire  $\bar{A}_m$  (terme par terme) :

$$A_e(t) \leq \bar{A} = \begin{pmatrix} -(\underline{d} + \lambda_{11}a_2\underline{b}_1 + \lambda_{12}\underline{b}_2) & 0 & -\lambda_{11}\underline{b}_1 + \lambda_{12}\bar{b}_3 \\ -\lambda_{21}a_2\bar{b}_1 - \lambda_{22}\underline{b}_2 & -\underline{d} & -\lambda_{21}\bar{b}_1 + \lambda_{22}\bar{b}_3 \\ -\lambda_{31}a_2\underline{b}_1 - \lambda_{32}\bar{b}_2 & 0 & -(\underline{d} + \lambda_{31}\underline{b}_1 - \lambda_{32}\underline{b}_3) \end{pmatrix} \quad (\text{V.65})$$

Il existe  $\lambda_{11} \geq 0, \lambda_{12} \geq 0, \lambda_{21} \leq 0, \lambda_{22} \geq 0, \lambda_{31} \geq 0$  et  $\lambda_{32} \leq 0$  tel que les conditions suivantes soient vérifiées :

a/ Les éléments diagonaux  $\bar{a}_{ii}$  ( $i = 1, 2, 3$ ) de  $\bar{A}$  sont négatifs et les éléments hors-diagonaux  $\bar{a}_{ij}$  ( $i \neq j$ ) sont positifs.

b/  $(-1)^k d_k > 0, k = 1, 2, 3$  où  $d_k$  est le mineur principal de  $\bar{A}$  d'ordre  $k$ .  
 $d_1 = \bar{a}_{11} < 0, d_2 = \bar{a}_{11}\bar{a}_{22} - \bar{a}_{12}\bar{a}_{21} > 0$  et  $d_3 = \text{Det}(\bar{A}) < 0$ .

La matrice  $\bar{A}$  est donc diagonale négative quasidominante [142, 173] et vérifie les propriétés suivantes : il existe des coefficient positifs  $\gamma_1, \gamma_2$  et  $\gamma_3$  tel que :

$$\begin{cases} \gamma_1\bar{a}_{11} + \gamma_2\bar{a}_{21} + \gamma_3\bar{a}_{31} > 0 \\ \gamma_1\bar{a}_{12} + \gamma_2\bar{a}_{22} + \gamma_3\bar{a}_{32} > 0 \\ \gamma_1\bar{a}_{13} + \gamma_2\bar{a}_{23} + \gamma_3\bar{a}_{33} > 0 \end{cases} \quad (\text{V.66})$$

On montre alors qu'il existe une fonction de Lyapunov pour le système (V.63) de la forme [173] :

$$V(e) = \gamma_1|e_1| + \gamma_2|e_2| + \gamma_3|e_3| \quad (\text{V.67})$$

L'observateur  $\mathcal{O}_2$  vérifie donc les conditions de stabilité sur un sous-domaine du domaine de fonctionnement limité par les conditions (V.58) et (V.59).

### f) Applications aux données expérimentales

Des applications des observateurs ( $\mathcal{O}_1$ ) et ( $\mathcal{O}_2$ ) sont réalisées sur les données expérimentales, les paramètres des estimateurs correspondant aux valeurs identifiés en section (V.4.4).

► FIGURE V.20 Globalement, la précision des estimations de la DCO totale issue du substrat organique  $S_1$  et des AGV  $S_2$  ( $\text{DCO} = S_1 + 0.072S_2$ ) est assez faible. L'introduction des gains n'apporte pas une amélioration significative. Ces valeurs estimées sont directement affectées par l'incertitude sur l'entrée notamment la charge organique  $S_{1in}$ .

► FIGURE V.21 On constate que les estimations des AGV fournies par l'observateur asymptotique ( $\mathcal{O}_1$ ) sont aberrantes (concentrations négatives). La rétroaction appliquée aux débits de gaz permet d'obtenir une bien meilleure précision des estimées.

► FIGURE V.22 L'introduction des facteurs de gain améliore légèrement les performances d'estimation pour l'alcalinité  $Z$ .

► FIGURE V.23 Les résultats des deux capteurs logiciels sont relativement similaires pour la reconstruction de la concentration du carbone inorganique  $C$ .

Bien qu'il soit délicat de trouver une bonne calibration de l'observateur ( $\mathcal{O}_2$ ), les gains choisis ( $\lambda_{11} = 0.1$ ,  $\lambda_{12} = 0.4$ ,  $\lambda_{21} = -0.012$ ,  $\lambda_{22} = 0$ ,  $\lambda_{31} = -0.05$  et  $\lambda_{32} = -0.4$ ) ont permis de robustifier l'estimateur par rapport aux incertitudes paramétriques et aux fluctuations mal connues des entrées par un feedback sur les termes d'erreur des débits de gaz carbonique et du méthane. Les performances sont considérablement améliorées pour l'estimation des AGV en particulier. Les estimations de la DCO sont affectées par la faible précision de  $\hat{S}_1$  due à l'entrée mal connue  $S_{1in}$ . Par ailleurs, l'estimation du débit de  $\text{CO}_2$  étant très sensible aux mesures du pH, la précision de  $\hat{q}_C$  n'est pas suffisamment fiable.

Un des objectifs du projet AMOCO était la synthèse d'un observateur estimant les concentrations à l'entrée du fermenteur par l'intermédiaire des mesures en-ligne des débits de gaz afin de le coupler à l'observateur ( $\mathcal{O}_2$ ). Cet estimateur sera brièvement abordé dans la section suivante. Notons que cet estimateur des entrées couplé à l'observateur d'état présenté dans cette partie est opérationnel sur le procédé pilote du LBE de Narbonne.

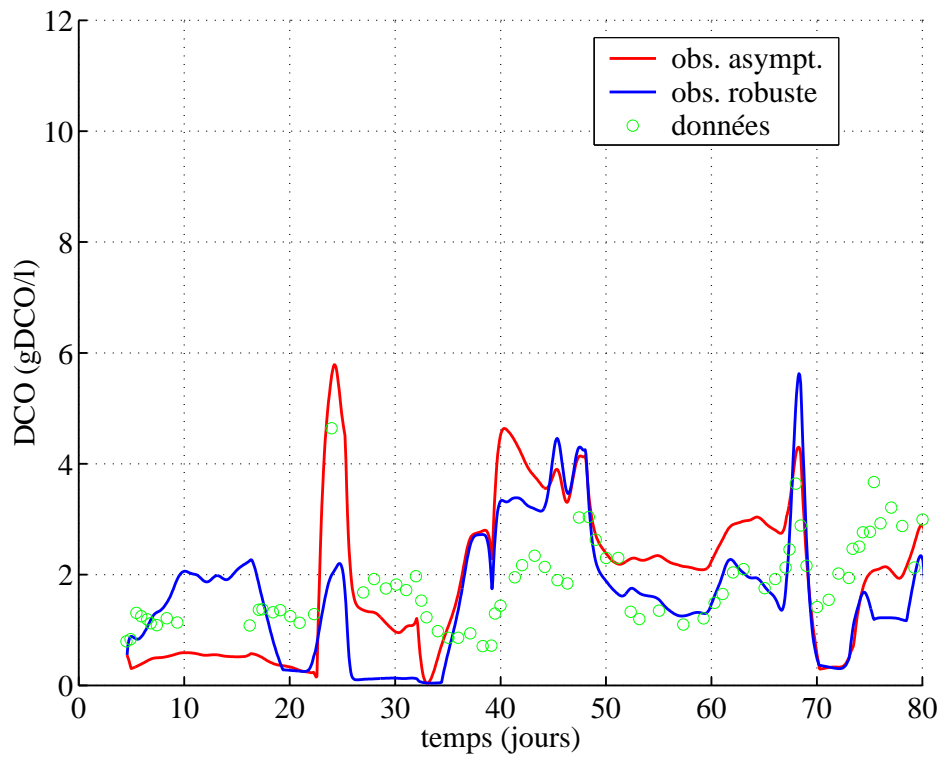


FIG. V.20 *Comparaison entre les estimations et les données expérimentales de la DCO totale.*

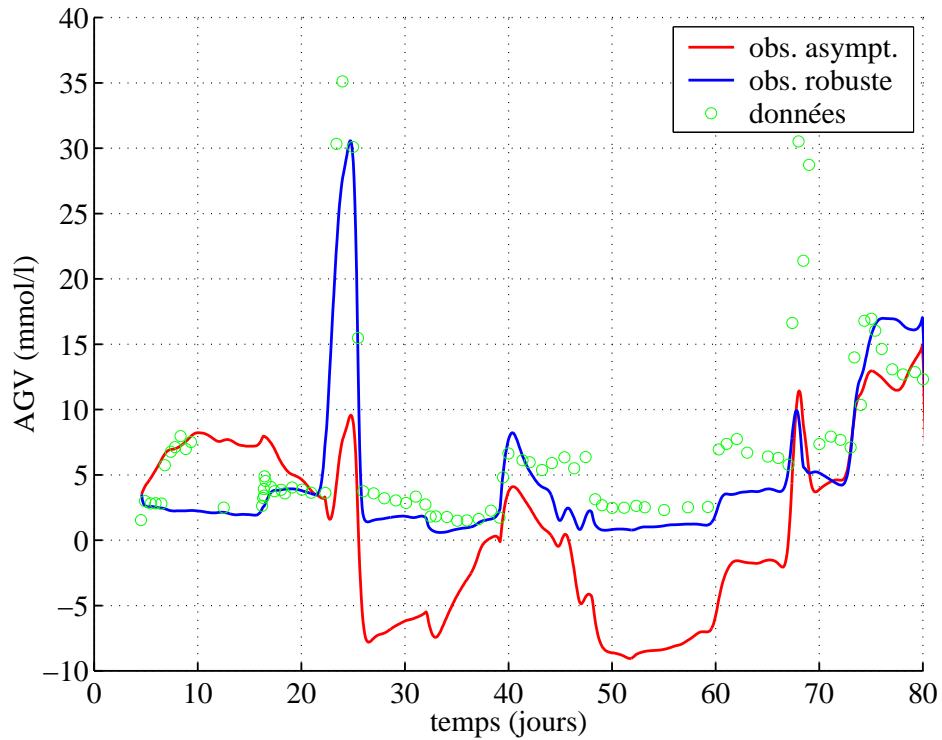


FIG. V.21 *Comparaison entre les estimations et les données expérimentales des acides gras volatils.*

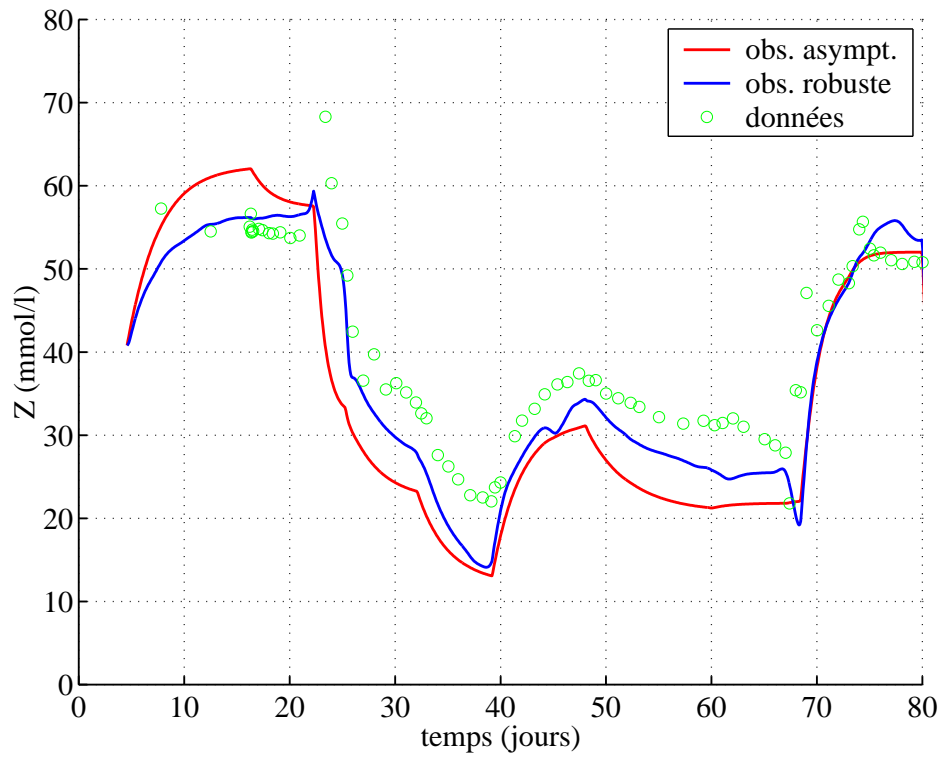


FIG. V.22 Comparaison entre les estimations et les données expérimentales de l'alcalinité.

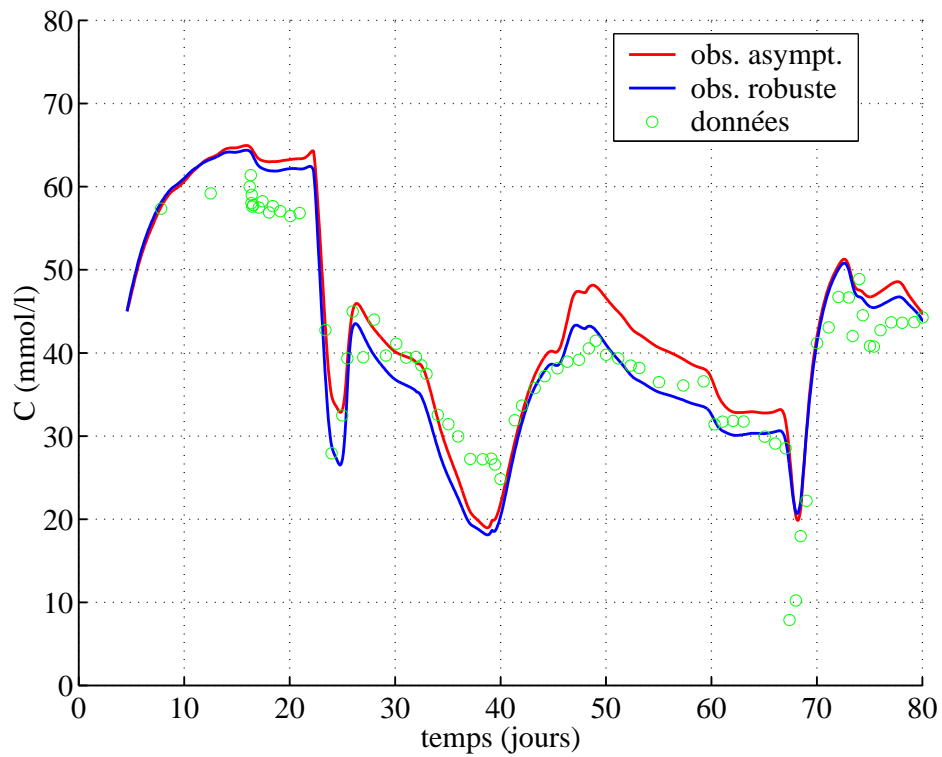


FIG. V.23 Comparaison entre les estimations et les données expérimentales du carbone inorganique.

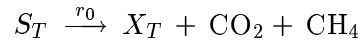
## V.6 Application des observateurs pour l'estimation de la composition de l'affluent

Un problème pratique majeur qui s'est présenté au cours du mode opératoire du fermenteur est dû à la difficulté de mesurer des concentrations des AGV et de la DCO dans l'affluent. Un des objectifs du projet AMOCO était la synthèse d'un estimateur des entrées  $S_{1in}$  et  $S_{2in}$ .

### V.6.1 Estimation de la DCO totale dans l'affluent

#### a) Description

L'idée est de simplifier le schéma de réaction en considérant un seul processus biologique régissant les mécanismes de fermentation :



où  $r_0$  est le taux de réaction,  $S_T = (S_1 + S_2)$ , est la DCO totale ( $S_2$  étant exprimée en unité DCO) et  $X_T = (X_1 + X_2)$  est la biomasse totale.

Notons qu'au cours de la phase de déstabilisation du réacteur, les réactions d'acidogénèse et de méthanogénèse évoluent différemment. Par conséquent, l'hypothèse d'une réaction unique ne sera plus vérifiée dans ce cas. Cette remarque doit être prise en compte pour l'interprétation des prédictions de l'estimateur des entrées.

#### b) Objectifs

Le but envisagé dans cette partie est l'estimation de la DCO totale issue des matières organiques ainsi que des acides gras volatils qui composent l'affluent à l'entrée du fermenteur. Cette estimation permettra dans une étape ultérieure de déduire les fractions de  $S_{1in}$  et  $S_{2in}$ .

#### c) Hypothèses

L'estimation de l'entrée  $S_{Tin}$  (DCO totale dans l'affluent) est fondée sur les hypothèses suivantes :

- H<sub>1</sub> Les variations de  $S_{Tin}$  sont lentes.
- H<sub>2</sub> Le taux de réaction  $r_0$  est connu ( $r_0 = r_{0m} \frac{S_T X_T}{S_T + K_{ST}}$ ).
- H<sub>3</sub> La DCO totale atteint rapidement son équilibre.

#### d) Équations

Nous réécrivons les équations dynamiques de  $S_T$  et  $X_T$  associées à la réaction globale ci-dessus :

$$(M_0) \begin{cases} \dot{X}_T = r_0 - \alpha D X_T \\ \dot{S}_T = D(S_{Tin} - S_T) - l_1 r_0 \end{cases} \quad (\text{V.68})$$

Le débit du méthane est décrit par la formule suivante :

$$q_M = l_2 r_0 \quad (\text{V.69})$$

où  $l_1$  et  $l_2$  sont des coefficients de rendement.

Notons  $\Delta S_T = S_{Tin} - S_T$  et  $\gamma = \frac{l_1}{l_2}$ , un estimateur asymptotique de  $S_{Tin}$  est donné par le système suivant :

$$\frac{d\Delta\hat{S}_T}{dt} = -D\Delta\hat{S}_T + \gamma q_M \quad (\text{V.70})$$

L'équation (V.70) repose sur l'hypothèse H<sub>1</sub>. En se basant sur les hypothèses H<sub>2</sub> et H<sub>3</sub>, on peut déduire l'expression de la DCO totale en entrée par la forme suivante :

$$\hat{S}_T = K_{ST} \frac{\alpha D}{r_{0m} - \alpha D} \quad (\text{V.71})$$

$$\hat{S}_{Tin} = \hat{S}_T + \Delta\hat{S}_T \quad (\text{V.72})$$

En pratique,  $S_T$  est faible par rapport à  $S_{Tin}$  et donc l'estimation grossière  $\hat{S}_T$  par la formule (V.71) ne porte pas à conséquence.

#### e) Applications aux données expérimentales

L'estimateur de l'entrée  $S_{Tin}$  est testé sur les données expérimentales avec les paramètres suivants :  $\gamma = 0.059$  g DCO/mmol CH<sub>4</sub>,  $r_{0m} = 1.2$  jour<sup>-1</sup> et  $K_{ST} = 4.9$  g DCO/l.

► **FIGURE V.24** Cette figure illustre les estimations  $\Delta\hat{S}_T$  de la différence entre la DCO totale à l'entrée et celle dans le fermenteur. Nous constatons qu'en dépit des hypothèses assez larges qui ont servi à sa construction, l'observateur parvient à reproduire les variations de la DCO totale avec une précision relativement satisfaisante.

► **FIGURE V.25** Globalement, les résultats déduits pour l'estimée de la concentration de la DCO totale dans l'affluent conservent une précision proche de celle obtenue dans les simulations ci-dessus. Le pic autour du jour 40 n'a pas été détecté probablement parce que l'hypothèse d'une étape unique dans les réactions de fermentation n'est plus valide en phase de déstabilisation.

La quantité de DCO totale en entrée étant identifiée, l'étape suivante consiste à déduire les fractions organique et acide qui la composent.

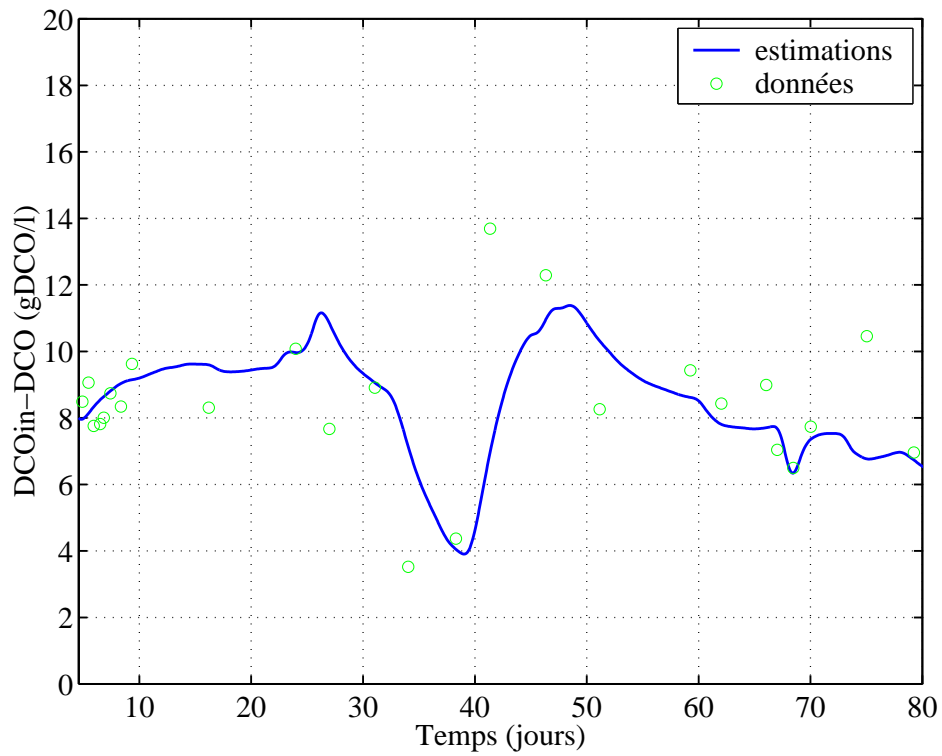


FIG. V.24 Différence entre la concentration de DCO totale dans l'affluent et dans l'effluent.

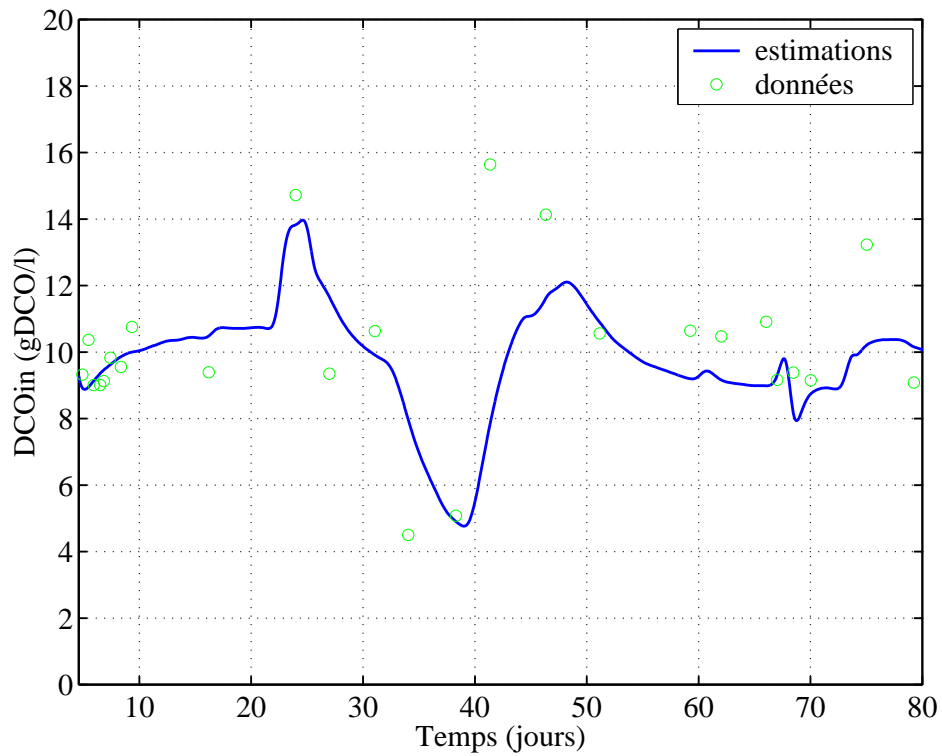


FIG. V.25 Comparaison entre les estimations et les données expérimentales de la DCO totale en entrée.



## V.6.2 Estimation des fractions des AGV et de la DCO dans l'affluent

### a) Description

Dans l'étape précédente, l'estimateur fournit une prédiction de la DCO totale en entrée, composée à la fois du substrat organique et des AGV. Il reste donc à déterminer chaque fraction individuellement.

### b) Objectifs

Cette section a pour objectif de déduire une estimation de  $S_{1in}$  et  $S_{2in}$  à partir de l'estimée  $\hat{S}_{Tin}$ .

### c) Hypothèses

On suppose que les concentrations des matières organiques et des acides gras volatils dans le fermenteur sont à l'équilibre.

### d) Équations

Pour déduire la fraction du substrat organique  $S_1$  et la fraction des AGV  $S_2$  de la DCO totale  $S_T$ , on considère les conditions d'équilibre.

On note  $\Delta S_1 = S_{1in} - S_1^*$  et  $\Delta S_2 = S_{2in} - S_2^*$ . L'équation (V.30) est exprimée sous la forme :

$$\frac{k_2}{k_1} \Delta S_1 + \Delta S_2 = \frac{k_3 q_M}{k_6 D} \quad (\text{V.73})$$

Nous pouvons utiliser les estimées de la DCO totale calculées dans la section précédente :

$$\Delta S_1 + r \Delta S_2 = \Delta S_T \quad (\text{V.74})$$

où  $r$  est un facteur de conversion qui représente la fraction de DCO dans la concentration des AGV.

La résolution du système (V.73) et (V.74) aboutit aux expressions suivantes (on remplace les grandeurs inconnues par les estimées) :

$$\Delta \hat{S}_1 = \frac{k_1 (k_6 D \Delta \hat{S}_T - k_3 q_M r)}{k_6 D (k_1 - k_2 r)} \quad (\text{V.75})$$

$$\Delta \hat{S}_2 = \frac{k_1 k_3 q_M - k_2 k_6 D \Delta \hat{S}_T}{k_6 D (k_1 - k_2 r)} \quad (\text{V.76})$$

Et donc on peut déduire les estimations des entrées  $S_{1in}$  et  $S_{2in}$  :

$$\begin{cases} \hat{S}_{1in} = \Delta \hat{S}_1 + S_1^* \\ \hat{S}_{2in} = \Delta \hat{S}_2 + S_2^* \end{cases} \quad (\text{V.77})$$

où  $S_1^* = K_{S1} \frac{\alpha D}{\bar{\mu}_1 - \alpha D}$  et  $S_2^*$  la plus petite solution de  $(\frac{S_2}{K_{T2}})^2 + (1 - \frac{\bar{\mu}_2}{\alpha D}) S_2 + K_{S2} = 0$

### e) Applications aux données expérimentales

Les estimations des entrées sont comparées aux données disponibles. Globalement, les résultats sont satisfaisants par rapport aux hypothèses établies pour la construction de l'observateur d'entrée.

► FIGURE V.26 Cette figure illustre les estimations  $\Delta\hat{S}_1$  de la différence entre la DCO organique à l'entrée et celle dans le fermenteur.

► FIGURE V.27 L'estimation de  $S_{1in}$  est plus ou moins précise car la charge organique provenant de divers distilleries est caractérisée par une grande variabilité de sa composition. Les valeurs négatives fournies par l'estimateur autour du jour 40, sont certainement dues à la phase de déstabilisation du fermenteur.

► FIGURE V.28 Les résultats d'estimation de  $\Delta\hat{S}_2$  sont légèrement meilleurs par rapport à l'estimation de  $\Delta\hat{S}_1$ . Les prédictions des variations dynamiques par le capteur logiciel sont satisfaisantes.

► FIGURE V.29 Bien qu'elle soit déduite à partir d'une formulation à l'équilibre pour la concentration de  $S_2$ , l'estimation de  $S_{2in}$  n'est pas affectée par cette considération car la concentration des AGV dans le fermenteur est beaucoup plus faibles que dans l'affluent.

La synthèse de l'estimateur est basée sur l'hypothèse d'une réaction globale unique. La fonction de croissance  $r_0$  ainsi que les coefficients de rendement  $l_1$  et  $l_2$  sont difficiles à caractériser. Afin de prendre en compte ces incertitudes, un estimateur à intervalles sera appliqué pour estimer les bornes supérieures et inférieures des concentrations de DCO et des AGV dans l'affluent.

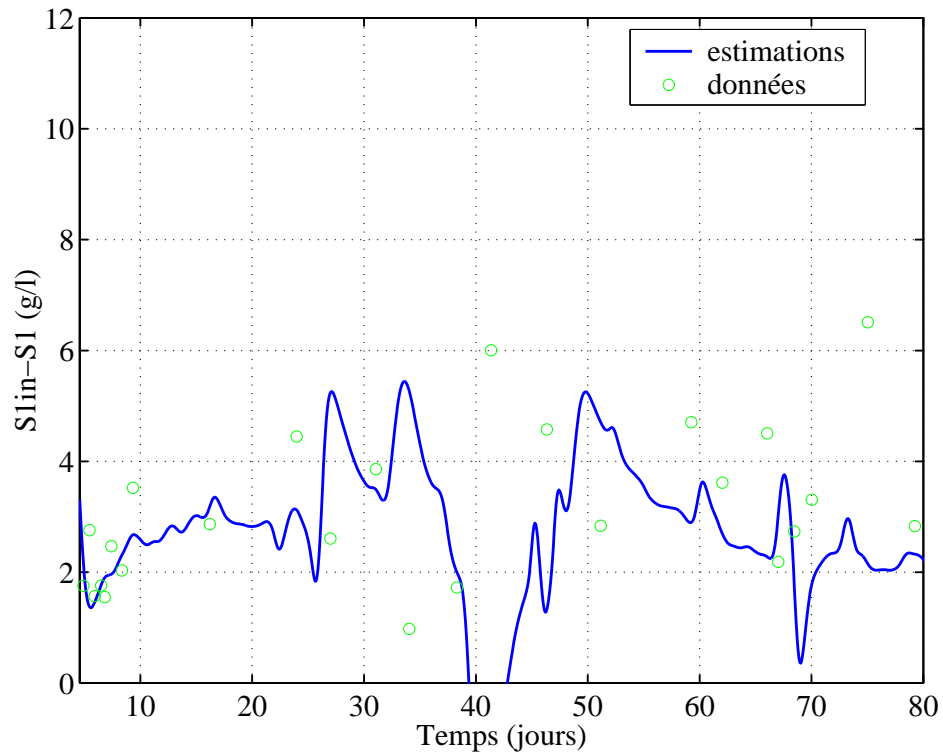


FIG. V.26 Différence entre la concentration de DCO organique dans l'affluent et dans l'effluent.

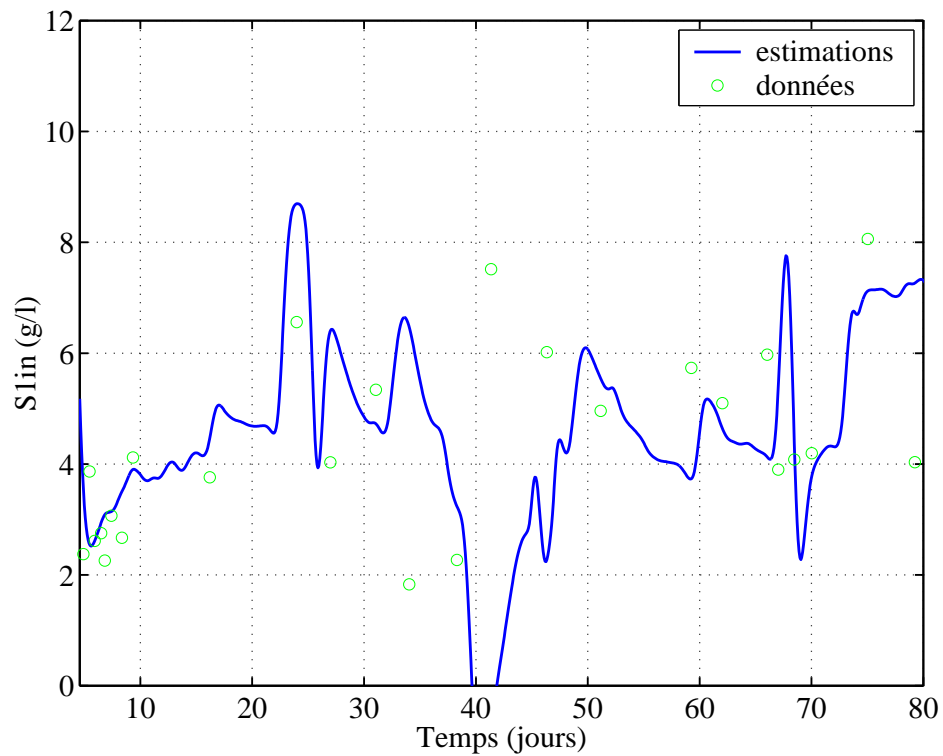


FIG. V.27 Comparaison entre les estimations et les données expérimentales de la DCO organique en entrée.

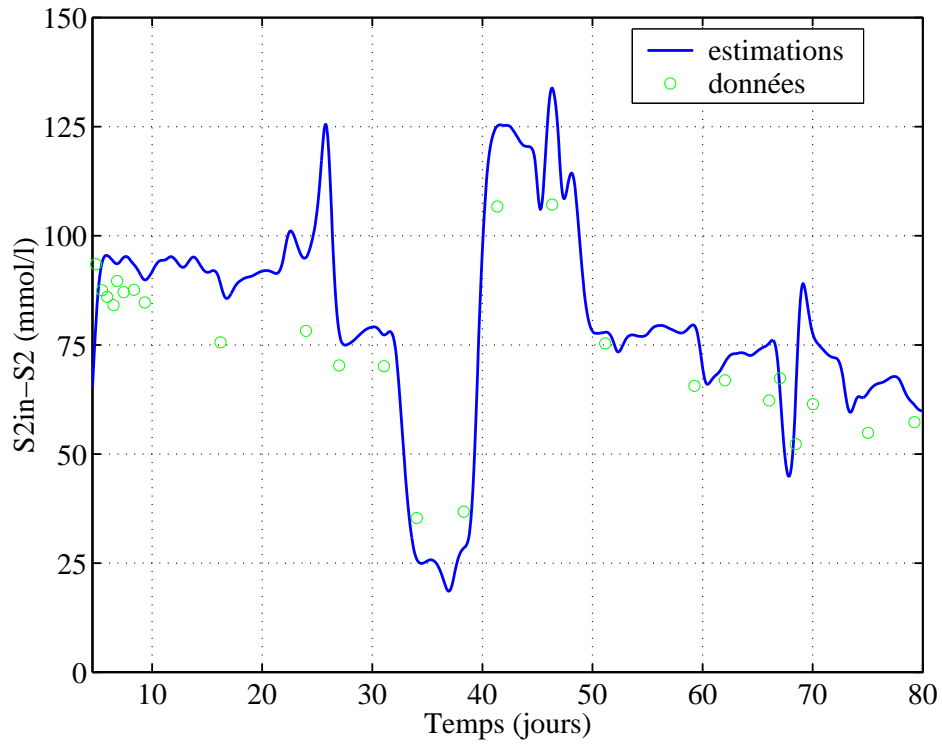


FIG. V.28 Différence entre la concentration des AGV dans l'affluent et dans l'effluent.

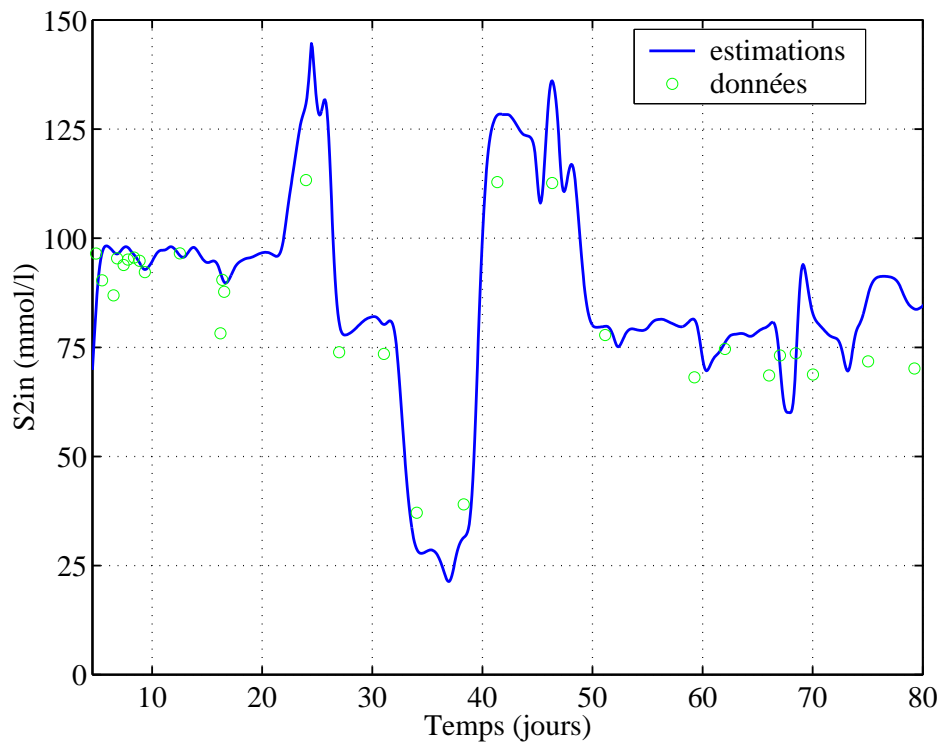


FIG. V.29 Comparaison entre les estimations et les données expérimentales des AGV en entrée.

### V.6.3 Estimation des entrées par intervalles

#### a) Description

L'estimation de la composition de l'affluent était fondée sur un mécanisme de fermentation décrit par un système mono-biomasse/mono-substrat ( $M_0$ ). Il est difficile de relier les paramètres de ce modèle à ceux identifiés pour le modèle initial décrivant l'acidogénèse et méthanogénèse. La fonction biologique  $r_0$  ainsi que les coefficients de rendement  $l_1$  et  $l_2$  sont donc soumis à des incertitudes susceptibles d'affecter la précision des estimations.

#### b) Objectifs

L'objectif de cette partie d'étude est d'estimer des intervalles de variation de la composition de l'affluent en tenant compte des incertitudes paramétriques supposées bornées.

#### c) Hypothèses

Dans ce qui suit nous supposons les hypothèses suivantes :

- H<sub>1</sub> Le coefficient  $\gamma$  est incertain et borné  $\gamma^- \leq \gamma \leq \gamma^+$ .
- H<sub>2</sub> Le taux de réaction  $r_0$  est incertain et borné  $r_{0m}^- \leq r_{0m} \leq r_{0m}^+$  et  $K_{ST}^- \leq K_{ST} \leq K_{ST}^+$ .

#### d) Équations

Dans le chapitre précédent, nous avons développé des estimateurs à intervalles pour reconstruire les bornes limites des variations des variables non mesurées en présence d'incertitudes sur les entrées ou les paramètres. En s'inspirant de cette approche, nous tentons de mettre en relief l'influence des incertitudes liées au taux de croissance ainsi qu'aux coefficients de rendement sur les résultats d'estimation des entrées  $S_{Tin}$ ,  $S_{1in}$  et  $S_{2in}$ .

Dans un premier temps, nous présentons un observateur asymptotique dans le but d'estimer l'intervalle de variation de la la DCO totale dans l'affluent en tenant compte des bornes connues des paramètres incertains. À partir des équations (V.70), (V.71) et (V.72) et en considérant les hypothèses H<sub>1</sub> et H<sub>2</sub>, on remplace les grandeurs incertaines  $\gamma$  et  $r_0$  par les bornes adéquates qui assurent l'encadrement de  $S_{Tin}$ . La structure de l'estimateur à intervalles fournissant les bornes inférieure  $S_{Tin}^-$  et supérieure  $S_{Tin}^+$  est donnée par le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\Delta S_T^+}{dt} = -D\Delta S_T^+ + \gamma^+ q_M \\ \frac{d\Delta S_T^-}{dt} = -D\Delta S_T^- + \gamma^- q_M \\ S_T^+ = K_{ST}^+ \frac{\alpha D}{r_{0m}^- - \alpha D} \\ S_T^- = K_{ST}^- \frac{\alpha D}{r_{0m}^+ - \alpha D} \\ S_{Tin}^+ = S_T^+ + \Delta S_T^+ \\ S_{Tin}^- = S_T^- + \Delta S_T^- \end{array} \right. \quad (V.78)$$

On peut directement déduire que l'estimateur (V.78) est stable et encadre  $S_{Tin}(t)$  pour tout  $t$  si les bornes initiales encadrent la concentration  $S_{Tin}(0)$ . En d'autres termes :

- $S_{Tin}^-(t) \leq S_{Tin}(t) \leq S_{Tin}^+(t)$  pour tout  $t \geq 0$  si  $S_{Tin}^-(0) \leq S_{Tin}(0) \leq S_{Tin}^+(0)$ .
- Sous des conditions de persistance de l'entrée  $D$  ( $D(t) \geq \underline{d} > 0$ ), l'erreur d'estimation  $E_{Tin} = (S_{Tin}^+ - S_{Tin}^-)$  est stable (la largeur dynamique de l'intervalle estimé reste bornée).

Pour déduire les bornes des fractions de DCO et des AGV on constate à partir de l'expression (V.73) qu'à l'équilibre, la valeur maximale (réciproquement la valeur minimale) de  $\Delta S_1$  implique la valeur minimale (réciproquement la valeur maximale) de  $\Delta S_2$ . En d'autres termes on obtient les équations suivantes :

$$\frac{k_2}{k_1} \Delta S_1^+ + \Delta S_2^- = \frac{k_2}{k_1} \Delta S_1^- + \Delta S_2^+ = \frac{k_3 q_M}{k_6 D} \quad (\text{V.79})$$

Les expressions (V.75) et (V.76), permettent de déduire directement les bornes de  $\Delta S_1$  et de  $\Delta S_2$  à partir des bornes de  $\Delta S_T$  :

$$\Delta S_1^+ = \frac{k_1(k_6 D \Delta S_T^+ - k_3 q_M r)}{k_6 D(k_1 - k_2 r)} \quad ; \quad \Delta S_1^- = \frac{k_1(k_6 D \Delta S_T^- - k_3 q_M r)}{k_6 D(k_1 - k_2 r)} \quad (\text{V.80})$$

$$\Delta S_2^+ = \frac{k_1 k_3 q_M - k_2 k_6 D \Delta S_T^-}{k_6 D(k_1 - k_2 r)} \quad ; \quad \Delta S_2^- = \frac{k_1 k_3 q_M - k_2 k_6 D \Delta S_T^+}{k_6 D(k_1 - k_2 r)} \quad (\text{V.81})$$

Les bornes des entrées  $S_{1in}$  et  $S_{2in}$  sont données par le système suivant :

$$\begin{cases} S_{1in}^+ = \Delta S_1^+ + S_1^* & ; & S_{1in}^- = \Delta S_1^- + S_1^* \\ S_{2in}^+ = \Delta S_2^+ + S_2^* & ; & S_{2in}^- = \Delta S_2^- + S_2^* \end{cases} \quad (\text{V.82})$$

### e) Applications aux données expérimentales

Les premiers tests sont effectués en considérant les incertitudes sur  $\gamma$  uniquement ( $\gamma^+ = 0.07$  et  $\gamma^- = 0.05$ ). Les paramètres de la fonction biologique  $r_0$  sont supposées parfaitement identifiés ( $K_{ST}^+ = K_{ST}^- = K_{ST}$  et  $r_{0m}^+ = r_{0m}^- = r_{0m}$ ).

► FIGURE V.30 Cette figure illustre les variations maximales et minimales de  $\Delta S_T$  représentant la différence entre la DCO totale à l'entrée et à la sortie du fermenteur.

► FIGURE V.31 Globalement, hormis quelques mesures isolées, l'estimateur fournit un intervalle qui assure un encadrement acceptable de la DCO totale dans l'affluent.

► FIGURE V.32 L'estimation des bornes de  $\Delta S_1$  est assez mauvaise car la charge organique contient une multitude de composés carbonés avec des concentrations très fluctuantes et donc difficile à estimer.

► FIGURE V.33 La mauvaise précision sur l'estimation de l'intervalle de  $\Delta S_1$  se répercute sur les performances d'estimation de l'entrée  $S_{1in}$ .

► FIGURE V.34 Les bornes estimées de  $\Delta S_2$  sont représentées sur cette figure..

► FIGURE V.35 La précision des intervalles estimés pour  $S_{2in}$  est bien meilleure par rapport aux estimations de  $S_{1in}$ . Des données expérimentales sont en dehors de l'intervalle estimé (sous-estimation de l'observateur) entre les jours 34 et 40 qui correspond à un période de déstabilisation du réacteur.

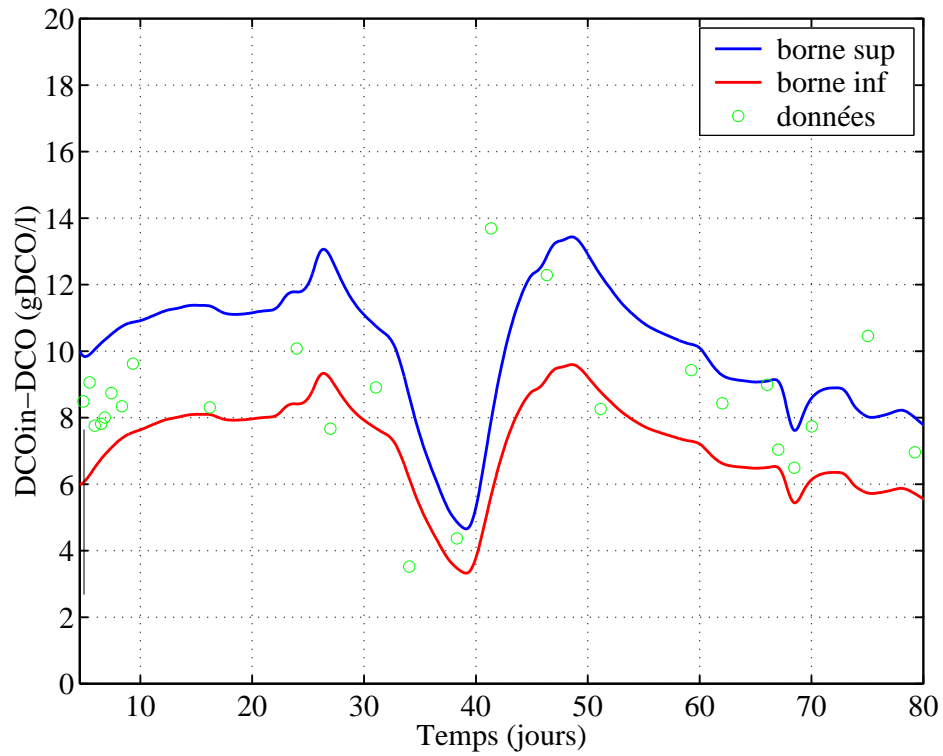


FIG. V.30 *Intervalle d'estimation de la différence entre la concentration de DCO totale dans l'affluent et dans l'effluent ( $\gamma$  incertain).*

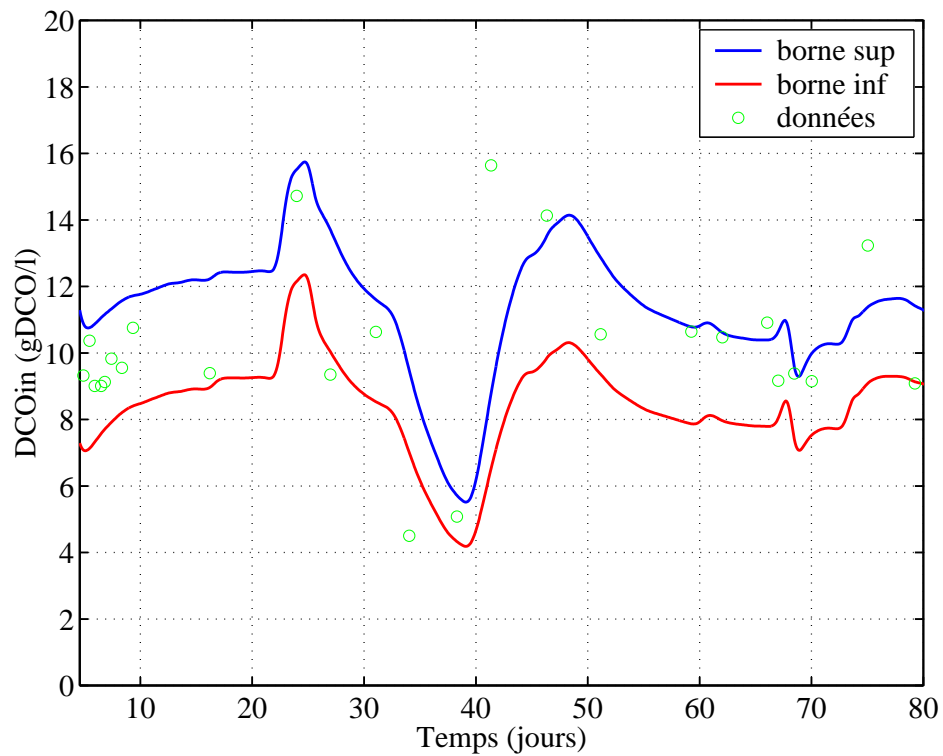


FIG. V.31 *Comparaison entre les bornes estimées et les données expérimentales de la DCO totale en entrée ( $\gamma$  incertain).*

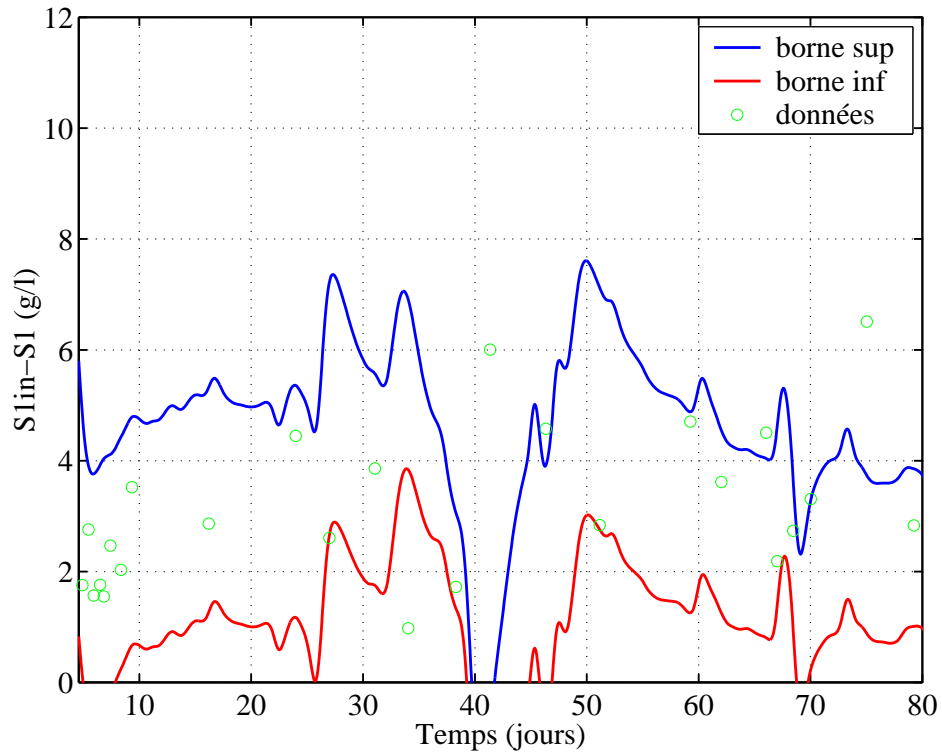


FIG. V.32 *Intervalle d'estimation de la différence entre la concentration de DCO organique dans l'affluent et dans l'effluent ( $\gamma$  incertain).*

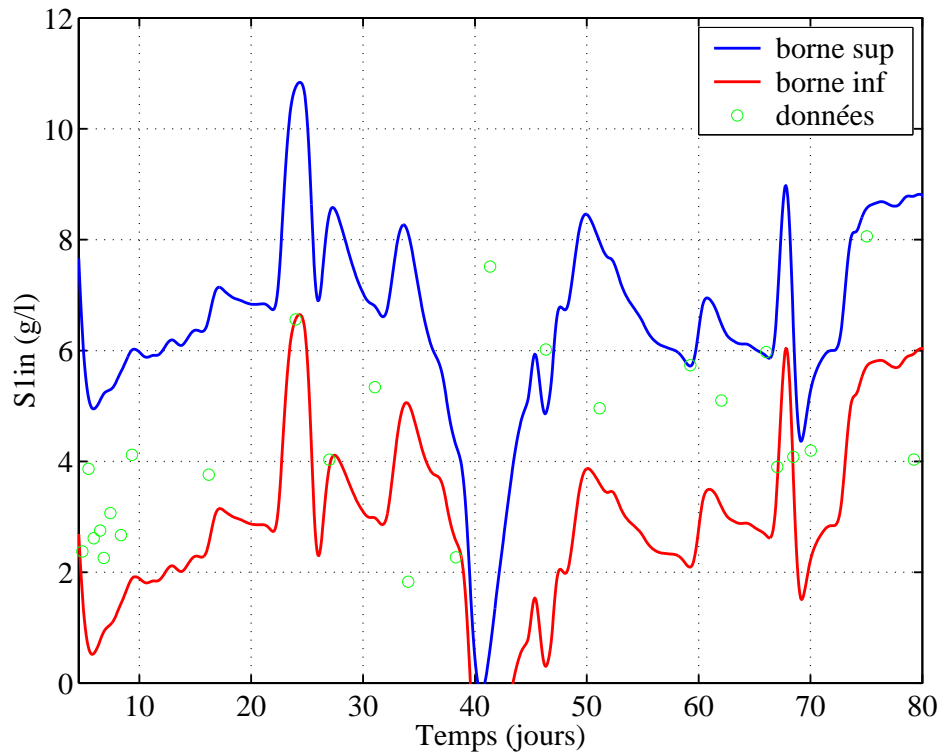


FIG. V.33 *Comparaison entre les bornes estimées et les données expérimentales de la DCO organique en entrée ( $\gamma$  incertain).*



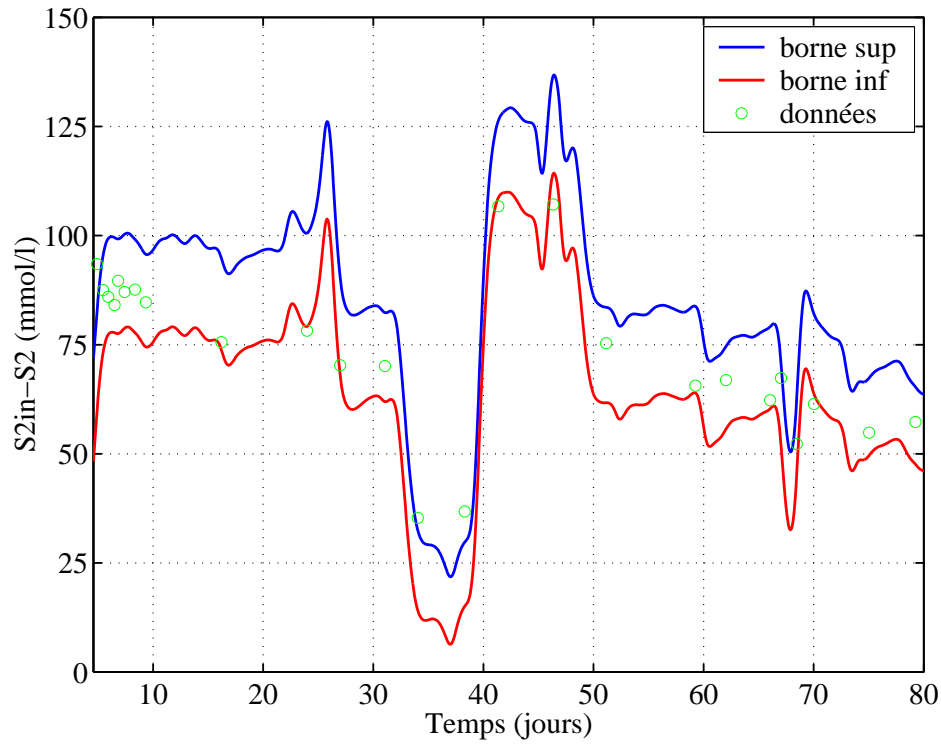


FIG. V.34 *Intervalle d'estimation de la différence entre la concentration des AGV dans l'affluent et dans l'effluent ( $\gamma$  incertain).*

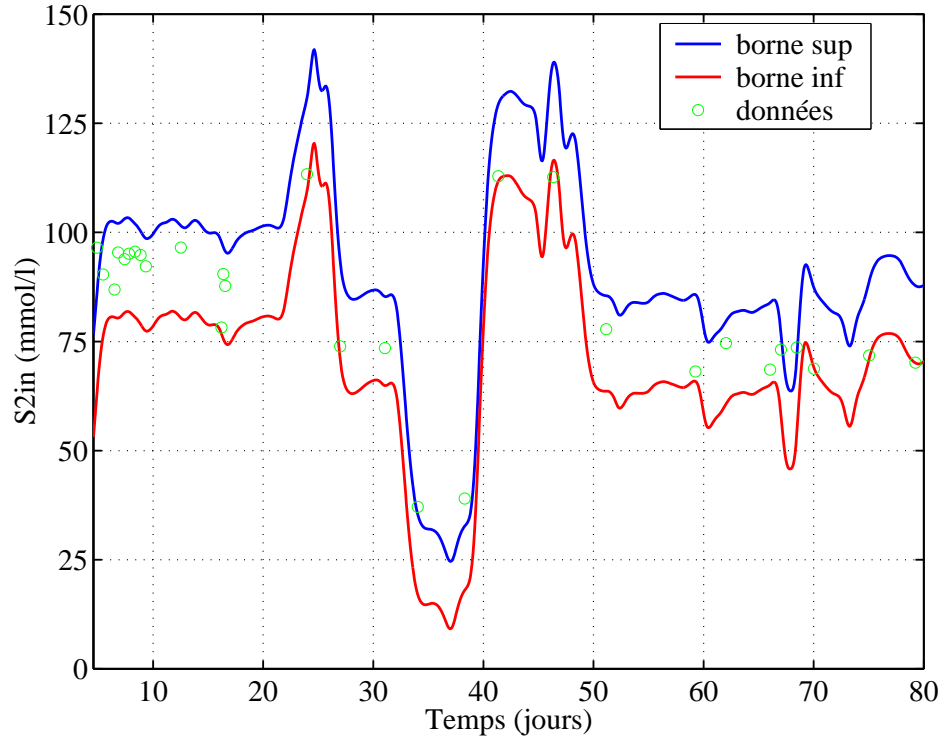


FIG. V.35 *Comparaison entre les bornes estimées et les données expérimentales des AGV en entrée ( $\gamma$  incertain).*

Les résultats d'estimation sont aussi affectés par les incertitudes sur les paramètres cinétiques. On maintient les mêmes bornes sur  $\gamma$ , mais on suppose des incertitudes supplémentaires d'amplitude assez importante sur  $K_{ST}$  ( $K_{ST}^+ = 20$  g DCO/l et  $K_{ST}^- = 0$ ), ainsi que sur  $r_{0m}$  ( $r_{0m}^+ = 2.4$  jour<sup>-1</sup> =  $2r_{0m}$  et  $r_{0m}^- = 0.6$  jour<sup>-1</sup> =  $0.5r_{0m}$ ).

► FIGURE V.36 On constate que les résultats d'estimation de la DCO organique à l'entrée sont identiques au cas précédent où les coefficients cinétiques étaient supposés connus (voir FIG. V.33).

► FIGURE V.37 Les performances d'estimation pour  $S_{2in}$  sont similaires aux résultats de la figure (V.35).

► FIGURE V.38 Les applications aux données réelles ont montré que les bornes sont sensibles principalement au paramètre  $\gamma$ . Les paramètres cinétiques  $K_{ST}$  et  $r_{0m}$  influencent uniquement la valeur à l'équilibre de  $S_T$  et affectent par conséquent les estimations des bornes de  $S_{Tin}$  (comparaison par rapport à FIG. V.31).

► FIGURE V.39 Les estimations de  $S_{1in}$  (FIG. V.36) et de  $S_{2in}$  (FIG. V.37) ne sont pas perturbées par les incertitudes sur les paramètres cinétiques. Une estimation plus précise des bornes de  $S_{Tin}$  peut être déduite des bornes de  $S_{1in}$  et  $S_{2in}$  par la relation :  $S_{Tin} = S_{1in} + rS_{2in}$ .

Pour conclure cette partie, notons que les performances de l'estimateur dépendent à la fois de la structure choisie, des mesures disponibles mais aussi des considérations sur les incertitudes prises en compte.

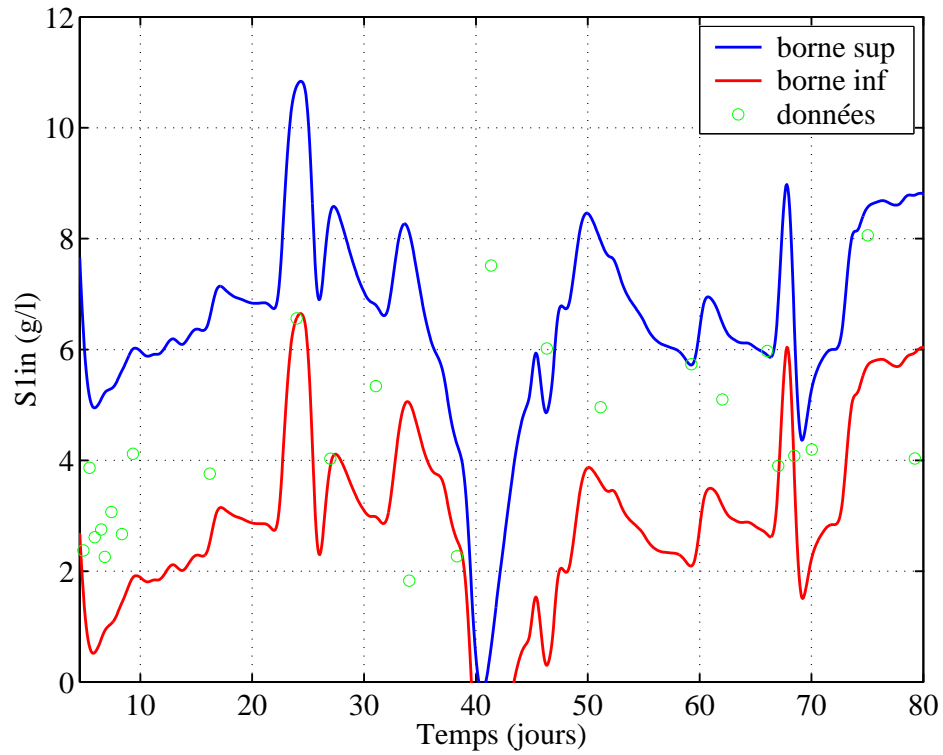


FIG. V.36 *Comparaison entre les bornes estimées et les données expérimentales de la DCO organique en entrée ( $\gamma$  et  $r_0$  incertains).*

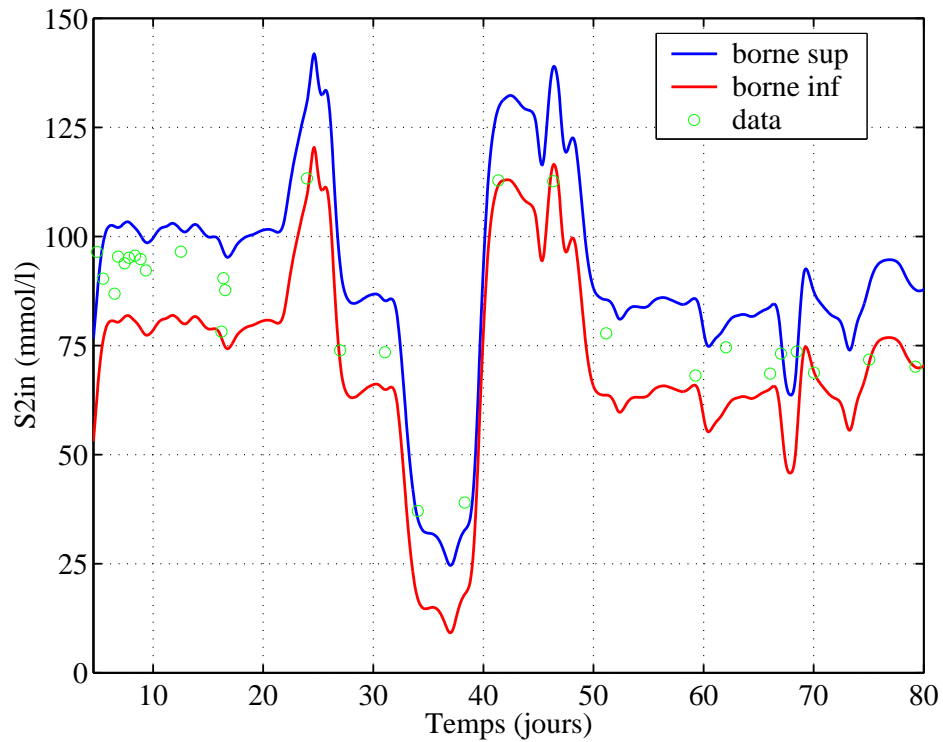


FIG. V.37 *Comparaison entre les bornes estimées et les données expérimentales des AGV en entrée ( $\gamma$  et  $r_0$  incertains).*

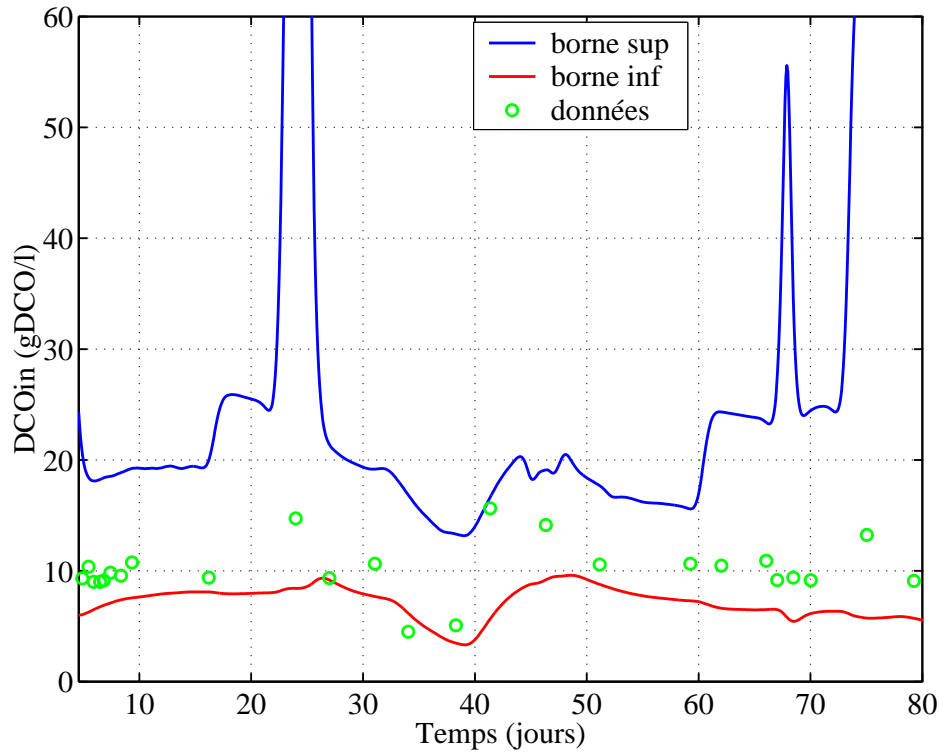


FIG. V.38 *Intervalle d'estimation de la DCO totale dans l'affluent et ( $\gamma$  et  $r_0$  incertains).*

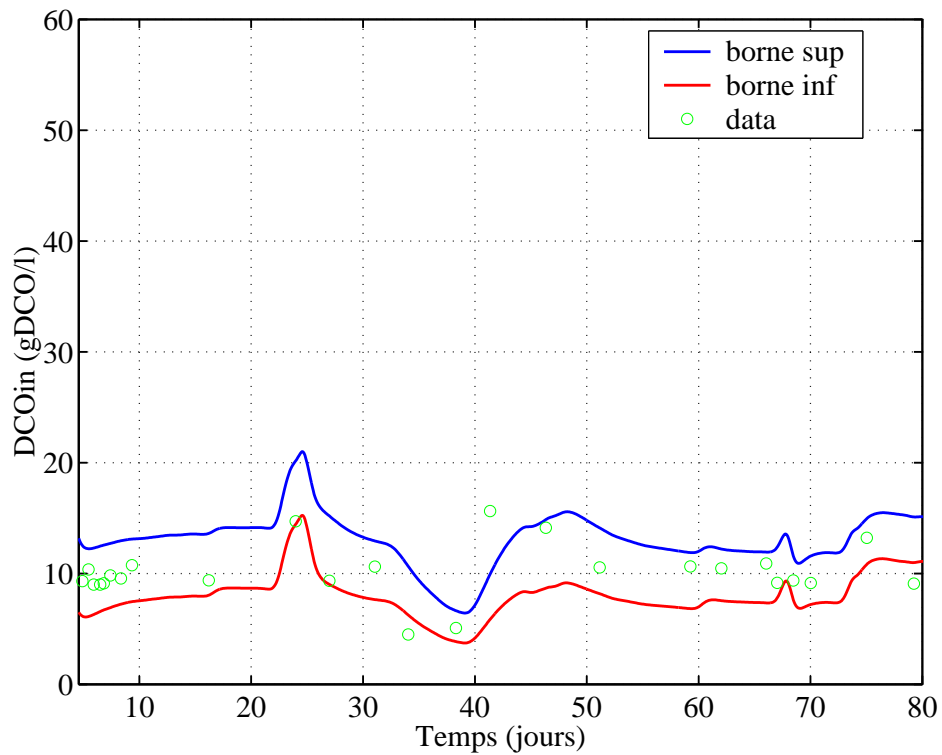


FIG. V.39 *Intervalle d'estimation de la DCO totale dans l'affluent déduit des intervalles de  $S_{1in}$  et  $S_{2in}$  ( $\gamma$  et  $r_0$  incertains).*

## V.7 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons exposé une étude théorique et pratique consacrée à un procédé biologique de traitement anaérobie. Nous avons abordé différents points concernant la modélisation et l'estimation d'état. Un modèle mathématique d'un fermenteur méthanique a d'abord été présenté. Les divers paramètres mis en jeu dans la structure du modèle ont été identifiés dans les conditions statiques à partir des données expérimentales disponibles. L'étape finale de la modélisation concernait la validation du modèle dans des conditions dynamiques.

Dans la partie consacrée à l'estimation des variables, nous avons synthétisé un observateur asymptotique et un autre estimateur robuste aux incertitudes. Un estimateur simple a été présenté permettant d'évaluer la composition de l'affluent. Tenant compte des incertitudes paramétriques, un nouvel observateur à intervalles a été développé pour l'estimation des bornes limitant les concentrations qui composent l'affluent à l'entrée du fermenteur. Les performances de cet estimateur ont été mises en évidence par des applications aux données expérimentales.

Cette étude a permis de mettre en relief quelques points importants afin que le système couplé modèle/observateur garantisse une régulation efficace et une conduite automatisée fiable du procédé :

- La modélisation est basée sur des considérations liées au bilan de masse. Le modèle doit prendre en compte les divers aspects influençant le déroulement des mécanismes de fermentation : l'aspect chimique (équilibres, transfert liquide-gaz), l'aspect hydrodynamique (transport de matière par les flux liquides) et l'aspect biologique (croissance de biomasse, biodégradation du substrat).  
Les incertitudes structurelles dues à la variabilité des cinétiques biologiques se retrouvent au niveau des termes de taux de croissance spécifiques aux populations acidogènes et méthanogènes.
- Afin de calibrer tous les paramètres du modèle, une procédure d'identification a été développée permettant de mettre en relief le rôle de chaque paramètre dans les dynamiques du procédé anaérobie et ainsi, de découpler la calibration des paramètres cinétiques, des coefficients de transfert liquide-gaz et des coefficients de rendement.
- La conduite expérimentale des essais a été conçue dans le but de couvrir un large spectre de conditions opérationnelles proches du mode de fonctionnement à l'échelle industrielle. Le modèle est ainsi validé sur une longue période et dans des conditions aussi générales que possible en variant le taux de charge organique (variations du débit d'entrée et de la concentration de DCO dans l'affluent). Mais cette procédure engendre inévitablement des fluctuations conséquentes dans la composition des substrats traités étant donné le caractère saisonnier (période des vendanges) ainsi que l'origine variée (rejets de différentes distilleries) des vinasses utilisées durant ces expériences.
- Les capteurs logiciels sont d'un apport considérable dans l'automatisation des procédés de traitement biologique où une instrumentation fiable et peu coûteuse fait défaut. La synthèse de ces outils est basée sur le modèle théorique et les tests expérimentaux (sur des données réelles) de l'observateur asymptotique ont montré des lacunes non apparentes dans les simulations numériques (sur les prédictions du modèle) qui sont engendrées par les incertitudes paramétriques et la connaissance limitée des entrées.

Une procédure de synthèse d'un observateur robuste a donc été développée permettant d'estimer les concentrations des AGV, de l'alcalinité et du carbone inorganique avec une précision satisfaisante. Les estimations moins précises de la DCO sont dues certainement aux fluctuations incertaines de la charge organique (voir le point ci-dessus).

L'observateur robuste est opérationnel sur le pilote du laboratoire de l'INRA Narbonne. Des perspectives de supervision et de détection de pannes sont envisagées en utilisant les estimations des capteurs logiciels.

- Dans certains cas, il est possible de pousser l'exploitation du modèle pour l'acquisition de nouvelles informations sur le procédé. Ainsi, un estimateur de la composition de l'affluent à partir des mesure en-ligne du débit de méthane a été présenté. Un compromis entre la précision désirée et les incertitudes sur les hypothèses considérées nous a conduit à développer une structure simple d'un estimateur à intervalles encadrant les concentrations chimiques de la composition de l'affluent alimentant le fermenteur.

# *Conclusions et perspectives*





# Chapitre VI

## Conclusions et perspectives

### Contenu

---

VI.1 Conclusion générale . . . . .	209
VI.2 Perspectives . . . . .	214

---

### VI.1 Conclusion générale

Face à l'urbanisation et l'industrialisation de nos sociétés modernes, les traitements de dépollution sont devenus une nécessité impérative et exigent aujourd'hui des procédés plus performants. La théorie de l'*automatique*, conjuguée aux disciplines de la *biologie* et de la *chimie* permet d'atteindre ces objectifs d'optimisation concernant l'élimination des polluants. L'*approche interdisciplinaire* permet alors de résoudre certains aspects complexes et incertains inhérents aux mécanismes biologiques en intégrant les techniques de l'automatique.

Par conséquent, dans le cadre de cette étude pluridisciplinaire, un effort préliminaire consiste à acquérir un maximum de *connaissance* dans chaque discipline impliquée. Cette adaptation au système étudié permettra, dans un premier temps, de situer les problématiques posées et de les formaliser en termes de l'automatique afin d'apporter une contribution efficace pour une solution adéquate. Nous avons donc tenté dans la première partie de ce manuscrit, de mettre en relief les principaux concepts de l'épuration biologique en abordant brièvement des thèmes comme la pollution, l'historique du traitement biologique, les filières d'épuration et les problèmes liés au manque d'une instrumentation fiable dans les procédés de dépollution.

L'étape suivante consistait à transcrire ces connaissances sous forme mathématique. C'est la phase délicate de *modélisation* qui doit servir à l'élaboration des lois de contrôle. Mais, l'efficacité de la conduite automatisée d'une installation est non seulement étroitement liée à la pertinence de la description théorique des phénomènes intervenant au cours de la dégradation biologique, mais dépend aussi de l'information disponible sur l'état du système. Un outil performant de l'automatique permet d'estimer le comportement dynamique de certaines variables indisponibles à la mesure. En effet, l'*observateur d'état* fournit une représentation adaptative du procédé qui tient compte du modèle théorique et des données expérimentales.

Ces deux points ont fait l'objet de notre étude. Nous avons abordé deux types de procédés intégrant chacun un mode de fonctionnement différent : un procédé des *boues activées* à culture *libre*, en suspension dans un milieu *aérobie* et un procédé de *fermentation* à culture *fixe* dans un milieu *anaérobie*.

La particularité du procédé des boues activées réside dans le fait que ce dispositif combine deux compartiments avec des principes de fonctionnement différents :

- Un *bassin d'aération*, siège des réactions biochimiques de dégradation des substrats polluants par des populations bactériennes.
- Un *bassin de sédimentation*, lieu de séparation des phases solide et liquide par décantation.

Nous avons traité ces deux compartiments en mettant en évidence les problèmes de couplage entre les deux bassins, modélisés souvent dans la littérature comme modules séparés de l'unité globale de traitement.

Du point de vue de la modélisation, la structure mathématique générale d'un bioréacteur est connue et comporte des termes de cinétiques biologiques et de dynamiques de transfert de matière. Les problèmes majeurs engendrés par le comportement *complexe* et *incertain* des organismes vivants (termes non-linéaires et paramètres non-stationnaires) qui se posent en modélisation concernent le choix des variables mises en jeu et la définition des fonctions biologiques. La décision dépendra alors des conditions fixées et des objectifs envisagés. Nous avons donc présenté l'expression générale du modèle du bassin d'aération, et par la suite, des structures particulières étaient choisies suivant les applications envisagées.

Une description précise de tels systèmes privilégie la synthèse de modèles sophistiqués susceptible d'entraîner des problèmes de sur-paramétrisation. Dans ce cas, le jeu de paramètres permettant à un modèle de prédire un certain comportement dynamique n'est pas unique. Par ailleurs, outre ce problème d'identifiabilité, des structures plus ou moins complexes peuvent approcher des dynamiques similaires. Afin de surmonter ces difficultés qui peuvent restreindre la résolution pratique des problèmes d'identification et de validation, par exemple, il nous semble important que les efforts de modélisation du bassin d'aération se penchent plus particulièrement sur les possibilités de synthèse de modèles d'ordre réduit capables de décrire les activités biochimiques majeures avec le minimum de variables, de paramètres et de fonctions cinétiques. La validation de ce type d'étude peut être limitée par le manque de données et nécessite des démarches expérimentales adaptées.

Contrairement à l'aérateur, les caractéristiques du comportement dynamique d'un décanteur ne sont pas maîtrisées, les mécanismes qui ont lieu sont plus complexes et très variés. Nous avons tenté de spécifier ces difficultés et d'établir un modèle qui puisse tenir compte des principaux phénomènes physiques en maintenant une structure suffisamment simple pour envisager d'éventuelles applications. On identifie alors des dynamiques spécifiques à deux classes de composés : les substances solubles et la concentration solide des boues. En outre, le bassin est divisé en trois zones principales : une zone supérieure (clarificateur) constituée principalement des substances solubles, une zone inférieure (compression) où s'accumulent les composés particuliers et une zone intermédiaire (épaississement) modélisée comme l'entrée du décanteur. S'inspirant de considérations hydrodynamiques simples, nous avons proposé une approximation des mécanismes de séparation dans cette région.

L'approximation du caractère hétérogène du bassin de décantation par les modèles à couches semblent présenter des résultats satisfaisants dans la littérature. L'approche exposée dans notre étude peut être directement généralisée à ce type de modèle, en divisant chaque zone en un certain nombre de régions. Ainsi, des termes de diffusion verticale des particules en suspension peuvent être superposés dans la structure mathématique. De nouveaux problèmes à traiter concerneront l'optimisation du nombre des couches. Par ailleurs, il semble intéressant de comparer ce modèle à d'autres approches de modélisation basées sur les équations aux dérivées partielles.

L'étape finale concernait la mise en équation des dynamiques du couple aérateur/décanteur. Une structure globale du procédé équivalente au modèle dynamique général d'un bioréacteur est déduite en intégrant les cinétiques non-linéaires de décantation au vecteur des réactions biologiques. Nous pouvons alors reprendre certains résultats structurels déjà acquis (la positivité des concentrations est directement déduites des travaux antérieurs par exemple).

Les diverses *incertitudes* qui caractérisent les bioprocédés (cinétiques biologiques mal connues, variabilité des paramètres au cours du temps, interactions entre différents composés, mesures inadéquates ou non fiables, fluctuation des entrées, perturbations extérieures) peuvent limiter considérablement les performances des capteurs logiciels. Nous nous sommes intéressés au problème d'estimation d'état en incluant ce caractère incertain. C'est ainsi que nous avons introduit une nouvelle technique d'estimation par intervalles. En effet, bien que certaines grandeurs soient inconnues, il est toutefois possible dans certains cas d'estimer leurs variations maximales et minimales (fluctuation de la charge organique à l'entrée d'une station d'épuration par exemple). À défaut d'estimer les valeurs réelles des variables non mesurées, l'*observateur à intervalles* fournit une estimation des bornes dynamiques supérieures et inférieures. Une structure générale d'un estimateur asymptotique basé sur la théorie des systèmes dynamiques coopératifs a été mise au point pour des entrées incertaines. Nous avons établi des résultats de stabilité des estimateurs dans le cas linéaire non-stationnaire. Si les conditions initiales bornent les variables à estimer, alors l'observateur garantit des intervalles bornés qui encadrent les valeurs réelles non mesurées.

Nous avons aussi abordé différents aspects influençant les performances d'estimation des intervalles.

Nous avons considéré la variabilité paramétrique d'un coefficient de rendement comme contrainte supplémentaire aux incertitudes sur les entrées. Ce cas particulier a permis de caractériser l'influence des incertitudes structurelles sur la précision des estimations.

Une autre étude était basée sur la comparaison des performances d'estimation par rapport aux mesures disponibles. Il s'est avéré qu'un choix adéquat des mesures peut compenser dans certains cas le manque de connaissance sur les entrées.

Nous avons pu améliorer le taux de convergence par l'introduction de gains dans la structure de l'observateur. Cependant, le choix des paramètres de gains est limité par des contraintes de coopérativité. Des efforts supplémentaires doivent être consacrés à la calibration de l'estimateur à intervalles.

Le caractère incertain marqué du comportement des organismes vivants, rend la procédure d'une estimation précise des concentrations exactes dans un bioprocédé impossible à réaliser. Les considérations biologiques permettent cependant d'identifier des plages de variation des

termes inconnus. Un effort considérable reste à faire dans le but de caractériser ces incertitudes et de valider leurs bornes estimées sur des données expérimentales réalisées dans des conditions aussi générales que possible.

Certaines applications comme le diagnostic et la détection de pannes, par exemple, se contentent de l'estimation des fluctuations maximales et minimales des variables supervisées et l'utilisation des observateurs à intervalles nous semble une approche adaptée pour ces systèmes biologiques incertains. En effet, l'apport de ces méthodes dans la gestion des incertitudes se traduira par un compromis entre le degrés d'incertitude pris en compte et la qualité de la précision désirée. L'étude introduite constitue une étape initiale à d'autres investigations qui donneraient lieu à une généralisation des structures des estimateurs suivant les termes incertains considérés.

De nombreuses questions restent posées. Un problème typique à développer, par exemple, est lié à l'optimisation des majorations assurées par les estimateurs à intervalles.

Dans le cas où les parties connues et incertaines sont découplées, nous pouvons envisager une association des méthodes d'estimation classiques et celles par intervalles afin de réduire les majorations.

La dernière étape de notre travail, à caractère plus *appliqué*, constituait une partie d'une étude développée dans le cadre d'un projet scientifique regroupant des partenaires de divers horizons. Ainsi, l'aspect d'*interdisciplinarité* évoquée au début de cette conclusion était mis en œuvre grâce à la coopération de différentes équipes issues des disciplines de l'automatique et de la biologie, l'objectif étant la modélisation et le contrôle d'un procédé de traitement de résidus d'une usine à bois par *digestion anaérobie*.

Le *modèle* développé dans ce projet a été exposé en spécifiant les considérations biologiques, chimiques et hydrodynamiques prises en compte. Ce modèle décrit deux réactions fondamentales : l'acidogénèse et le méthanogénèse. Il met en jeu deux populations (acidogènes et méthanogènes), deux substrats (matières organiques et acides gras volatils) et deux autres composés (l'alcalinité et le carbone inorganique).

La *méthodologie expérimentale* a été brièvement mentionnée.

Une partie importante de notre travail (qui n'apparaît pas explicitement dans ce manuscrit) concernait la programmation de procédures (Matlab) de *traitement de données* brutes afin d'extraire les informations utiles pour les phases d'identification des paramètres et de validation du modèle.

L'approche basée sur des conditions à l'équilibre a permis de découpler la procédure d'*identification* en calibrant indépendamment trois jeux de paramètres : les constantes cinétiques, les coefficients de transfert et les coefficients de rendement.

La *validation* du modèle sur d'autres *données expérimentales* a permis de dégager un bilan globalement positif. Les expériences sont réalisées dans des conditions assez générales, en variant les entrées (le débit liquide et la charge organique) sur une période relativement longue (environ 80 jours). Les prédictions du modèle ont été comparées aux mesures en-ligne (les débits de gaz carbonique et de méthane et le pH) ainsi qu'aux mesures hors-ligne (la DCO, les AGV, le carbone inorganique et l'alcalinité). Globalement, le modèle parvient à reproduire les dynamiques de chaque variable avec une précision plus que satisfaisante. Par ailleurs, les conditions de déstabilisation du fermenteur sont détectées par le modèle.

Deux observateurs d'état asymptotiques et indépendants des cinétiques biologiques ont été élaborés en considérant les débits de gaz comme entrées appliquées. Le premier, basé sur les mesures des AGV estime les concentrations de l'alcalinité, de la DCO et du carbone inorga-

nique. En tenant compte des valeurs identifiées des paramètres de transfert, un autre capteur logiciel a été développé fournissant une estimation supplémentaire de la concentration des AGV à partir des mesures de pH. Mais les tests expérimentaux ont montré la trop forte sensibilité de ces estimateurs face aux incertitudes paramétriques du modèle et les fluctuations mal connues des concentrations en entrée. Afin de s'affranchir de ces limitations, un estimateur robuste a été mis en œuvre en superposant des termes de rétroaction appliqués aux erreurs de prédiction des débits de gaz. Une calibration adéquate des gains engendre alors une meilleure précision des estimées. Les résultats limités des estimations de la DCO par rapport aux autres variables sont liés aux fluctuations difficiles à estimer des concentrations des diverses substances organiques (mal connues) qui composent la concentration de DCO dans l'affluent à l'entrée du fermenteur. Dans l'ensemble, la similitude entre les variables mesurées et estimées montrent le potentiel d'applicabilité de l'observateur robuste proposé.

Notons que ce capteur logiciel est fonctionnel sur le pilote de fermentations anaérobie du laboratoire LBE de l'INRA de Narbonne. Les objectifs fixés dans le projet pour le contrôle de l'alcalinité ont été atteints grâce à des lois de commande sur le taux de dilution, basées sur le modèle exposé. D'autres objectifs sur l'utilisation des observateurs pour les problèmes de détection de pannes sont envisageables.

Les travaux développés ont abordé deux bioprocédés de dépollution qui couvrent une grande partie des modes de fonctionnement des installations de traitement biologique mises en place en pratique. Les conclusions extraites ouvrent des voies de recherche dans un cadre général du domaine de traitement des eaux. Étant donné les aspects complexes et incertains des procédés biologiques des améliorations sont encore envisageables aussi bien au niveau de la modélisation qu'au niveau du contrôle. Mais ces progrès sont limités par le manque de données. Pour parfaire et valider d'autres modèles ou de nouvelles techniques d'estimation et de commande, des efforts doivent être consacrés à la conduite de campagnes d'échantillonnage permettant d'élargir les bases de données dans ce domaine.

Des problèmes de couplage entre le bassin d'aération et de décantation ont été mis en relief dans le procédé des boues activées. Ce point peut être généralisé dans le cadre d'une analyse globale du comportement d'une station d'épuration. En effet, à l'échelle industrielle, il est nécessaire d'identifier les principales interactions entre les différentes unités de la chaîne complète de traitement (unités bioréacteur-décanteur, chaînes solide-liquide, processus oxydation-nitrification).

L'application des estimateurs à intervalles aux bioprocédés aérobie et anaérobie débouche sur des réflexions plus ou moins générales applicables à d'autres systèmes incertains. Nous pensons que l'idée d'inclure les incertitudes dans la structure des observateurs impliquant une estimation ensembliste ouvre des perspectives multiples et variées qui mériteraient une attention.

## VI.2 Perspectives

Dans la continuité de ce travail, les perspectives sont nombreuses. Plusieurs points mériteraient d'autres investigations plus poussées :

- Une technique d'estimation par intervalles a été introduite dans ce travail, mais d'autres investigations restent encore à faire, à savoir :
  - La prise en compte des incertitudes sur les dynamiques non-linéaires (cinétiques biologiques, vitesses de sédimentation).
  - La caractérisation des bruits de mesure sous formes d'incertitudes bornées pour tenir compte de ce type de perturbation sur la précision des intervalles estimés.
  - Les résultats établis dans le cas des estimateurs à intervalles correspondent aux conditions extrêmes les plus défavorables. Le principe de majoration engendre une perte d'information sur le comportement réel du procédé. Il nous semble intéressant d'aborder ces problèmes en terme d'optimisation des intervalles d'estimation. En effet, les résultats établis représentent des conditions suffisantes. Il est donc possible par un choix adéquat de la structure de l'estimateur à intervalles et une étude plus approfondie des relations mises en jeu, de réduire dans certains cas la largeur des intervalles.
  - Le réglage des estimateurs est limité par la condition de coopérativité. Des efforts doivent être consacrés dans ce sens, notamment dans le cas non-linéaire. L'idée (déjà exploitée en linéaire [162]) serait de borner des combinaisons de variables. Le problème à résoudre est de trouver les changements de variables judicieux afin de respecter de la condition de coopérativité.
  - Des applications intéressantes de ces estimateurs pourraient concerner les procédures de diagnostic et de détection de pannes. En effet, on peut penser que l'intérêt pour ce type de systèmes est la supervision des limites critiques des variables influentes. L'évaluation des conditions extrêmes susceptibles de causer le dysfonctionnement indésirable peut servir comme entrée d'un estimateur à intervalles pour la détection des bornes des variables supervisées. Ces valeurs limites peuvent être alors comparées aux mesures disponibles ou aux estimations d'un capteur logiciel classique. Les pannes sont alors détectées si les condition de bornitude ne sont plus vérifiées.
  - Dans un cadre plus général, les estimateurs à intervalles peuvent être appliqués à d'autres classes de modèles incertains. Les systèmes biologiques, par exemple, sont soumis à ce type d'incertitudes.
  - Les estimateurs à intervalles peuvent être utilisé aussi bien dans un but d'estimation que dans un but de gestion des incertitudes. Ainsi, dans certains cas, on peut tester les hypothèses d'incertitude sur une entrée, par exemple, en comparant les mesures aux bornes fournies par l'observateur.
- Une étude pratique similaire à celle développée pour le fermenteur anaérobie permettrait de mettre en évidence les aspects théoriques du procédé des boues activées en abordant les différentes phases d'identification de paramètres et de validation du modèle ainsi que des estimateurs.

- Des raffinements supplémentaires sont envisageables pour le modèle du décanteur suivant les objectifs fixés. Des connaissances plus poussées en biofloculation et en décantation peuvent être exploitées au dépend de la simplicité du modèle. Une exploration détaillée des réactions biochimiques susceptibles d'avoir lieu dans le bassin de sédimentation peut être nécessaire pour certaines conditions de fonctionnement. D'autres problèmes indésirables comme le gonflement des boues peuvent être inclus dans la modélisation. Des recherches sont encore nécessaires pour finaliser un modèle simple et adéquat.
- Les objectifs fixés dans l'étude du fermenteur anaérobie ont été atteints. Néanmoins, ce travail pourrait servir à de nouveaux développements, notamment dans la modélisation (prendre en compte d'autres processus de fermentation, intégrer d'autres souches bactériennes) et l'estimation d'état (exploiter de nouvelles possibilités de mesures en-ligne).
- Enfin, un point important à aborder concerne la mise au point de stratégies de commande. Le contrôle adaptatif qui tient compte des variations significatives des systèmes tels que les bioprocédés d'épuration a montré des performances satisfaisantes dans certaines conditions [47]. D'autres stratégies de commande sont aussi envisageables afin de compenser les fortes incertitudes des systèmes biologiques. De nouvelles approches de contrôle robuste basées sur les estimations par intervalles sont à explorer. Des progrès notables garantissant la stabilisation d'un procédé incertain peuvent être attendus de l'application d'un tel schéma de contrôle [163]. Tenant compte des incertitudes supposée bornées, l'estimateur garantit des intervalles de variation des variables d'état. Cette information peut alors être exploitée par le contrôleur robuste pour la régulation de l'unité de traitement. De nouveaux problèmes se posent sur la stabilité du couple non-linéaire estimateur à intervalles-contrôleur (principe de séparation).





# *Références bibliographiques*



# Références bibliographiques

- [1] AEYELS, D. Generic observability of differentiable systems. *SIAM J. Control and Optimization* 19, 5 (1981), 595–603.
- [2] ALBERTSON, J. G., J. R. M., ROBINSON, E. K., AND VAHDIEK, N. P. Investigation of the use of high purity oxygen aeration in the conventional activated sludge process. Report no. 17050, USFWQA Water Pollution Control Research Series, 1970.
- [3] ALCARAZ-GONZALEZ, V., GENOVESI, A., HARMAND, J., GONZALEZ, A., RAPAPORT, A., AND STEYER, J.-P. Robust exponential nonlinear observers for a class of lumped models useful in chemical and biochemical engineering - Application to a wastewater treatment. *International Workshop on Application of Interval Analysis to Systems and Control, Girona, Espagne* (1999), 225–235.
- [4] ANDERSON, B. D. O., AND MOORE, J. B. *Optimal Filtering*. Prentice-Hall, 1979.
- [5] ANDREWS, J. F. Dynamic model of anaerobic digestion process. *Journ. of the Sanitary Engineering Division* (1969), 95–116.
- [6] ANDREWS, J. F. Review paper : Dynamic models and control strategies for wastewater treatment processes. *Water Research* 8 (1974), 261–289.
- [7] ARDERN, E., AND LOCKETT, W. Experiments on the oxidation of sewage without the aid of filters. *Journal of the Society of Chemical Industries*. 33 (1914), 523.
- [8] AZIZ, J. A., AND TEBBUT, T. H. Y. Significance of COD, BOD and TOC correlations in kinetic models of biological oxidation. *Wat. Res.* 14 (1980), 319–324.
- [9] BAILEY, J. E., AND OLLIS, D. F. *Biochemical Engineering Fundamentals*, 2 ed. Mac-Graw Hil, Kogakusa, Tokyo, 1986.
- [10] BASAR, T., AND BERNHARD, P.  *$H^\infty$ -Optimal Control and Related Minimax Design Problems: a Dynamic Game Approach*. Birkhäuser, Boston, 1991.
- [11] BASTIN, G., AND DOCHAIN, D. *On-line Estimation and Adaptive Control of Bioreactors*. Elsevier, Amsterdam, 1990.
- [12] BECK, M. B. Modelling and control studies of the activated sludge process at norwich sewage works. *Trans. Inst. M. C.* 6, 3 (1984), 117–131.
- [13] BECK, M. B. Identification, estimation and control of biological wastewater treatment processes. *Proc. IEE, Part D* (1986), 254–264.
- [14] BENEFIELD, L. D., AND RANDALL, C. W. *Biological Process Design for Wastewater*. Prentice-Hall, New York, 1980.
- [15] BERNARD, O., AND DOCHAIN, D. Advanced monitoring and control of the operation of wastewater treatment processes of the wood industry in order to improve the process efficiency. Tech. rep., Progress Report of AMOCO Project (ERB-FAIR-CT96-1198), 1997.

- [16] BERNARD, O., HADJ-SADOK, M. Z., AND DOCHAIN, D. Dynamical modelling of anaerobic wastewater treatment plants. *European Control Conference ECC99, Karlsruhe, Germany* (1999).
- [17] BERNARD, O., HADJ-SADOK, M. Z., DOCHAIN, D., GENOVESI, A., AND STEYER, J.-P. Dynamical model development and parameter identification for an anaerobic wastewater treatment process. *Wat. Res.* (For publication).
- [18] BERTHOUEX, P. M., AND FAN, R. Evaluation of treatment plant performance: causes, frequency and duration of upsets. *J. of Water Pollution Control Fed.* 58 (1986), 368–375.
- [19] BERTHOUEX, P. M., HUNTER, W. G., AND PALLESEN, L. Dynamic behaviour of an activated sludge plant. *Wat. Res.* 12 (1978), 957–972.
- [20] BESANCON, G., AND BORNARD, G. Time-varying linearization up to output injection of discrete-time nonlinear systems. *Proceedings of 3rd European Control Conference, Rome, Italy* (1995), 3772–3776.
- [21] BESTLE, D., AND ZEITS, M. Canonical form design for nonlinear observers with linearizable error dynamics. *Int. Journal of Control* 23 (1981), 419–431.
- [22] BETEAU, J. *Modélisation et commande d'un bioprocédé industriel de traitement des déchets urbains*. PhD thesis, INPG, Grenoble, 1992.
- [23] BETTAYEB, M., AND KAVRANOĞLU, D. Reduced order  $H_\infty$  filtering. *Proc. ACC. Maryland* (1994).
- [24] BOILLEREAUX, L. *Estimation d'état de procédés non-linéaires: méthode à horizon fini avec indicateur de qualité*. PhD thesis, INPG, Grenoble, 1996.
- [25] BORNARD, G., CELLE, F., COUENNE, N., AND GILLES, G. *Observabilité et observateurs*, A.J. Fossard and D. Normand-Cyrot ed., vol. 1. Masson, 1993, ch. 5, pp. 177–221.
- [26] BORNARD, G., AND HAMMOURI, H. A high observer for a class of uniformly observable systems. *IEEE conf. on Decision and Control, Brighton* (1991).
- [27] BORNE, P., RICHARD, J. P., AND RADHY, N. E. *Stabilité, stabilisation, régulation: approche par les normes vectorielles*, A.J. Fossard and D. Normand-Cyrot ed., vol. 2. Masson, 1993, ch. 2, pp. 45–90.
- [28] BOUDRANT, J., CORRIEU, G., AND COULET, P., Eds. *Capteurs et Mesures en Biotechnologie*. Technique et Documentation - Lavoisier, 1994.
- [29] BRYANT, J. O. *Continuous time simulation of the conventional activated sludge wastewater renovation system*. PhD thesis, Clemson University, Clemson, SC, 1972.
- [30] BUSBY, J. B., AND ANDREWS, J. F. Dynamic modelling and control strategies for the activated sludge process. *J. Wat. Pollut. control Fed.* 47 (1975), 1055–1080.
- [31] CAMP, T. R. A study of the rational design of settling tanks. *Sewage Works Journal* 8, 1 (1936), 10–18.
- [32] CHANG, S. K., YOU, W. T., AND HSU, P. L. General-structured unknown input observers. *Proceedings of the ACC, Maryland* (1994), 666–670.
- [33] CHAO, A. C., AND KEINATH, T. M. Influence of process loading intensity on sludge clarification and thickening characteristics. *Wat. Res.* 13 (1979), 1213–1223.
- [34] CHEN, J. *Modelling and control of the activated sludge process: towards a systematic framework*. PhD thesis, London University, 1993.
- [35] CHEN, J., AND BECK, M. B. Modelling, control and on-line estimation of activated sludge bulking. *Wat. Sci. Tech.* 28, 11-12 (1993), 249–256.

- [36] CHEN, L. *Modelling identifiability and control of complex biotechnological systems*. PhD thesis, Université Catholique de Louvain, Belgium, 1992.
- [37] CHO, S. H., COLIN, F., SARDIN, M., AND PROST, C. Settling velocity model of activated sludge. *Wat. Res.* 27, 7 (1993), 1237–1242.
- [38] CURDS, C. R. Computer simulations of microbial population dynamics in the activated sludge process. *Water Research* 5 (1971), 1049–1066.
- [39] DAIGGER, G. T., AND ROPER, R. E. The relationship between SVI and activated sludge settling characteristics. *J. Wat. Pollut. Cont. Fed.* 8 (1985), 859–866.
- [40] DALLA-TORRE, A., AND STEPHANOPOULOS, G. Mixed culture model of anaerobic digestion: application of the evaluation of start-up procedure. *Biotech. Bioeng.* 28 (1986), 1106–1118.
- [41] D'ANS, G., KOKOTOVIC, P. V., AND GOTTLIEB, D. A nonlinear regulator problem for a model of biological waste treatment. *IEEE Trans. Aut. Control* 16, 4 (1971), 341–347.
- [42] DAROUACH, M., ZASADZINSKI, M., AND XU, S. J. Full-order observers for linear systems with unknown inputs. *IEEE Trans. Automat. Contr. AC-39* (1994), 606–609.
- [43] DICK, R. I. Role of activated sludge final settling tanks. *J. San. Div., ASCE* 96, SA2 (1970), 9–29.
- [44] DICK, R. I. Analytical approach for evaluation of settling column data. *J. Environ. Eng.* 117, 1 (1991), 152–155.
- [45] DOBBINS, W. E. Effects of turbulence on sedimentation. *Transactions, ASCE* 109 (1944), 629–678.
- [46] DOCHAIN, D., AND PERRIER, M. Control design for nonlinear wastewater treatment processes. *Wat. Sci. Tech.* 11-12 (1993), 283–293.
- [47] DOCHAIN, D., AND PERRIER, M. Dynamical modelling, analysis, monitoring and control design for nonlinear bioprocesses. In *Advances in Biochemical and Biotechnology*, T. Scheper, Ed., vol. 56. Springer Verlag, 1997, pp. 147–197.
- [48] DOCHAIN, D., PERRIER, M., AND PAUSS, A. Adaptive control of the hydrogen concentration in anaerobic digestion. *Ind. Eng. Chem. Res.* 30 (1991), 136–141.
- [49] DOCHAIN, D., VANROLLEGHEM, P. A., AND DAELE, M. V. Structural identifiability of biokinetic models of activated sludge respiration. *Wat. Res.* 29, 11 (1995), 2571–2578.
- [50] DOLD, P. L., EKAMA, G. A., AND MARAIS, G. v. R. A general model for the activated sludge process. *Prog. Wat. Tech.* 12 (1980), 47–77.
- [51] DOLD, P. L., AND MARAIS, G. v. R. Evaluation of the general activated sludge model proposed by the IAWPRC task group. *Wat. Sci. Tech.* 18 (1986), 63–89.
- [52] DOYLE, J. C., GLOVER, K., KHARGONEKAR, P., AND FRANCIS, B. A. State-space solutions of standard  $H_2$  and  $H_\infty$  problems. *IEEE Trans. Automat. Contr. AC-34* (1989), 831–847.
- [53] DUKE, M. L., ECKENFELDER, W. W., AND TEMPLETON, M. E. Strategies for the control of activated sludge plants treating industrial wastewaters. *Wat. Sci. Tech.* 13 (1981), 553–559.
- [54] ECKENFELDER, W. W. Comparative biological waste treatment design. *J. Sanit. Eng. Div. ASCE* 93 (1967), 157–170.
- [55] ECKENFELDER, W. W. The activated sludge process: state of the art. *CRC Critical Review in Environ. Contr.* 15, 2 (1985), 111–178.
- [56] EDELINE, F. *L'épuration Biologique des Eaux: Théorie et Technologie des Réacteurs*. Cebedoc Editeur, Liège, 1993.

- [57] EKAMA, G. A., DOLD, P. L., AND MARAIS, G. v. R. Procedures for determining influent COD fractions and the maximum specific growth rate of heterotrophs in activated sludge systems. *Wat. Sci. Tech* 16, 6 (1986), 91–114.
- [58] EKAMA, G. A., AND MARAIS, G. v. R. Dynamic behaviour of the activated sludge process. *WPCF* 51, 3 (1979), 534–556.
- [59] FAN, L. T., SHAH, P. S., PEREIRA, N. C., AND ERICKSON, L. E. Dynamic analysis and optimal feedback control synthesis applied to biological waste treatment. *Water Research* 7 (1973), 1609.
- [60] FLAUS, J. M. *Estimation de l'état de bioprocédés à partir de mesures indirectes*. PhD thesis, INPG, Grenoble, 1990.
- [61] FLIESS, M., AND KUPKA, I. A finiteness criterion for nonlinear input-output differential systems. *SIAM J. Control Optim* 21 (1983), 721–728.
- [62] FRIPIAT, J. L., T. BOL, R. BINOT, H. N., AND NYNS, E. J. A strategy for the evaluation of methane production from different types of substrate biomass. In *Biomethane, Production and uses*, R. Buvet, M. F. Fox, and D. J. Picker, Eds. Roger Bowskill ltd, Exeter, UK, 1984, pp. 95–105.
- [63] FUHRMAN, R. E. History of water pollution control. *J. of Water Pollution Control Fed.* 56, 4 (1984), 306–313.
- [64] FUNAHASHI, Y. Stable state estimator for bilinear systems. *Int. Journal of Control* 29, 2 (1979), 181–188.
- [65] GATES, W. E., AND GHOSH, S. Biokinetic evaluation of BOD concepts and data. In *Journal of the Sanitary Engineering Division, Proceedings of ASCE* (June 1971), vol. 97 of SA3, pp. 287–309.
- [66] GAUTHIER, J. P., AND BORNARD, G. Observability for any  $u(t)$  of class of nonlinear systems. *IEEE transactions on automatic control* 26 (1981), 922–926.
- [67] GAUTHIER, J. P., HAMMOURI, H., AND OTHMAN, S. A simple observer for nonlinear systems applications to bioreactors. *IEEE transactions on automatic control* 37 (1992), 875–880.
- [68] GELB, A., KASPER, J. F., NASH, R. A., PRICE, C. F., AND SUTHERLAND, A. A. *Applied Optimal Estimation*. MIT Press, 1992.
- [69] GEORGE, D. B., AND KEINATH, T. M. Dynamics of continuous thickening. *J. Wat. Pollut. Control Fed.* 50 (1978), 2560–2572.
- [70] GOSH, S. G., AND POHLAND, F. G. Kinetics of substrate assimilation and product formation in anaerobic digestion. *J. Wat. Poll. Cont. Fed.* 46 (1974), 748–759.
- [71] GOULD, R. H. Operating experiences in new york city. *Sewage Works J.* 14, 1 (1942), 70.
- [72] GOUZÉ, J. L., RAPAPORT, A., AND HADJ-SADOK, M. Z. Interval observers for uncertain biological systems. *Journal of Ecological modelling* (1999). (For publication).
- [73] GRADY, C. P. L. J., AND LIM, H. C. *Biological Wastewater Treatment Theory and Applications*. Marcel Dekker, New York, 1980.
- [74] GRANT, S., HURWITZ, E., AND MOHLMAN, R. W. The oxygene requirement of the activated sludge process. *Sewage Works J.* 2 (1930), 228.
- [75] GUJER, W., AND KAPPELER, J. Modelling population dynamics in the activated sludge systems. *Wat. Sci. Tech.* 25, 6 (1992), 93–103.
- [76] HADJ-SADOK, M. Z., AND GOUZÉ, J. L. Bounds estimation for uncertain models of wastewater treatment. *IEEE International Conf. on Control and Applications, Trieste, Italy* (1998), 336–340.

- [77] HADJ-SADOK, M. Z., AND GOUZÉ, J. L. Interval observers for uncertain models of wastewater treatment processes. *CONTROLO'98 3<sup>rd</sup> Portuguese Conference on Automatic Control, Coimbra, Portugal 2* (1998), 673–678.
- [78] HADJ-SADOK, M. Z., AND GOUZÉ, J. L. Comparison between two interval observers for wastewater treatment models. *European Control Conference ECC99, Karlsruhe, Germany* (1999).
- [79] HADJ-SADOK, M. Z., AND GOUZÉ, J. L. Estimation of uncertain models of activated sludge process with interval observers. *Journal of Process Control* (1999). (To appear).
- [80] HADJ-SADOK, M. Z., GOUZÉ, J. L., AND RAPAPORT, A. State observers for uncertain models of activated sludge processes. *Waste Decision 98, International Workshop on Decision and Control in Waste Bio-Processing, Narbonne, France* (1998), 8 p. (CD-ROM).
- [81] HAMALAINEN, R. P., HALME, A., AND GYLLENBERG, A. A control model for activated sludge wastewater treatment process. *Proc. 6<sup>th</sup> IFAC World Congress 61*, 6 (1975).
- [82] HAMLIN, M. J., AND WAHAB, A. H. A. Settling characteristics of sewage in density currents. *Wat. Res. 4* (1970), 609–626.
- [83] HAMMOURI, H., AND GAUTHIER, J. P. Bilinearization up to output injection. *Systems and Control Letters 11* (1988), 139–149.
- [84] HAMMOURI, H., AND MORALES, J. D. L. Observer synthesis for state affine systems. *Proceedings of the 29th IEEE CDC, Honolulu, Hawaii* (1990).
- [85] HARA, S., AND FURUTA, K. Minimal order state observers for bilinear systems. *Int. Journal of Control 24*, 5 (1976), 705–718.
- [86] HARREMOËS, P., CAPODAGLIO, A. G., HELLSTÖM, B. G., HENZE, M., JENSEN, K. N., LYNNGAARD-JENSEN, A., OTTERPOHL, R., AND SØBERRG, H. Wastewater treatment plants under transient loading - performance, modelling and control. *Wat. Sci. Tech. 27*, 12 (1993), 71–115.
- [87] HASSETT, N. J. Design and operation of continuous thickeners. *Ind. Chem. 35* (1958), 169.
- [88] HAZEN, A. On sedimentation. *Transactions ASCE 53* (1904), 45–88.
- [89] HENRY, J. G. Recent developments in water pollution control. *Can. J. Civ. Eng. 7* (1980), 264–272.
- [90] HENZE, M. Theories for the estimation of the fraction of denitrifiers in combined nitrifying-denitrifying treatment plants. *Wat. Res. 23* (1987), 1521–1524.
- [91] HENZE, M., DUPONT, R., GRAU, P., AND DE LA SOTA, A. Rising sludge in secondary settlers due to denitrification. *Wat. Res. 27*, 2 (1993), 231–236.
- [92] HENZE, M., GRADY, C. P. L. J., GUJER, W., MARAIS, G. V. R., AND MATSUO, T. Activated sludge model no. 1. Tech. rep., IAWPRC Scientific Technical Reports No. 1, IAWQ, London, 1987.
- [93] HENZE, M., GUJER, W., MINO, T., MATSUO, T., WENTZEL, M. C., AND MARAIS, G. V. R. Activated sludge model no. 2. Tech. rep., IAWPRC Scientific Technical Reports, 1995.
- [94] HERBERT, D. The continuous culture of bacteria. *J. Gen. Microbiol. 14* (1956), 601.
- [95] HILL, D. T., AND BART, C. L. A dynamic model for simulation of animal waste digestion. *J. Wat. Pollut. Control Fed 10* (1977), 2129–2143.
- [96] HILL, R. D. *Dynamics and control of solid-liquide separation in the activated sludge process*. PhD thesis, Rice University, Houston, Texas, 1985.

- [97] HOLMBERG, A. Modelling of activated sludge process for microprocessor-based state estimation and control. *Wat. Res.* 16 (1982), 1233–1246.
- [98] HOLMBERG, A., AND RANTA, J. Procedures for parameter and state estimation for microbial growth process models. *Automatica* 18 (1982), 181–193.
- [99] HORAN, N. J. *Biological Wastewater Treatment Systems, Theory and Operation*. John Wiley & Sons, 1990.
- [100] HOSTETTER, G., AND MEDITCH, J. S. Observing systems with unmeasurable inputs. *IEEE Trans. Automat. Contr. AC-18* (1973), 307–308.
- [101] HÄRTEL, L., AND PÖPEL, H. J. A dynamic secondary clarifier model including processes of sludge thickening. *Wat. Sci. Tech.* 25, 6 (1992), 267–284.
- [102] HULTMAN, B., AND HULTGREN, J. Deviation from the Kynch theory in thickening sludges from wastewater treatment plants. *Trib. Cebedeau* 33, 441-442 (1980), 375–389.
- [103] JEPPESON, U. *Modelling aspects of wastewater treatment plants*. PhD thesis, IAE, Lund, Sweden, 1996.
- [104] JØRGENSEN, S. E., AND GROMIEC, M. J. *Mathematical Model in Biological Waste Water Treatment*. Elsevier, 1985.
- [105] JULIEN, S. *Modélisation et estimation pour le contrôle d'un procédé boues activées éliminant l'azote des eaux résiduaires urbaines*. PhD thesis, LAAS, Toulouse, 1997.
- [106] KAILATH, T. *Linear Systems*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., London, 1980.
- [107] KALMAN, R. E. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Trans. ASME, Journal of Basic Engineering* 82, D (1961), 35–45.
- [108] KALMAN, R. E., AND BUCY, R. S. New results in linear filtering and prediction theory. *Trans. ASME, Journal of Basic Engineering* 83, D (1961), 95–108.
- [109] KAPPELER, J., AND GUJER, W. Estimation of kinetic parameters of heterotrophic biomass under aerobic conditions and characterization of wastewater for activated sludge modelling. *Wat. Sci. Tech.* 25, 6 (1992), 125–139.
- [110] KEINATH, T. M., RYCKMAN, M. D., DANA, C. H., AND HOFER, D. A. Activated sludge - unified system design and operation. *J. Env. Eng. Div., ASCE* 103, EE5 (1977), 829–849.
- [111] KESSLER, L. H., AND NICHOLS, M. S. Oxygen utilization by activated sludge. *Sewage Works J.* 7 (1935), 810.
- [112] KHALIL, H. K. *Nonlinear Systems*. Macmillan, New York, 1992.
- [113] KHARGONEKAR, P., AND ROTEVA, M. A. Mixed  $H_2/H_\infty$  filtering. *Proc. CDC, Arizona* (1992).
- [114] KIEFFER, M. *Estimation ensembliste par analyse par intervalles : application à la localisation d'un véhicule*. PhD thesis, Université de Paris-Sud, 1999.
- [115] KIEFFER, M., JAULIN, L., AND WALTER, E. Guaranteed recursive nonlinear state estimation using interval analysis. *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control, Tampa, Florida* (1998), 3966–3971.
- [116] KO, K. Y., MCINNIS, B. C., AND GOODWIN, G. C. Adaptive control and identification of the dissolved oxygen process. *Automatica* 18, 6 (1982), 727–730.
- [117] KRENER, A., AND A.ISIDORI. Linearisation by output injection and nonlinear observers. *Systems Control Letters* 3 23 (1983), 47–52.
- [118] KRENER, A., AND RESPONDEK, W. Nonlinear observers with linearizable error dynamics. *SIAM J. Control* 23 (1985), 197–216.



- [119] KRISTENSEN, G. H., JØRGENSEN, P. E., AND HENZE, M. Characterization of functional microorganism groups and substrate in activated sludge and wastewater by aur, nur and our. *Wat. Sci. Tech.* 25, 6 (1992), 43–57.
- [120] KYNCH, G. J. A theory of sedimentation. *Trans. of the Faraday Society* 48 (1952), 166–176.
- [121] LACROIX, P. G., AND BLOODGOOD, D. E. Computer simulation of activated sludge plant operation. *J. WPCF* 44, 9 (1972), 1778–1788.
- [122] LAWRENCE, A. W., AND BROWN, C. G. Design and control of nitrifying activated sludge systems. *J. Wat. Poll. Control Fed.* 48, 7 (1976), 1779–1800.
- [123] LAWRENCE, A. W., AND MCCARTY, P. unified basis for biological treatment design and operation. *J. San. Eng. Div. Amer. Soc. Civ. Eng.* 96 (1970), 757.
- [124] LEDUC, R., UNNY, T. E., AND McBEAN, E. A. Stochastic model of first-order BOD kinetics. *Wat. Res.* 20, 5 (1986), 625–632.
- [125] LEE, S., AND STEIN, J. L. Robust  $H_2/H_\infty$  state estimation for systems with real parameter uncertainties. *Proc. ACC, Maryland* (1994).
- [126] LENS, P. N., AND VERSTRAETE, W. H. Aerobic and anaerobic treatment of municipal wastewater. In *Profiles on Biotechnology*, T. G. Villa and J. Abalde, Eds. Servicio de Publicacions, Universidade de Santiago, Santiago de Compostella, Spain, 1992, pp. 333–356.
- [127] LESSARD, P., AND BECK, M. B. Dynamic modelling of wastewater treatment processes, its current status. *Environ. Sci. Tech.* 25, 1 (1991), 30–39.
- [128] LEVINE, J., AND MARINO, R. Nonlinear system immersion, observers and finite dimensional filters. *Systems and Control Letters* 7 (1986), 137–142.
- [129] LUENBERGER, D. G. Observers for multivariable systems. *IEEE Trans. Aut. Control AC-11* (1966), 190–197.
- [130] LUMLEY, D. J. Settling of activated sludge. A study of limiting factors and dynamic response. Publication 6:85, Department of Sanitary Engineering, Chalmers University of Technology, 1985.
- [131] LUMLEY, D. J., BALMÉR, P., AND ADAMSON, J. Investigation of secondary settling at a large treatment plant. *Wat. Sci. Tech.* 20, 4/5 (1988), 133–142.
- [132] LYNGGAARD-JENSEN, A., RASMUSSEN, N. H. E. I., JAQCOBSENN, H. S., AND STENSTRØM, T. Description and test of new generation of nutrient sensors. *Wat. Sci. Tech.* 33, 1 (1996), 25–35.
- [133] MAEDA, K., MAEDA, M., OSADA, S., KUWATA, T., AND NAKAHORI, I. Feasibility of a new biomass control for full-scale waste water. In *8<sup>th</sup> IFAC World Congress, Kyoto* (1981), pp. 134–139.
- [134] MAMAI, D., JENKINS, D., AND PITT, P. A rapid physical chemical method for the determination of readily biodegradable soluble COD in municipal wastewater. *Wat. Res.* 27 (1993), 195–197.
- [135] MARAIS, G. v. R., AND EKAMA, G. A. The activated sludge process part 1 - steady state behaviour. *Water S A* 2, 4 (1976), 163.
- [136] MARINO, R., AND TOMEI, P. *Nonlinear Control Design*. Prentice Hall, 1995.
- [137] MARSILI-LIBELI, S. Reduced order modelling of the activated sludge process. *Ecological Modelling* 9 (1980), 15–32.
- [138] MARSILI-LIBELLI, S. Optimal control of the activated sludge process. *Trans. Inst. Meas. Control* 6 (1984), 146–152.

- [139] MCKINNEY, R. E. Mathematics of complete-mixing activated sludge. *J. Sanit. Eng. Div. ASCE* 88 (1962), 87–95.
- [140] MCKINNEY, R. E., ET AL. Design and operation of complete mixing activated sludge waste treatment plant. *Sewage and Industrial Wastes* 30 (1958), 287–295.
- [141] METCALF, AND EDDY. *Waste Water Engineering*. McGraw-Hill, New York, 1979.
- [142] MICHEL, A. N., AND MILLER, R. K. *Qualitative Analysis of Large-scale Dynamical Systems*. Academic Press, New York, 1977.
- [143] MOLETTA, R., VERRIER, D., AND ALBAGNAC, G. Dynamic modelling of anaerobic digestion. *Wat. Res.* 20, 4 (1986), 427–434.
- [144] MONOD, J. *Recherches sur la Croissance des Cultures Bactériennes*. Herman, Paris, 1942.
- [145] MOREAU, Y. *Dynamical neural networks and composition networks for system modeling*. PhD thesis, Katholieke Universiteit Leuven, 1998.
- [146] MOSER, A. *Bioprocess Technology. Kinetics and Reactors*. Springer Verlag, 1988.
- [147] MOSEY, F. E. Mathematical modelling of anaerobic digestion process: regulatory mechanisms for the formation of short-chain volatile acids from glucose. *Wat. Sci. Tech.* 15 (1983), 209–232.
- [148] MOUYON, P., AND DIDIERJEAN, L. Observation des systèmes non linéaires. Tech. Rep. 1/7928.00, CERT-ONERA, 1995.
- [149] NAITO, M., TAKAMATSU, T., AND FAN, L. T. Optimization of the activated sludge process - optimum volume ration of aeration and sedimentation vessels. *Wat. Res.* 3 (1969), 433–443.
- [150] OLSSON, G. Activated sludge dynamics - I. biological models. Tech. Rep. 7511(C), Lund Institut of Technology, Division of Automatic Control, Lund, Sweden, 1975.
- [151] OLSSON, G. State of the art in sewage treatment plant control. *AIChE Symp. Ser.* 72, 159 (1977), 52–76.
- [152] OLSSON, G., ANDERSSON, B., HELLSTRÖM, B. G., HOLÖM, H., REINIUS, L. G., AND MSTR., P. V. Measurements, data analysis and control methods in wastewater treatment plants - State of the art and future trends. *Wat. Sci. Tech.* 21 (1989), 1333–1345.
- [153] OLSSON, G., AND CHAPMAN, D. Modelling the dynamics of clarifier behaviour in activated sludge systems. In *Instrumentation and Control of Water and Wastewater Treatment and Transport Systems (Advances in Water Pollution Control Book Series)*, R. Drake, Ed. Pergamon Press, Oxford, 1985, pp. 405–412.
- [154] ORHON, D., ARTAN, N., AND CIMSIT, Y. The concept of soluble residual product formation in the modelling of activated sludge. *Wat. Sci. Tech.* 21, 4/5 (1989), 339–350.
- [155] OSSENBRUGGEN, P. J., CONSTANTINE, K., COLLINS, M. R., AND BISHOP, P. L. Towards optimum control of the activated sludge process with reliability analysis. *Civ. Eng. Sys.* 4 (1987), 77–86.
- [156] OTTERPOHL, R., AND FREUND, M. Dynamic models for clarifiers of activated sludge plants with dry and wet weather flows. *Wat. Sci. Tech.* 26, 5/6 (1992), 1391–1400.
- [157] PARISINI, T., AND ZOPPOLI, R. Neural networks for nonlinear state estimation. *International Journal of Robust and nonlinear Control* 4 (1994), 231–248.
- [158] PERRIER, M., AND DOCHAIN, D. Evaluation of control strategies for anaerobic digestion processes. *Int. J. Adapt. Contr. Sign. Proc.* 7 (1993), 309–321.
- [159] PFLANZ, P. Performance of (activated sludge) secondary sedimentation bassins. In *IAWPR, Advances in Water Pollution Research, Proc. of 4<sup>th</sup> Intl. Conf.* (1969), S. H. Jenkins, Ed., Pergamon Press, Oxford, pp. 569–593.

- [160] PSICHOGIOS, D. C., AND UNGAR, L. H. A hybrid neural network-first principles approach to process modelling. *AIChE Journal* 38, 10 (1992), 1499–1511.
- [161] RANTA, J., ET AL. Modelling and simulation of bacterial population age distribution in activated sludge plant. In *System Analysis Applications to Complex Programs*. K. Cichoki and A. Starszak, 1977, pp. 93–101.
- [162] RAPAPORT, A., AND GOUZÉ, J. L. Practical observers for uncertain affine output injection systems. *European Control Conference ECC99, Karlsruhe, Germany* (1999).
- [163] RAPAPORT, A., AND HARMAND, J. Robust regulation of bioreactor in a highly uncertain environment. *Waste Decision 98, International Workshop on Decision and Control in Waste Bio-Processing, Narbonne, France* (1998), 8 p. (CD-ROM).
- [164] RICHARDSON, J. F., AND ZAKI, W. N. Sedimentation of fluidisation: part I. *Trans. Inst. Che. Eng.* 32 (1954), 35–53.
- [165] RIPLEY, L. E., BOYLE, J. C., AND CONVERSE, J. C. Improved alkalimetric monitoring for anaerobic digestion of high-strength wastes. *JWPCF* 58 (1986), 406–411.
- [166] ROZZI, A. Anaerobic process control by bicarbonate monitoring. *Environmental Technology Letters* 6 (1985), 594–601.
- [167] ROZZI, A., MERLINI, S., AND PASSINO, R. Development of a four population of anaerobic degradation of carbohydrates. *Env. Tech. Letters* 6 (1985), 610–619.
- [168] SCHWEPPE, F. C. Recursive state estimation: unknown but bounded errors and system inputs. *Trans. Autom. Cont. AC-13*, 1 (1968), 22–28.
- [169] SCOTT, K. J. Mathematical models of mechanisms of thickening. *I. & E.C. Fundamentals* 5 (1966), 109–113.
- [170] SCOTT, K. J. Theory of thickening factors affecting settling rate of solids in flocculated pulps. *Trans. Inst. Min. Met.* 77 (1968), 85–97.
- [171] SHAKED, U., AND THEODOR, Y.  $H_\infty$ -Optimal estimation: a tutorial. *Proc. CDC, Arizona* (1992).
- [172] SHANNON, P. T., STROUPE, E., AND TORY, E. M. Batch and continuous thickening, basic theory, solids flux for spheresrigid. *I & E.C. fundamentals* 2 (1963), 203–211.
- [173] SILJAK, D. *Large-scale Dynamic Systems: Stability and Structure*. North-Holland, 1978.
- [174] SINÉCHAL, X., INSTALLÉ, M., AND J.NYNS, E. Differentiation between acetate and higher volatile fatty acids in modelling of the anaerobic biomethanization process. *Biotechnology Letters* 1 (1979), 309–314.
- [175] SMITH, H. L. *Monotone Dynamical Dystems: an Introduction to the Theory of Competitive and Cooperative Systems*. American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 1995.
- [176] SMITH, H. L., AND WALTMAN, P. *The Theory of Chemostat*. Cambridge University Press, New York, 1995.
- [177] SMITH, R. Preliminary design of wastewater treatment systems. *Proc. ASCE, J. San. Engr. Div.* 95 (1969), 117–145.
- [178] SOLLFRANK, U., AND GUJER, W. Characterization of domestic wastewater for mathematical modellig of activated sludge process. *Wat. Sci. Tech.* 23, 4/6 (1991), 1047–1056.
- [179] SONTAG, E. D. A concept of local observability. *Systems Control Lett.* 5 (1984), 41–47.
- [180] SONTAG, E. D. *Mathematical Control Theory*. Springer-Verlag, New York, 1990.
- [181] STEINOUR, H. H. Rate of sedimentation nonflocculated suspensions of uniforme spheres. *I. & E.C. Fundamentals* 36 (1944), 618–624.

- [182] STEPHANOPOULOS. *Chemical Process Control. An Introduction to Theory and Practice*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1984.
- [183] STEYER, J.-P., AND GENOVESI, A. Advanced monitoring and control of the operation of wastewater treatment processes of the wood industry in order to improve the process efficiency. Tech. rep., Progress Report of AMOCO Project (ERB-FAIR-CT96-1198), 1997.
- [184] STEYER, J.-P., AND QUEINNEC, I. Biotech: a real-time application of artificial intelligence for fermentation processes. *Contr. Eng. Pract.* 1 (1993), 315–321.
- [185] TAKÀCS, I., PATRY, G. G., AND NOLASCO, D. A dynamical model of the clarification-thickening process. *Wat. Res.* 25, 10 (1991), 1263–1271.
- [186] TAKAMATSU, T., AND NAITO, M. Effects of the flow conditions on the efficiency of a sedimentation vessel. *Wat. Res.* 1 (1967), 433–450.
- [187] THANTHAPANICHKOON, W., AND HIMMELBLAU, D. M. Simulation of time dependant activated sludge wastewater treatment plant. *Wat. Res.* 15 (1981), 1185–1195.
- [188] THOMAS, D. G. Transport characteristics of suspensions. relation of hindered settling floc characteristics to rheological parameters. *AIChE J.* 9 (1963), 310–316.
- [189] TOUZEAU, S. *Modèle de contrôle en gestion des pêches*. PhD thesis, UNSA, Nice Sophia-Antipolis, 1997.
- [190] TRACY, K. D., AND KEINATH, T. M. Dynamic model for thickening of activated sludge. *AIChE Symp. Ser.* 70, 136 (1974), 291–308.
- [191] ULLRICH, A. H., AND SMITH, M. W. The biosorption process of sewage and waste treatment. *Sewage and Industrial Wastes* 23, 10 (1951), 1248.
- [192] VAERENBERGH, E. V. Numerical computation of secondary settler area using batch settling data. *Trib. Cebedeau* 33 (1980), 369–374.
- [193] VANROLLEGHEM, P. A., DAELE, M. V., AND DOCHAIN, D. Practical identifiability of a biokinetic model of activated sludge respiration. *Wat. Res.* 11 (1995), 2561–2570.
- [194] VESILIND, P. A. Discussion of 'evaluation of activated sludge thickening theories', by R.I. Dick and B.B. Ewing. *J. San. Eng. Div., ASCE* 94, SA1 (1968), 185–191.
- [195] VIDYASAGAR, M. *Nonlinear Systems Analysis*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1993.
- [196] VITASOVIC, Z. Z. *An integrated control system for the activated sludge process*. PhD thesis, Rice University, Houston, Texas, USA, 1985.
- [197] VOULAGARIS, P. Optimal  $l_\infty$  to  $l_\infty$  estimation. *Proc. ACC, San Fransisco* (1993), 940–944.
- [198] WAHLBERG, E. J., AND KEINATH, T. M. Development of settling flux curves using svi. *J. Wat. Pollut. Cont. Fed.* 60, 12 (1988), 2095–2100.
- [199] WALTER, E., Ed. *Identifiability of Parametric Models*. Pergamon Press, 1987.
- [200] WALTER, E., AND PRONZATO, L. *Identification de Modèles Paramétriques à partir de Données Expérimentales*. MASC (modélisation, analyse, simulation, commande). Masson, Paris, 1994.
- [201] WANG, S. H., DAVISON, E. J., AND DORATO, P. Observing the states of systems with unmeasurable disturbances. *IEEE Trans. Automat. Contr.* AC-20 (1975), 716–717.
- [202] WIENER, N. *Extrapolation, interpolation and smoothing of stationary time series*. The M.I.T, Press, 1949.
- [203] WILLEMS, J. L. *Stability Theory of Dynamical Systems*. Nelson, London, 1970.

- [204] WILLIAMSON, D. Observation of bilinear systems with application to biological control. *Automatica* 13 (1977), 243–254.
- [205] WU, Z. Q., AND HARRIS, C. J. A neurofuzzy network structure for modelling and state estimation of unknown nonlinear systems. *International Journal of Systems Science* 28, 4 (1997), 335–345.
- [206] YOSHIOKA, N., HOTTA, Y., TANAKA, S., NAITO, S., AND TSUGAMI, S. Continuous thickening of homogeneous flocculated slurries. *Kagaky Kogaku (Chem. Eng.)* 21, 2 (1957), 66–74.



# *ANNEXES*





# Annexe A

## Lexique

### **Aérobie**

Se dit des micro-organismes qui ne peuvent se développer que dans un milieu aéré, ainsi que des réactions biochimiques ayant lieu en présence d'oxygène. Certains de ces micro-organismes, principalement les bactéries, sont utilisés comme agents épurateurs des eaux résiduaires (oxydation).

### **Aérobiose**

Condition de vie des micro-organismes dont le métabolisme dépend de la présence d'oxygène ou la tolère.

### **Affluent**

Eaux résiduaires à l'entrée de la station d'épuration.

### **Alcalinité**

Concentration en bases.

### **Ammoniac**

Composé gazeux d'azote et d'hydrogène, très soluble dans l'eau.

### **Ammoniaque**

Solution aqueuse de l'ammoniac.

### **Ammonification**

Transformation de l'azote organique en azote ammoniacal sous l'action des bactéries.

### **Anaérobie**

Se dit des êtres vivants qui peuvent ou doivent vivre en l'absence d'oxygène libre, ainsi que des réactions chimiques se faisant à l'abri de l'air (fermentations lactique ou alcoolique, par exemple). La plupart des espèces anaérobies se développent aussi bien, voir mieux en présence d'oxygène (espèces facultatives) mais certaines sont anaérobies strictes, l'oxygène les tue. Certains de ces micro-organismes, principalement les bactéries, sont utilisés comme agents épurateurs des eaux résiduaires (digestion).

### **Anaérobiose**

Condition nécessaire à la vie des micro-organismes dont le métabolisme peut s'effectuer en absence d'oxygène (anaérobiose facultative) ou est inhibé par la présence d'oxygène (anaérobiose stricte).

**Anoxie**

Qualifie les milieux ou les processus dans lesquels ou au cours desquels l'oxygène est présent sous forme de nitrate.

**Auto-épuration**

Capacité d'un milieu à éliminer les substances indésirables du seul fait de son fonctionnement naturel. Dans les milieux aquatiques, cette capacité dépend de l'activité des plantes et des micro-organismes présents dans l'eau, dont l'action élimine la pollution. Le sol peut aussi avoir une capacité d'auto-épuration utilisée dans l'assainissement autonome (épandage).

**Azote global**

Somme des différentes formes d'azote analysées (exprimées en N), terme utilisé pour définir le niveau des rejets urbains.

**Azote de Kjeldahl**

Analyse donnant la quantité d'azote organique et d'azote ammoniacal contenue dans l'eau.

**Azote organique**

Azote lié à des composés carbonés (urée, ...).

**Bactéries**

Êtres cellulaires, à structure très simple (sans compartimentation), à noyau diffus. Elles se différencient à la fois des végétaux et des animaux et constituent, par leur multiplication rapide et leur action biochimique, un groupe d'une importance capitale pour l'équilibre du monde vivant. Certaines espèces sont utilisées comme agents épurateurs pour la biodégradation des déchets résiduels.

**Biodégradabilité**

Capacité d'une substance organique à être décomposée par des processus biochimiques. Selon la structure moléculaire de ces substances, leur biodégradabilité sera plus ou moins effective.

**Biofiltres**

Filtres garnis en matériau de granulométrie suffisamment faible pour obtenir un effet de filtration efficace. Le matériau sert simultanément de support à la biomasse fixée. L'oxygène est apporté par infiltration d'air dans le biofiltre.

**Biomasse**

Masse totale de l'ensemble des êtres vivants occupant un biotope bien défini. Dans une unité de traitement biologique, elle représente la totalité des micro-organismes mis en jeu au cours des étapes d'épuration.

**Biomasse autotrophe**

Organismes, qui utilisent le dioxyde de carbone pour la synthèse cellulaire.

**Biomasse hétérotrophe**

Organismes, qui utilisent le carbone organique pour la synthèse cellulaire.

**Boues activées**

Flocons bactériens décantables produits au cours de l'épuration biologique (floculation).

**Colloïde**

Système dans lequel des particules se trouvent suspendues dans un fluide. Celles-ci ont un diamètre inférieur à 100 microns. Les émulsions d'huile dans l'eau, les fumées et les brouillards, les peintures, les cosmétiques sont le plus souvent des colloïdes.

**DBO**

Demande Biologique en Oxygène. C'est la quantité d'oxygène nécessaire à la dégradation biologique des débris et résidus organiques contenue dans une eau polluée.

**DBO<sub>5</sub>**

Demande Biologique en Oxygène sur cinq jours. c'est la quantité d'oxygène consommée pour la dégradation biologique des débris et résidus contenus dans une eau polluée.

**DCO**

Demande Chimique en Oxygène. C'est la quantité d'oxygène nécessaire à une dégradation purement chimique de ces mêmes débris et résidus contenus dans une eau donnée, sans intervention des micro-organismes.

**Décantation**

Action de clarifier, de séparer par différence de gravité, des produits non miscibles, dont l'un au moins est liquide.

**Dénitrification**

Décomposition des nitrates sous l'action des bactéries.

**Déshydratation**

Action d'enlever l'eau mélangée ou combinée avec un corps. Ensemble des techniques destinées à extraire le maximum d'eau de certaines matières.

**Écosystème**

Système formé par un biotope et par l'ensemble des espèces qui y vivent, s'y nourrissent et s'y reproduisent. Il doit être équilibré et stable.

**Effluent**

Eaux épurées à la sortie de l'unité de traitement.

**Enzymes**

Catalyseur d'une réaction biologique. Chaque enzyme a une activité spécifique et n'agit que sur un seul type de substrat.

**Épandage**

Consiste à répandre des boues d'épuration à la surface du sol, afin de les dégrader par l'action des micro-organismes du sol, de la flore présente à la surface du sol et du soleil. L'épandage permet un apport de matières fertilisantes, appréciable pour l'agriculture.

**Eutrophisation**

Enrichissement artificiel ou naturel d'une eau en matières nutritives. Les nitrates et les phosphates solubles, issus de l'action des bactéries sur les déchets, diffusent jusqu'à la surface et favorisent la prolifération des algues et autres plantes vertes, causant l'asphyxie des milieux aquatiques.

**Floculation**

Mécanisme conduisant à la formation de floccs décantables.

**Hydrolyse**

Fractionnement de grosses molécules en plus petites molécules.

**Lagunage**

Épuration naturelle ou artificielle des eaux résiduaires séjournant à l'air libre dans de grands bassins, où les phénomènes d'auto-épuration entrent en jeu.

**Lessivage**

Écoulement de l'eau sur le sol, par gravité, entraînant avec lui des substances solubles et polluantes. Ce phénomène est accentué lors de fortes précipitations.

**Lits bactériens**

Procédé qui consiste à faire ruisseler l'eau à traiter, préalablement décantée, sur une masse de matériau de grande surface servant de support aux micro-organismes épurateurs qui y forment un feutrage percolateur.

**Métabolisme**

Ensemble des processus complexes et incessants de transformation de matière et d'énergie par la cellule ou l'organisme, au cours de phénomènes d'édification ou de dégradation organiques. L'être vivant puise alors dans les aliments ou les substances de réserves, le matériel et l'énergie nécessaires au maintien de son équilibre.

**Nitrification**

Transformation de l'azote ammoniacal en nitrates sous l'action des bactéries.

**Oxydant**

Se dit d'un corps susceptible de fournir de l'oxygène et plus généralement de fixer des électrons.

**Oxydation**

Réaction chimique, souvent provoquée par l'oxygène, par laquelle on retire des électrons à un atome ou à une molécule. Qu'elles soient attribuées à une fixation directe de l'oxygène ou à une déshydratation, les oxydations cellulaires aboutissent finalement à la production d'énergie.

**Percolation**

Mouvement de l'eau à travers un terrain poreux saturé, sous l'effet de la pesanteur.

**Putride**

Qui est en état de décomposition des matières organiques azotées sous l'action de micro-organismes.

**Redox**

Ensemble formé par un atome neutre et par le même atome ionisé ou par deux ions contenant le même atome, dont l'un est réducteur et l'autre oxydant.

**Résiduaire**

Qui constitue un résidu, matière qui subsiste après une opération physique ou chimique, une transformation industrielle, une fabrication.

**Respiration endogène**

Respiration de la biomasse en dehors de tout apport extérieur de substrat.

**Stoechiométrie**

Étude des proportions suivant lesquelles les corps chimiques se combinent entre eux.

**Substrat**

Matière pouvant être consommée par les micro-organismes.

**Taux de dilution**

Rapport entre le débit et le volume.

**Turbidité**

Caractère plus ou moins trouble d'un liquide. Mesure indirecte du contenu en matières en suspension.

# Annexe B

## Nomenclature

### Les variables d'état

$B$	Concentration de bicarbonate dans le fermenteur	$mole.m^{-3}$
$C$	Concentration du carbone inorganique dans le fermenteur	$mole.m^{-3}$
$C_{in}$	Concentration du carbone inorganique dans l'affluent	$mole.m^{-3}$
$CO_2$	Concentration du gaz carbonique dissous dans le fermenteur	$mole.m^{-3}$
$S_1$	Concentration du substrat organique dans le fermenteur	$g DCO.m^{-3}$
$S_{1in}$	Concentration du substrat organique dans l'affluent	$g DCO.m^{-3}$
$S_2$	Concentration des acides gras volatils dans le fermenteur	$mole.m^{-3}$
$S_{2in}$	Concentration des acides gras volatils dans l'affluent	$mole.m^{-3}$
$X_1$	Concentration de la population acidogène dans le fermenteur	$g.m^{-3}$
$X_2$	Concentration de la population méthanogène dans le fermenteur	$g.m^{-3}$
$Z$	Concentration de l'alcalinité dans le fermenteur	$mole.m^{-3}$
$Z_{in}$	Concentration de l'alcalinité dans l'affluent	$mole.m^{-3}$
$S_c, S_{out}$ ,	Vecteur des concentrations solubles dans la zone de clarification	$g DCO.m^{-3}$
$S_{e1}$	Vecteur des concentrations solubles dans la zone d'épaississement	$g DCO.m^{-3}$
$S_{e2}, S_r$	Vecteur des concentrations solubles dans la zone de compression	$g DCO.m^{-3}$
$S_T$	Vecteur des concentrations solubles dans le procédé des boues activées	$g DCO.m^{-3}$
$X_{C,a}$	Vecteur des concentrations carbonées insolubles dans le bioréacteur	$g.m^{-3}$
$X_{N,a}$	Concentrations d'azote insoluble dans le bioréacteur	$g N.m^{-3}$
$X_{C,out}$	Vecteur des concentrations carbonées insolubles rejetées	$g DCO.m^{-3}$
$X_{N,out}$	Concentrations d'azote insoluble rejetée	$g N.m^{-3}$
$X_{C,r}$	Vecteur des concentrations carbonées insolubles recyclées	$g DCO.m^{-3}$
$X_T$	Vecteur des concentrations insolubles dans le procédé des boues activées	$g.m^{-3}$
$c$	Concentration de l'oxygène dissous dans le bioréacteur	$g O_2.m^{-3}$
$c_{in}$	Concentration de l'oxygène dissous dans l'affluent	$g O_2.m^{-3}$
$s$	Concentration du substrat organique dans le bioréacteur	$g DCO.m^{-3}$
$s_{in}$	Concentration du substrat organique dans l'affluent	$g DCO.m^{-3}$
$x$	Concentration de la population aérobie dans le bioréacteur	$g DCO.m^{-3}$
$x_r$	Concentration de la population aérobie dans le décanteur	$g.m^{-3}$
$x_c$	Concentration des floes dans la zone de clarification	$g.m^{-3}$
$x_{e1}$	Concentration des floes dans la zone d'épaississement	$g.m^{-3}$
$x_{e2}$	Concentration des floes dans la zone de compression	$g.m^{-3}$

## Les lettres majuscules

$A_d$	Surface du décanteur	$m^2$
$A_T$	Matrice des taux de dilution	$j^{-1}$
$B_T$	Vecteur des entrées	
$D$	Taux de dilution	$j^{-1}$
$K$	Matrice stoechiométrique	
$K_T$	Matrice des termes de rendement et de sédimentation	
$K_{La}$	Coefficient de transfert liquide-gaz	$j^{-1}$
$K_H$	Constante d'Henry	$mole.m^{-3}.atm^{-1}$
$K_a$	Constante de dissociation des acides gras volatils	$mole.m^{-3}$
$K_b$	Constante de dissociation du carbone	$mole.m^{-3}$
$P_C$	Pression partielle du gaz carbonique	atm
$P_T$	Pression totale	atm
$Q_{in}$	Débit d'entrée	$m^3.j^{-1}$
$Q_{ad}$	Débit d'alimentation du décanteur	$m^3.j^{-1}$
$Q_r$	Débit de recyclage	$m^3.j^{-1}$
$Q_p$	Débit de purge	$m^3.j^{-1}$
$Q_{out}$	Débit de sortie	$m^3.j^{-1}$
$U$	Vecteur des échanges gazeux	$g.m^{-3}.j^{-1}$
$U_d$	Flux massique des boues en suspension	$g.m^{-2}.j^{-1}$
$V_a$	Volume du bassin d'aération	$m^3$
$V_d$	Volume du bassin de décantation	$m^3$
$V_c$	Volume de la zone de clarification	$m^3$
$V_{e1}$	Volume de la zone d'épaississement	$m^3$
$V_{e2}$	Volume de la zone de compression	$m^3$
$Y_s, Y_c$	Coefficients de rendement	

## Les lettres minuscules

$c_s$	Concentration de saturation de l'oxygène dissous	$g O_2.m^{-3}$
$h_c$	Hauteur de la zone de clarification	$m$
$h_{e1}$	Hauteur de la zone d'épaississement	$m$
$h_{e2}$	Hauteur de la zone de compression	$m$
$k_1, \dots, k_6$	Coefficients de transfert	
$p_{SS}$	Vecteur des taux du poids sec des composés carbonés insolubles	$g SS.(g DCO)^{-1}$
$p_N$	Vecteur des taux d'azote des composés carbonés insolubles	$g N.(g DCO)^{-1}$
$q_C$	Flux molaire de sortie du gaz carbonique	$mole.m^{-3}.j^{-1}$
$q_M$	Flux molaire de sortie du méthane	$mole.m^{-3}.j^{-1}$
$q_{ad}$	Taux d'alimentation du décanteur	
$q_r$	Taux de recyclage	
$q_p$	Taux de purge	
$q_{out}$	Taux de sortie	
$v_c, v_{out}$	Vitesse de sédimentation dans la zone de clarification	$m.j^{-1}$
$v_{e1}, v_e$	Vitesse de sédimentation dans la zone d'épaississement	$m.j^{-1}$
$v_{e2}$	Vitesse de sédimentation dans la zone de compression	$m.j^{-1}$
$w_c$	Rapport des volumes du bioréacteur et de la zone de clarification	
$w_{e1}$	Rapport du volume du bioréacteur et de la zone d'épaississement	
$w_{e2}$	Rapport du volume du bioréacteur et de la zone de compression	

## Les lettres grecques

$\xi_{in}$	Vecteur des concentrations totales à l'entrée du bioréacteur	$g.m^{-3}$
$\xi_a$	Vecteur des concentrations totales dans le bioréacteur	$g.m^{-3}$
$\xi_{ad}$	Vecteur des concentrations totales à l'entrée du décanteur	$g.m^{-3}$
$\xi_{out}$	Vecteur des concentrations totales rejetées	$g.m^{-3}$
$\xi_r$	Vecteur des concentrations totales recyclées	$g.m^{-3}$
$\zeta$	Vecteur des concentrations totales dans le PBA	$g.m^{-3}$
$\alpha_{ad}$	Vecteur des fractions insolubles à l'entrée du décanteur	
$\alpha_c$	Vecteur des fractions insolubles dans la zone de clarification	
$\alpha_{e1}$	Vecteur des fractions insolubles dans la zone d'épaississement	
$\alpha_{e2}$	Vecteur des fractions insolubles dans la zone de compression	
$\mu_1(S_1)$	Taux de croissance des acidogènes dans le fermenteur	$j^{-1}$
$\mu_2(S_2)$	Taux de croissance des méthanogènes dans le fermenteur	$j^{-1}$
$\mu_1(s),$ $\mu_2(s,c)$	Taux de croissance de la population aérobie dans le bioréacteur	$j^{-1}$
$\phi_a$	Vecteur des taux de réaction	$g.m^{-3}.j^{-1}$
$\phi_d$	Vecteur des vitesses de sédimentation	$m.j^{-1}$
$\phi_T$	Vecteur des taux de réaction et des vitesses de sédimentation	

## Les indices

$a$	Aérateur
$ad$	Recirculation de l'aérateur vers le décanteur
$d$	Décanteur
$c$	Zone de clarification
$e1$	Zone d'épaississement
$e2$	Zone de compression
$in$	Affluent
$out$	Effluent
$r$	Recyclage

## Les abréviations

AGV	Acides Gras Volatils
DBO	Demande Biochimique en Oxygène
DCO	Demande Chimique en Oxygène
DCO	Demande Totale en Oxygène
DThO	Demande Théorique en Oxygène
COT	Carbone Organique Total
MST	Matières Solides Totales
MES	Matières En Suspension
MVS	Matières Volatiles en Suspension
MMS	Matière Minérale en Suspension
MDT	Matières Dissoutes Totales
MS	Matières Sédimentables
MNS	Matières Non Sédimentables
PBA	Procédé des Boues Activées
SVI	Index du Volume de Boues





# Annexe C

## La pollution

La pollution se définit comme l'introduction dans un milieu naturel de substances provoquant sa dégradation.

### C.1 Les sources de pollution

La pollution des ressources en eau peut avoir de multiples origines. Il y a, bien sûr, toutes les formes de pollution consécutives aux activités humaines, ainsi que la pollution dite naturelle dont l'impact sur l'écosystème est moins catastrophique.

- **La pollution domestique et urbaine :** Les eaux usées domestiques regroupent les eaux "ménagères" (eaux de cuisine et de salle de bain) et les eaux "vannes" (sanitaires). Les eaux usées urbaines sont rejetées par les installations collectives (hôpitaux, écoles, commerces, ...).
- **La pollution industrielle :** Les rejets industriels sont caractérisés par leur très grande diversité, suivant l'utilisation qui est faite de l'eau au cours du processus industriel.
- **La pollution agricole :** L'agriculture constitue la première cause des pollutions diffuses. Les pollutions d'origine agricole englobent à la fois celles qui ont trait aux cultures (pesticides et engrais) et à l'élevage (lisiers et purins).
- **La pollution d'origine naturelle :** La teneur de l'eau en substances indésirables n'est pas toujours le fait de l'activité humaine. Certains phénomènes naturels peuvent également y contribuer (irruptions volcaniques, contact de l'eau avec les gisements minéraux, ruissellement des eaux de pluie, ...).

Une étude comparative des charges organiques des effluents provenant de diverses activités humaines est reprise dans [9]. Des estimations de la totalité des polluants dissous et solides contenus dans les eaux domestiques, industrielles ainsi que dans les eaux de ruissellement, sont indiquées dans [141]. Des données plus larges et plus détaillées sur les pollutions provoquées par divers secteurs économiques (commerces, industries, agro-alimentaire, ...) sont regroupées dans [14].

## C.2 Les principaux polluants

À la différence de divers phénomènes de pollution, celle des eaux se traduit par des effets particuliers liés aux spécificités écologiques propres aux milieux aquatiques. En effet, l'eau peut dissoudre, souvent avec facilité, de nombreuses substances chimiques et biologiques. Par conséquent, tout polluant peut être véhiculé fort loin de la source de contamination. La problématique des déchets présents dans l'eau peut être abordée de maintes façons, qui donnent chacune lieu à une classification différente. Ainsi, les impuretés peuvent être identifiées suivant qu'elles soient vivantes ou inertes, minérales ou organiques, solides ou dissoutes. D'autres techniques de classification sont basées sur leur dimension, leur degrés de toxicité, ... [9, 141, 14]. Parmi les principaux polluants on peut distinguer le panel suivant :

- **Les matières organiques** : constituent, de loin, la première cause de pollution des ressources en eaux. Ces matières organiques (déjections animales et humaines, graisses, ...) sont notamment issues des effluents domestiques, mais également des rejets industriels (industries agro-alimentaires, en particulier). La pollution organique peut être absorbée par le milieu récepteur tant que la limite d'auto-épuration n'est pas atteinte.
- **Les éléments minéraux** : regroupent essentiellement les produits azotés ainsi que les produits phosphorés. Ces matières proviennent principalement des activités agricoles. La pollution minérale des eaux peut provoquer le dérèglement de la croissance végétale ou des troubles physiologiques chez les animaux.
- **Les métaux lourds** : les plus fréquemment rencontrés mais qui sont aussi les plus dangereux sont le mercure, le cuivre, le cadmium, le chrome, le plomb et le zinc. Ils ont la particularité de s'accumuler dans les organismes vivants ainsi que dans la chaîne trophique. La pollution radioactive peut avoir des effets cancérigènes et mutagènes sur les peuplements aquatiques.
- **Les matières pathogènes** : sont constituées de virus ou de bactéries entraînant souvent une inhibition des mécanismes biologiques. La pollution micro-biologique se développe conjointement à la pollution organique, par une prolifération de germes d'origine humaine ou animale dont certains sont éminemment pathogènes.
- **Les substances toxiques** : sont des composés chimiques de synthèse, issus des activités industrielles et agricoles. Les conséquences souvent dramatiques de la pollution chimique sur les écosystèmes, varient suivant la concentration des composés chimiques dans les rejets, à certaines périodes de l'année (herbicides).
- **Les hydrocarbures** : provenant des industries pétrolières et des transports, ces composés chimiques sont des substances peu solubles dans l'eau et difficilement biodégradables. Leur densité inférieure à l'eau les fait surnager et leur vitesse de propagation dans le sol est 5 à 7 fois supérieure à celle de l'eau. Ils constituent un redoutable danger pour les nappes phréatiques.

Les eaux résiduaires sont entre autre, caractérisées par diverses propriétés dont les principales sont résumées dans le tableau (C.1) présenté à titre d'indicatif. Ce sujet est par ailleurs, détaillé dans l'ouvrage [141], comportant plus de précisions quant aux causes, effets et mesures des éléments mentionnés dans ce tableau.

Propriétés physiques	Constituants chimiques			Constituants biologiques
	Organiques	Inorganiques	Gaz	
couleur odeur solides température	pesticides phénols protéines graisses hydrocarbures	pH alcalinité nutriments toxiques chlorures	méthane oxygène hydrogène	micro-organismes plantes virus

TAB. C.1 *Caractéristiques physiques, chimiques et biologiques des eaux usées.*

### C.3 Les conséquences de la pollution

La pollution peut avoir des effets néfastes à tous les niveaux (sanitaire, écologique et économique). Les effets des rejets organiques sur la qualité des récepteurs aquatiques sont développés dans [99].

- **Les conséquences sanitaires :** Les effets de la pollution sur la santé humaine sont, bien évidemment, ceux devant être considérés en priorité. Les maladies d'origine hydrique tuent encore aujourd'hui des millions de personnes par an dans les pays pauvres. Les pathologies sont souvent différentes selon le mode de contamination : par simple contact avec le milieu aquatique (parasitoses), par absorption de l'eau polluée (épidémies micro-biologiques) ou par mode de contamination intermédiaire (ingestion de poissons contaminés). La gravité des conséquences sanitaires dépend tant du type que de la concentration des polluants (métaux lourds, toxines, germes pathogènes, ...).
- **La diminution de la teneur en oxygène dissous :** L'oxygène dissous dans les milieux aquatiques est à la base de la vie de ses peuplements. Une des plus dramatiques conséquences de la pollution est l'appauvrissement en oxygène dissous qui peut être provoqué de différentes manières :
  - Les matières organiques essentielles à la vie aquatique en tant que nourriture, peuvent devenir un élément perturbateur lorsque les charges organiques déversées dépassent les capacités d'auto-épuration. En effet, la dégradation des substances organiques par les micro-organismes est un processus d'oxydation qui provoque une consommation accrue en oxygène dissous dans les milieux récepteurs, asphyxiant ainsi les organismes aquatiques. Dans de telles conditions, il arrive fréquemment que le taux en oxygène dissous devienne nul, ce qui provoque le développement d'autres micro-organismes capables de vivre en anaérobiose (absence d'oxygène) avec pour conséquence la formation de gaz putrides malodorants.
  - Les hydrocarbures ont une densité inférieure à l'eau et forment un film en surface qui perturbe les échanges gazeux avec l'atmosphère.
  - La concentration des boues issues des lessivages des sols a considérablement augmenté suite aux activités de l'homme rendant le sol imperméable. Celles-ci colmatent les fonds des ruisseaux et des rivières et diminuent ainsi les échanges possibles entre l'eau et la terre.

- **La prolifération d'algues :** Bien que les algues dans les milieux aquatiques soient bénéfiques pour la production d'oxygène dissous, la présence d'éléments minéraux nutritifs peut provoquer un envahissement anormal par les végétaux entraînant ainsi un processus d'eutrophisation. La production d'oxygène par photosynthèse n'étant plus suffisante pour combler le déficit dû à la respiration des organismes qui prolifèrent. L'asphyxie du milieu provoque la mort des animaux aquatiques.
- **La modification physique du milieu récepteur :** Le milieu peut être modifié par des apports aux effets divers :
  - augmentation de la turbidité (lavage des matériaux des sablières)
  - modification de la salinité (mines de sel)
  - augmentation de la température (eaux de refroidissement des centrales thermiques).
- **Les conséquences économiques :** Les effets néfastes de la pollution des ressources en eau sont multiples, d'un point de vue socio-économique. On peut citer, en particulier :
  - pour la production d'eau potable, réduction du nombre de ressources utilisables, augmentation du coût des traitements de potabilisation ou celui du transport de l'eau (point d'exploitation éloigné).
  - altération de l'exploitation des milieux aquatiques (pisciculture, loisirs, ...).
  - l'industrie est un gros consommateur d'eau et ses exigences en terme de qualité de l'eau sont parfois très élevées. C'est pourquoi la dégradation des ressources peut finir par constituer un frein au développement industriel.
  - l'agriculture a largement recours aux eaux brutes, non traitées, pour l'irrigation des sols. Une eau de mauvaise qualité ne sera donc pas sans conséquences sur la production agricole.
- **Les conséquences à court et à long terme :** Les éléments perturbateurs décrits dans la section précédente parviennent au milieu naturel de deux façons différentes :
  - par des rejets diffus (lessivage des sols agricoles, des aires d'infiltration dans les élevages, décharges, ...) affectant les eaux souterraines qui s'écoulent très lentement.
  - par des rejets bien localisés (urbains et industriels) à l'extrémité d'un réseau d'égout et qui perturbent les eaux superficielles (rivières, lacs, ...) dont le taux de renouvellement est relativement plus rapide.

Un déversement dans les eaux de surface produira une pollution limitée dans le temps alors que la contamination du sous-sol peut faire l'objet d'une propagation lente et durable (une nappe est contaminée pour plusieurs dizaines d'années) avec une résorption difficile.

## Annexe D

# Bref historique du traitement de l'eau

La question de l'évacuation des eaux usées s'était posée dès la création des premières cités dans les anciennes civilisations.

Trois mille ans avant J.C., l'Égypte offre le premier exemple d'une gestion globale et centralisée de l'eau, avec notamment l'existence d'un Office de l'Eau assurant la maîtrise d'ouvrages hydrauliques.

Dans l'antiquité, les grecs utilisaient des caniveaux drainant les eaux de pluie hors de leurs cités afin de protéger leurs constructions des dégâts susceptibles d'être provoqués par l'accumulation des eaux pluviales.

Au VI<sup>ème</sup> siècle avant J.C., Rome élabore un modèle de gestion urbaine de l'eau. Le drainage et la réception des eaux usées sont organisés grâce au collecteur "Cloaca Maxima" qui déversait les rejets de la ville dans le Tibre [63]. Trois siècles plus tard, en l'an 312 avant J.C., c'est la construction de "Aqua Appia", premier aqueduc romain.

Jusqu'au début du XIX<sup>ème</sup> siècle, le système du "tout-à-la-rue", consistant en de simples rigoles destinées à véhiculer les déchets, s'était répandu dans toutes les villes de France. C'est en effet dans la seconde moitié du XIX<sup>ème</sup> siècle, que l'on prend conscience du péril sanitaire. En 1894, le "tout-à-l'égout" est rendu obligatoire à Paris. Les eaux usées sont alors évacuées en les rejetant dans la Seine, loin des points de puisage au nord-ouest de la capitale.

Jusqu'à une époque relativement récente, on s'est limité à rejeter les eaux usées telles quelles dans les cours d'eau et à les éloigner du centre des villes. Si les systèmes d'évacuation des eaux ont permis une forte réduction des problèmes sanitaires dans les villes, ils ont en contre partie, fortement détérioré la qualité des eaux superficielles. Le souci de lutter contre les nuisances provoquées par la putréfaction des vases formées dans les rivières, a alors suscité un réel intérêt pour de nouvelles solutions.

L'épuration des eaux usées n'apparaîtra qu'à la fin du XIX<sup>ème</sup> siècle avec la promotion d'une politique de récupération. Dès 1850, de nombreuses grandes villes sont équipées de champs d'épandage des eaux usées. La progression de ce système va toutefois décliner rapidement à partir du début du siècle, compte tenu des difficultés d'exploitation, des craintes pour la santé publique et du mécontentement des riverains.

Parallèlement à la technique d'épandage, d'autres tentatives de traitement des eaux d'égout sont mises en place. Les premiers essais sont menés dans deux voies parfois conjuguées : le traitement par l'adjonction de produits chimiques et le dispositif de séparation des particules solides. Seule la technique de décantation, connaîtra un succès ininterrompu en devenant

quelques années plus tard, une étape essentielle dans la procédure de traitement biologique.

Par la suite, le développement des filtres bactériens à percolation s'est appuyé sur l'observation et l'extrapolation des phénomènes de bio-films dans les chenaux d'irrigation des champs d'épandage ainsi que sur les progrès de la décantation. Ce procédé à cultures fixées (voir chapitre 2) est opérationnel pour la première fois en Angleterre, en 1893 [141]. Mais ces systèmes ne sont pas suffisamment intensifs pour être appliqués à des quantités toujours plus importantes d'eaux usées qui apparaissent avec le développement des réseaux de distribution d'eau dans la plupart des grandes villes.

De nouvelles études sont alors menées à partir de 1885 en Europe et de 1890 aux Etats-Unis, dans le but d'une épuration des charges polluantes de plus en plus élevées. Ces essais conduiront au développement d'un système de traitement biologique à cultures libres (voir chapitre 2). La première unité de traitement à "boues activées" en grandeur réelle voit le jour à Manchester en 1914, suite aux travaux de Arden et Lockett [7].

D'autres procédés d'épuration biologique étaient aussi opérationnels. Ainsi, la plus ancienne mention connue du lagunage utilisant un système de bassins, remonte à 1904, au Texas [56].

De nouvelles techniques physiques, physico-chimiques, thermiques ou radiatives ont été développées pour compléter les traitements biologiques. Aujourd'hui, l'amélioration de la connaissance des cinétiques détaillées des réactions chimiques et biologiques, associée au développement des techniques d'automatisation et de mesure autorise des traitements complexes et plus poussés à différents niveaux. Ce point est développé dans le chapitre II.

## Annexe E

# Historique des principaux modèles du bassin d'aération

Bien que la mise en place pratique du procédé de traitement biologique par les boues actives, date du début de ce siècle [7], son développement théorique permettant une description quantitative des processus mis en jeu, ainsi qu'une conception rationnelle de l'unité d'épuration, a connu une longue période de transition. La cause principale étant liée au manque de connaissance sur les mécanismes physiques, chimiques ou biologiques impliqués, et qui donnait souvent lieu à diverses hypothèses divergentes, retardant ainsi l'émergence d'un environnement mathématique assez précis.

Les travaux menés dans ce domaine, sont largement dominés par l'étude du bassin d'aération (bioréacteur) où ont lieu les processus biochimiques. Les premiers modèles développés décrivaient le comportement statique des processus de biodégradation. Initialement, les modèles prédominants se contentaient de représenter les dynamiques de deux variables globales, représentant l'évolution des concentrations respectives du substrat polluant et de la biomasse épuratrice, sous les conditions d'équilibre [139].

Par ailleurs, les cinétiques biologiques de la croissance bactérienne ou de la dégradation organique étaient modélisées par des taux de réaction du premier ordre [54]. D'autres modifications ont été proposées pour l'expression des fonctions cinétiques décrivant les relations biomasse-substrat dans le bassin d'aération, et qui sont largement abordées dans [104]. D'un point de vue général, les efforts consacrés à la modélisation des dynamiques de croissance en biotechnologie, ont conduit à la publication d'un grand nombre de fonctions empiriques, tenant compte des divers facteurs pouvant influencer les mécanismes biologiques. Une longue liste de ces modèles de taux de croissance est reprise dans le livre de Bastin et Dochain [11]. Parmi toutes ces fonctions citées, il faut particulièrement souligner l'expression de type Monod [144] (compatible avec le modèle de réaction enzymatique de Michaelis-Menten), développée en 1942 et encore reconnue aujourd'hui comme le modèle de base pour décrire la croissance des populations microbiologiques.

En 1956, Herbert [94] incorpora explicitement dans son modèle statique, le décanteur secondaire, à partir duquel est effectué le recyclage des boues. La cinétique de croissance des micro-organismes était décrite par une fonction de Monod. Lawrence et McCarty [123] améliorèrent le modèle, en tenant compte des purges de boues et des pertes de biomasse par respiration endogène et autres processus de mortalité.

À la fin des années soixante, on commençait à prendre conscience que le caractère variable de certains aspects opérationnels du procédé de traitement, avait une influence considérable sur le comportement de l'effluent à la sortie de l'unité d'épuration. Smith [177] peut être considéré comme l'un des pionniers de la modélisation dynamique relativement complète du procédé des boues activées. Son modèle élaboré en 1969, présentait une structuration plus générale que le couple biomasse-substrat.

Vers 1970, Andrews dirigea un grand programme de recherche sur la modélisation dynamique à différents niveaux des procédés de traitement biologique. Des modèles assez sophistiqués étaient ainsi mis au point dans des travaux de thèse, résumés dans un article d'Andrews [6]. Parmi ces approches de modélisation, on peut s'attarder en particulier sur l'étude de Busby et Andrews [30] qui développèrent un modèle général incluant trois compartiments : le décanteur primaire, le bioréacteur et le décanteur secondaire. Leur modèle du séparateur solide/liquide sera détaillé dans l'annexe (F). Pour décrire les dynamiques dans le bassin d'aération, la biomasse était structurée en trois fractions : la biomasse stockée, la biomasse viable et la biomasse inerte. Selon ce modèle, le substrat piégé dans les flocons biologiques était rapidement éliminé de la liqueur mixte (mélange d'eau et des flocs). Il était initialement maintenu dans le compartiment de la masse stockée des boues avant son métabolisme par la masse active. Une partie de cette masse viable soumise aux divers processus de mortalité est transformée à l'état inerte.

Le modèle de Curds [38] présentait une structuration plus complexe de la biomasse active où les micro-organismes étaient classés en différents groupes. Deux formes de bactéries étaient introduites pour décrire la dynamique des populations : les bactéries des boues, globalement équivalentes à la biomasse structurée du modèle de Busby et Andrews [30] ainsi que les bactéries des eaux résiduaires, introduites pour simuler les problèmes de sédimentation des boues dans le décanteur. Le modèle distinguait aussi différentes espèces de protozoaires : les nageurs, les rampants et les sessiles qui se fixent sur les flocs grâce à leur pédoncule. Les taux de croissance des différents groupes sont modélisés par des relations proie-prédateur.

La multiplication des recherches dans ce domaine a donné lieu à des structures très variées de modèles [34] : modèle écologique [38], modèle structuré en âge [161], relation proie-prédateur [137], fonction de transfert [19], relation de régression entrée-sortie [121], . . .

Mais les travaux déterminants qui serviront de base à l'élaboration du modèle de référence IAWPRC [92] étaient mis en place par une équipe de recherche de l'Université de Cape Town en Afrique du Sud. En 1976, s'inspirant des travaux de Lawrence et McCarty [123], Marais et Ekama [135] développèrent leur modèle en incorporant les concepts proposés par McKinney depuis 1962 [139] concernant la génération de produits résiduels dus à la respiration endogène et à l'accumulation des matières volatiles inertes en suspension présentes dans l'affluent. Pour définir la matière organique, ils délaissèrent la notion de DBO (voir section II.5.2) au dépend de la DCO (forme équivalente de la capacité à donner des électrons au cours des réactions d'oxydation). L'introduction d'un facteur de conversion entre les mesures de biomasse exprimées en poids sec de matière et les mesures de substrat en DCO, a permis de lier les activités biologiques à la consommation d'oxygène.

Trois années plus tard, des études expérimentales appliquées à un procédé de boues activées soumis à des charges cycliques des eaux usées municipales sont élaborées par Ekama



et Marais [58]. Ils constatèrent pour des âges de boues faibles (2 ou 3 jours), l'inexistence d'une corrélation entre le taux de consommation d'oxygène observé et celui prédit par leur modèle. Une première conclusion est alors établie : cette différence est due aux caractéristiques de biodégradation du substrat, la notion de bi-substrat est alors introduite. Les matières organiques sont divisées en deux fractions : les substances solubles facilement biodégradables et aisément assimilables par les micro-organismes et les substances corpusculaires lentement biodégradables de structure organique plus complexe soumises à un processus de conversion avant leur diffusion à travers la membrane cellulaire. Ekama et Marais incorporèrent alors dans leur modèle un terme d'adsorption décrivant le stockage de la matière biodégradable sur les micro-organismes [58].

En 1980 Dold se joint à eux pour effectuer d'autres tests expérimentaux sur un substrat pur (glucose) permettant d'apporter de nouvelles modifications à leur modèle [50]. La respiration endogène est remplacée par un nouveau concept mortalité-régénération. La perte de biomasse subit trois sorts : une partie disparaît par mortalité, une partie génère des résidus endogènes non biodégradables, et une autre partie est convertie en matière biodégradable qui peut subir les mêmes phases d'adsorption de stockage et de synthèse. Cette approche ne tient pas compte de l'énergie de maintenance (respiration endogène) et implique que l'oxygène est utilisé pour la synthèse cellulaire à partir des substances lysées.

S'inspirant des travaux cités ci-dessus [50], un groupe d'experts internationaux au sein de l'IAWPRC a élaboré un modèle général considéré comme l'état de l'art dans la modélisation des boues activées [92]. Les processus de dégradation organique, de nitrification, dénitrification et de mortalité étaient pris en compte, le modèle distingue au total 8 processus affectant 13 composants. Ce modèle étant largement abordé dans la littérature [34, 103, 105], les détails techniques de sa structure seront évités dans cette partie.

En 1995, l'équipe IAWQ (qui a remplacé le sigle IAWPRC) établit un nouveau modèle appelé modèle IAWQ N° 2 [93] basé sur des modifications de la structuration des variables du modèle N° 1 [92]. De structure plus complexe, ce modèle N° 2 tenait compte de l'abattement biologique du phosphore.

Ces travaux ont ouvert la voie pour de nouvelles recherches aboutissant à des modèles trop complexes en vue de la simulation du plus grand nombre possible des processus biologiques [12, 34, 103]. Le problème qui en découle concerne les capacités d'exploitation de l'information fournie par ces modèles sophistiqués.



## Annexe F

# Historique des principaux modèles du bassin de sédimentation

Bien que cette partie du procédé des boues activées n'ait pas suscité autant d'intérêt que le bassin d'aération, de nombreuses tentatives ont été effectuées depuis le début de ce siècle dans le but de décrire les dynamiques de sédimentation. En effet, les premiers essais dans le traitement des eaux polluées ont été menés dans le but de mettre au point des dispositifs de séparation des particules solides. Le développement de la théorie de la sédimentation a suivi deux voies : les approches de la sédimentation continue et la méthode du flux des particules solides. D'autres méthodes de modélisation plus complexes traitant des problématiques bien spécifiques, ont été mises au point. Une excellente revue bibliographique bien détaillée sur l'évolution des modèles de décanteurs, est mentionnée dans le rapport de recherche [130].

### F.1 Les approches de la sédimentation continue

Les premiers travaux dans ce domaine datent de 1904, où Hazen [88] modélisa le taux d'élimination des particules en fonction du rapport de la vitesse de sédimentation (supposée identique pour toutes les particules en suspension) sur le taux de la charge hydraulique (rapport du débit d'entrée sur la section du bassin). Il étudia aussi bien les conditions de repos que celles de turbulence. En 1936, Camp [31] apporta une modification, en introduisant une distribution de la vitesse de sédimentation des particules. Des extensions de cette approche furent développées par la suite pour donner lieu à des équations plus complexes [45].

Cependant, bien que plus sophistiqués, ces modèles étaient limités par le fait que seul le mécanisme d'élimination des solides du milieu liquide était mis en évidence, sans tenir compte du processus d'épaississement (élimination du liquide de la phase solide) dans la partie inférieure du décanteur où les concentrations des boues sont très élevées.

### F.2 Les approches du flux des particules solides

Le principe général de l'approche du flux des solides, considère que les boues dans le décanteur secondaire, sont soumises à deux forces transportant les substances solides vers le fond du bassin. La première provoque le mouvement global des boues qui déplace les matières solides à une vitesse proportionnelle au débit de sortie (recyclage et purge). L'autre force est due à la gravité où la vitesse de sédimentation dépend de la concentration des matières solides. Il

existe alors un flux total limitant lié aux conditions d'opération et la capacité de traitement des particules en suspension dans le décanteur. Une relation graphique permet alors de déduire la concentration des boues à partir du flux limite des particules solides.

En général le décanteur secondaire est conçu pour remplir trois fonctions : la clarification de l'effluent où les particules en suspension sont séparées du liquide avant son rejet, l'épaississement des boues où le liquide est éliminé du mélange solide et enfin la compression des boues qui sont stockées dans la partie inférieure du bassin de sédimentation. Les travaux de modélisation bifurquent donc sur l'étude de deux classes de modèles : le clarificateur et l'épaississeur qui doit remplir les deux dernières des trois fonctions citées auparavant. On peut considérer le niveau de la couche des boues dans le décanteur, comme un lien entre les compartiments clarificateur et épaississeur.

### F.2.1 Le clarificateur

La première classe englobe donc les modèles de clarification liés à l'influence des particules en suspension dans le décanteur sur la qualité de l'effluent. Ce mécanisme peut être vu comme un processus purement physique influencé fondamentalement par deux facteurs principaux, d'une part, les propriétés hydrauliques des fluides, d'autre part, les caractéristiques de sédimentation et de ressuspension des flocons de boue.

Les conditions hydrauliques sont liées à la configuration du bassin de sédimentation, aux turbulences des flux liquides ainsi qu'aux variations des conditions limites au niveau de l'interface avec la zone d'épaississement. En supposant des conditions limites connues ou en maintenant le niveau de la couche de boue fixe, de nombreuses études ont permis de caractériser l'influence des conditions hydrauliques sur les performances de sédimentation [130]. Takamatsu et Naito [186] par exemple, s'intéressèrent en particulier aux effets des turbulences induites par les débits d'entrée et de sortie du décanteur en introduisant un modèle basé sur la théorie de la fonction de transfert inspirée de l'approche de l'automatique. D'autres modèles physiques basés sur les propriétés hydrauliques de la zone de clarification ont été développés par la suite [149].

Étant influencée par la variabilité des vitesses individuelles de sédimentation de chaque flocc, la décantation des boues dans la zone de clarification est beaucoup plus complexe à modéliser et peut être représentée de différentes façons. Une de ces approches considère que la vitesse de sédimentation suit la loi Stokes puisque les particules en suspension sont faibles dans cette partie du décanteur. Hamlin et Wahab [82] apportèrent un soutien empirique en montrant que l'efficacité de la sédimentation dépend de la différence de densité entre l'affluent et le contenu du décanteur, ce qui est cohérent avec la loi de Stokes.

Le phénomène de ressuspension des boues est beaucoup plus complexe à quantifier car il dépend de plusieurs paramètres dont les propriétés physiques des bioflocs, l'intensité des turbulences provoquées par les débits liquides et le processus du gonflement des boues [12], [34]. Des études ont montré l'influence de la couche des boues sur les performances de la clarification [130]. D'autres travaux cependant, ont contesté cette possibilité [96].

En l'absence d'informations et de techniques nécessaires pour caractériser tous ces processus, de nombreux modèles empiriques sont encore utilisés parmi lesquels celui développé

en 1969 par Pflanz [159]. Bien que de tels modèles empiriques soient capables de prédire les changements grossiers dans le comportement du clarificateur, ils ne sont pas adéquats pour une description précise des performances de la clarification à de faibles concentrations non-dissoutes au niveau de l'effluent [196].

Se basant sur l'analyse des données d'un effluent régulé par un dispositif pilote, Olsson et Chapman [153], établirent des modèles dynamiques entrée-sortie d'ordre minimal (un et deux). L'identification réursive en ligne des paramètres, a mis en évidence le caractère temps-variant des propriétés de sédimentation, en indiquant une différence considérable dans le comportement transitoire dans les cas d'une augmentation ou d'une diminution du débit. L'inconvénient majeur de ce type de modèles réursifs, est leur contribution limitée à l'explication ou la compréhension des mécanismes mis en jeu. Néanmoins, cette structure est bien adaptée pour étudier les corrélations entre les divers variables d'état. En outre, bien que les paramètres de tels modèles n'ont pas une interprétation physique, ils peuvent toutefois être utiles pour la régulation en temps réel ou la détection de pannes [127].

### F.2.2 L'épaississeur

La seconde classe comprend les modèles de décantation liés à la sédimentation, l'épaississement et le stockage des boues. Comme pour le processus de clarification, les propriétés des bioflocs ainsi que les caractéristiques hydrauliques sont les principaux facteurs déterminant le comportement des boues dans cette zone.

Un des concepts utilisés dans la modélisation de la décantation des particules, repose sur la théorie des flux de solides (voir la section suivante). En 1952, Kynch [120] développa son analyse théorique sur la sédimentation en supposant que la vitesse de dépôt des floes ne dépendait que de la concentration locale de ces particules en suspension. La première contribution majeure sur la description de l'épaississement continue était apportée par Bryant [29], où son modèle structurait la couche de boue en 20 éléments homogènes et de volume constant. Une grande partie des modèles ultérieurs étaient inspirés de ces travaux [12, 96, 196, 34].

La théorie développée par Kynch était formulée en détail dans l'article de Tracy et Keinath [190]. D'autres recherches ont mis en doute la validité de l'hypothèse sur la vitesse de sédimentation [102]. Cependant, certains travaux ont montré que l'application du concept du flux massique à une suspension floculante telle que les boues activées était une approximation raisonnable [43]. D'autres références plus récentes traitant ce sujet ou présentant une extension de la théorie des flux solides sont résumées dans [103].

Le principe fondamental de cette théorie consiste à retrouver les valeurs limites du flux et de la concentration des solides en considérant l'état d'équilibre. Plusieurs méthodes géométriques ont été développées parmi lesquelles on peut citer [206, 110, 43]. L'analyse de ces différentes méthodes a permis à Vesilind [194] de constater qu'elles étaient sensibles à la précision des courbes des flux massiques déterminées empiriquement.

D'autres procédures de modélisation étaient développées pour assurer une représentation plus précise du comportement théorique d'une décantation [69]. Malheureusement, ces méthodes aboutissaient à des modèles relativement complexes avec des conditions limites nécessi-

tant la manipulation de nombreuses couches avec des épaisseurs variables et des concentrations diverses. Cette classe de modèles ne convient certainement pas pour l'élaboration de lois de commande, comme le constata Stehfast [182] qui développa un modèle structuré en deux modules homogènes de volume variable. Trois variables sont mises en jeu : la hauteur de la couche de boue, les concentrations des particules en suspension au-dessus et en dessous de la couche de boue.

### F.3 Les autres approches

Du simple modèle empirique [159] aux modèles sophistiqués d'aujourd'hui [34, 103], la modélisation du bassin de sédimentation a suscité l'intérêt de nombreux chercheurs abordant ces problématiques avec des approches variées et bien spécifiques.

En 1975, Busby et Andrews [30] présentèrent un modèle général des boues activées où sont couplées les dynamiques du décanteur primaire, du bassin d'aération ainsi que les dynamiques du décanteur secondaire. Alors que le substrat structuré en matières solubles biodégradables et matières solubles non-biodégradables ne subit aucune transformation au niveau de la sédimentation secondaire, la biomasse divisée en fractions stockée, active et inerte est affectée par les fonctions de clarification et d'épaississement. La fonction de clarification est décrite par des relations empiriques développées par Pflanz [159]. La concentration des boues à la sortie du décanteur est calculée par la théorie du flux des particules solides [120]. Les concentrations de biomasse dans le débit de recyclage sont alors déduites, en supposant un rapport constant entre les concentrations solides à l'entrée et à la sortie du bassin.

Au lieu d'essayer de modéliser les aspects de la sédimentation, encore incertains dans les années 70, Hämäläinen et al. [81] introduisirent des termes de retard dans leur modèle, conçu pour le contrôle des débits de recyclage et de purge. Quelques années plus tard, Holmberg [97] élaborait des applications expérimentales pour valider deux modèles avec retard selon l'hypothèse d'un volume constant ou variable. D'autres structures de modèles avec retard ont été développées dans un but d'optimisation et de contrôle [133]

En dépit de la disponibilité de nombreux modèles dynamiques depuis un peu plus de deux décennies déjà [150, 81, 187], le modèle statique développé par Beck en 1984 [12] présente une approche nouvelle en incorporant des expressions empiriques pour estimer les effets de gonflement des boues et d'augmentation de la couche de boues. La particularité de ce modèle est l'introduction d'un taux de compression des boues en fonction des effets de recyclage et de vidange ainsi que de la concentration des particules solides dans l'effluent clarifié.

En 1988, Lumley et al. [131] présentèrent les résultats expérimentaux sur une station d'épuration biologique à Göteborg. Ils s'intéressèrent en particulier aux performances du décanteur secondaire en identifiant l'influence des dynamiques de la phase de sédimentation sur la qualité de l'effluent. Parmi les principales conclusions de leurs travaux : le mode opérationnel des boues activées peut améliorer considérablement la qualité de l'effluent : un pompage lisse par exemple, évite des pertes de particules solides dans l'effluent en réduisant les turbulences, un recyclage temporaire mais avec des taux élevés semble être plus efficace contre les problèmes d'épaississement en contrôlant le volume des boues dans le décanteur, l'utilisation des polymères pour améliorer la décantation est un outil déterminant pour compenser les surcharges hydrauliques, le niveau de la couche de boues dans le bassin de sédimentation peut déterminer

les risques de lessivage des matières solides durant les grandes surcharges. Des applications expérimentales leur ont permis de valider un modèle simple estimant la masse des matières solides dans le décanteur à partir des mesures locales de la profondeur d'un point particulier de la couche de boue et de la concentration moyenne des solides à cette position. Cette estimation en-ligne peut alors être utilisée pour des stratégies de commande en temps réel [130].

Un autre concept de modélisation tient compte de la variation des vitesses de sédimentation des flocons due aux collisions des particules. Les recherches menées par Dick [44] lui permirent de conclure que les vitesses de sédimentation dépendent non seulement des concentrations des particules solides comme le suppose la théorie du flux des particules solides mais aussi de leurs caractéristiques (forme, taille, ...). Malheureusement, cette classe de modèles conceptuels peut donner lieu à des structures trop complexes limitant ainsi leurs possibilités d'exploitation.

Une extension récente des modèles de décanteurs, avait pour objectif d'inclure les processus biologiques qui accompagnent les mécanismes de sédimentation. Ainsi, en 1993, Henze et ses coauteurs [91] présentèrent un modèle abordant le phénomène des boues ascendantes, ainsi que les effets d'une dénitrification supplémentaire dans le bassin de sédimentation. En effet, un temps de séjour assez important des boues dans le décanteur, est propice à une dénitrification produisant par conséquent, du dioxyde d'azote qui peut provoquer une ressuspension des boues.

La modélisation des phénomènes hydrodynamiques semble être une approche promettante. De nombreux travaux développés dans ce contexte sont résumés dans la thèse de Jeppsson [103]. Toutefois, bien que leurs résultats semblent satisfaisants, les modèles hydrodynamiques sont encore trop complexes, ce qui restreint leur utilisation puisqu'ils nécessitent des techniques de calculs évoluées (éléments finis par exemple), des programmes de simulation adaptés et un support informatique très puissant.

Des études basées sur les lois de conservation ont abouti à des modélisations par des équations différentielles partielles, définissant les dynamiques des matières en suspension en tenant compte de leur position dans le décanteur [103].

Notons cependant que beaucoup d'autres facteurs dont les effets sont plus difficiles à caractériser peuvent aussi influencer la fonction de clarification : température, vitesse du vent, phénomènes de diffusion, ... Un grand nombre de travaux de recherches ont été consacrés à l'étude des divers facteurs liés au mécanisme de sédimentation dans le procédé des boues activées (charges hydrauliques, qualité de l'affluent, caractéristiques du bassin, aspects opérationnels, floculation, ...). Une partie importante de ces études est citée dans les thèses de Hill [96] et Chen [34], ainsi que dans le rapport de Lumley [130]. Malheureusement, aucune théorie adéquate n'est encore disponible pour une description générale de la qualité de l'effluent en fonction de tous ces facteurs. Il peut arriver par exemple, qu'un facteur négligeable devienne déterminant pour les performances du décanteur. Par ailleurs, en dépit de l'incertitude des mécanismes de séparation des phases liquide et solide, les variables idéales pour décrire ces mécanismes ne sont pas encore totalement identifiées. Un chemin reste donc à parcourir avant d'atteindre le degré de la maturité acquise déjà pour la modélisation des bioréacteurs.





## Annexe G

# Principe des systèmes dynamiques coopératifs

Soit le système dynamique suivant :

$$\dot{x} = f(x,t) ; \quad x(t_0) = x_0 \quad (\text{G.1})$$

où le champ de vecteur  $f$  est continu et différentiable sur  $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^+$ .

**Remarque :** On définit une *relation d'ordre*  $\leq$  dans  $\mathbb{R}^n$  par la notation suivante : soit  $x = [x_1, \dots, x_n]^T$  et  $y = [y_1, \dots, y_n]^T$  alors  $x \leq y$  si  $y - x \in \mathbb{R}_+^n$ . Ceci est vrai si et seulement si  $x_i \leq y_i$  pour  $i = 1, \dots, n$ .

L'objectif est de définir des conditions suffisantes pour que le *flot*  $\phi_f(t, x_0, t_0)$  (trajectoire solution du système G.1) soit *monotone* par rapport à la relation d'ordre  $\leq$ .

On dit que le champ  $f = [f_1, \dots, f_n]^T$  est de *type K* sur l'ouvert  $\mathcal{D}$  si :

$\forall t \geq t_0$  et pour chaque  $i = 1, \dots, n$  ;  $f_i(x,t) \leq f_i(y,t)$  pour tout  $x$  et  $y$  dans  $\mathcal{D}$  qui vérifient  $x \leq y$  et  $x_i = y_i$ .

Le résultat classique suivant montre que la condition type  $K$  est une condition suffisante pour préserver la relation d'ordre. C'est aussi une condition nécessaire (voir [175] pour les détails des preuves).

**Proposition 2** Soit  $f$  de type  $K$  sur  $\mathcal{D}$  et  $x_0, y_0 \in \mathcal{D}$ , si  $x_0 \leq y_0$  et  $\phi_f(t, x_0, t_0)$  et  $\phi_f(t, y_0, t_0)$  sont définis pour  $t > t_0$  alors  $\phi_f(t, x_0, t_0) \leq \phi_f(t, y_0, t_0)$ .

La condition type  $K$  est plus simple à identifier par le signe de la structure de la matrice jacobienne du champ de vecteur. Pour décrire cette structure on définit une forme particulière de la convexité.

On dit que  $\mathcal{D}$  est *p-convexe* si  $\alpha x + (1 - \alpha)y \in \mathcal{D} \forall \alpha \in [0, 1]$  et pour tout  $x$  et  $y$  dans  $\mathcal{D}$  vérifiant  $x \leq y$ .

**Remarque :** Si  $\mathcal{D}$  est un espace convexe alors il est aussi  $p$ -convexe (condition plus faible).

La condition type  $K$  peut alors être exprimée en terme de dérivées partielles de  $f$ . Si  $\mathcal{D}$  est un sous-espace  $p$ -convexe de  $\mathbb{R}^n$  alors  $f$  est de type  $K$  sur  $\mathcal{D}$  si :

$$\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(x,t) \geq 0 ; \quad i, j = 1, \dots, n \text{ avec } i \neq j ; \quad x \in \mathcal{D} ; \quad \forall t \geq t_0 \quad (\text{G.2})$$

**Définition 4 (coopérativité)** *Un système dynamique est dit coopératif si les éléments hors-diagonaux de la matrice jacobienne de son champ de vecteur sont positifs sur un domaine  $p$ -convexe.*

**Remarque :** Le système (G.1) est *compétitif* si l'inégalité (G.2) est inversée.

Cette propriété de monotonie du flot peut être étendue au cas de deux champ de vecteurs [176]. Si on considère deux systèmes non-autonomes :

$$\dot{x} = f(x,t) ; x(t_0) = x_0 \quad (\text{G.3})$$

$$\dot{y} = g(y,t) ; y(t_0) = y_0 \quad (\text{G.4})$$

où  $f, g: \mathcal{D} \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^n$  sont continues et différentiables un sous-espace  $p$ -convex  $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n$ .

**Lemme 3** *Soit le système (G.3, G.3), si*

- *$g$  est un système coopératif*
- *$\forall z \in \mathcal{D}, \forall t \geq t_0, f(z,t) \leq g(z,t)$*
- *$x_0 \leq y_0$*

*alors  $\phi_f(t, x_0, t_0) \leq \phi_g(t, y_0, t_0)$  pour tout  $t > t_0$ .*

$\phi_f(t, x_0, t_0)$  et  $\phi_g(t, y_0, t_0)$  étant respectivement les flots des systèmes G.3 et G.4.

La propriété citée ci-dessus est directement appliquée au cas linéaire par le choix particulier des structures de  $f$  et  $g$  :

- *$f(x,t) = A x$  ( $A$  est une matrice de dimension  $n \times n$ )*
- *$g(y,t) = A y + B(t)$  ( $B: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^n$ )*
- *$z = y - x$*

On définit un système linéaire en l'état non-autonome de la forme suivante :

$$\dot{z} = h(z,t) = A z + B(t) ; z(t_0) = z_0 \quad (\text{G.5})$$

**Lemme 4** *Soit le système (G.5), si  $A$  est coopérative,  $B(t)$  positif pour tout  $t > t_0$  et  $z_0 \geq 0$ , alors  $\phi_h(t, z_0, t_0) \geq 0$  pour tout  $t > t_0$*

$\phi_h(t, z_0, t_0)$  étant le flot du système linéaire G.5.

## Annexe H

# Modèle général du procédé des boues activées

Les équations dynamiques des bassins d'aération et de sédimentation, développées dans le troisième chapitre de ce manuscrit, peuvent être résumées par une structure matricielle. La totalité des éléments mis en jeu dans les réactions chimiques et biologiques comprend  $n_s$  composés solubles ( $S_a$ ),  $n_x$  composés insolubles carbonnés ( $X_c$ ), et un composé insoluble azoté ( $X_N$ ). La partition des variables des deux compartiments (bioréacteur/séparateur) est effectuée en distinguant les substances solubles totales ( $S_T$ ) et les composés solides totales ( $X_T$ ) (voir tableau III.4).

$$S_T = \begin{pmatrix} S_a \\ S_{out} \\ S_e \\ S_r \end{pmatrix} ; \quad X_T = \begin{pmatrix} X_{C,a} \\ X_{N,a} \\ X_{C,out} \\ X_{C,e} \\ X_{C,r} \end{pmatrix} \quad (\text{H.1})$$

où  $\dim(S_t) = 4n_s$  ;  $\dim(X_t) = 4n_x + 1$

$$\begin{pmatrix} \dot{S}_T \\ \dot{X}_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{S_T,a} & 0 \\ K_{X_T,a} & K_{X_T,d} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_a(S_a, X_{C,a}, X_{N,a}) \\ \phi_d(X_{C,out}, X_{C,e}) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} A_{S_T}(t)D & 0 \\ 0 & A_{X_T}(t)D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_T \\ X_T \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_{S_T}(t) \\ B_{X_T}(t) \end{pmatrix} \quad (\text{H.2})$$

avec :

$$\phi_d(X_{C,out}, X_{C,e}) = \begin{pmatrix} \frac{U_{min}}{h_c p_{SS}^T X_{C,e}} \Delta(p_{SS}) X_{C,e} \\ v_{out}(X_{C,out}) X_{C,out} \\ v_e(X_{C,e}) X_{C,e} \end{pmatrix} \quad (\text{H.3})$$

$$B_{S_T}(t) = \begin{pmatrix} DS_{in} + U_S \\ O_{3n_s \times 1} \end{pmatrix} ; \quad K_{S_T,a} = \begin{pmatrix} K_S \\ O_{3n_s \times m_T} \end{pmatrix} \quad (\text{H.4})$$

$$B_{X_T}(t) = \begin{pmatrix} DX_{C,in} + U_C \\ DS_{N,in} + U_N \\ O_{3n_x \times 1} \end{pmatrix} ; \quad K_{X_T,a} = \begin{pmatrix} K_C \\ K_N \\ O_{3n_x \times m_T} \end{pmatrix} \quad (\text{H.5})$$

$$K_{X_T,d} = \begin{pmatrix} O_{n_x \times 3n_x} \\ O_{1 \times 3n_x} \\ \frac{1}{h_c} I_{n_x} & -\frac{1}{h_c} I_{n_x} & O_{n_x \times n_x} \\ -\frac{1}{h_{e1}} I_{n_x} & \frac{w_{e1}}{w_c h_c} I_{n_x} & -\frac{1}{h_{e1}} I_{n_x} \\ O_{n_x \times n_x} & O_{n_x \times n_x} & -\frac{w_{e2}}{w_{e1} h_{e1}} I_{n_x} \end{pmatrix} \quad (\text{H.6})$$

$$A_{S_T}(t) = \begin{pmatrix} (1 + q_r) I_{n_s} & O_{n_s \times n_s} & O_{n_s \times n_s} & q_r I_{n_s} \\ O_{n_s \times n_s} & -w_c q_{out} I_{n_s} & w_c q_{out} I_{n_s} & O_{n_s \times n_s} \\ w_{e1} q_{ad} I_{n_s} & O_{n_s \times n_s} & -w_{e1} (q_{ad} - (1 - \beta_d)(q_r + q_p)) I_{n_s} & O_{n_s \times n_s} \\ O_{n_s \times n_s} & O_{n_s \times n_s} & w_{e2} (q_r + q_p) \beta_d I_{n_s} & -w_{e2} (q_r + q_p) I_{n_s} \end{pmatrix} \quad (\text{H.7})$$

$$A_{X_T}(t) = \begin{pmatrix} -(1 + q_r) I_{n_x} & 0 & O_{n_x \times n_x} & O_{n_x \times n_x} & q_r I_{n_x} \\ O_{1 \times n_x} & -(1 + q_r) & O_{1 \times n_x} & O_{1 \times n_x} & q_r P_N^T \\ f_d A_d w_c q_{ad} I_{n_x} & 0 & -w_c q_{out} I_{n_x} & O_{n_x \times n_x} & O_{n_x \times n_x} \\ (1 - f_d A_d) w_{e1} q_{ad} I_{n_x} & 0 & O_{n_x \times n_x} & -w_{e1} (q_{ad} - q_{out}) I_{n_x} & O_{n_x \times n_x} \\ O_{n_x \times n_x} & 0 & O_{n_x \times n_x} & w_{e2} (q_r + q_p) I_{n_x} & -w_{e2} (q_r + q_p) I_{n_x} \end{pmatrix} \quad (\text{H.8})$$

**Remarque :**  $I_n$  est la matrice identité d'ordre  $n$  et  $O_{n \times m}$  est la matrice zéro de dimension  $n \times m$

# Annexe I

## Problème de perturbation singulière

L'approche des perturbations singulières est souvent utilisée dans la réduction de modèles assez complexes en distinguant les dynamiques lentes et rapides du système. Cette méthode s'appuie sur le théorème suivant :

### **Théorème 2 (Perturbations singulières [112])**

Soit le problème de perturbation singulière suivant :

$$\dot{X} = f(t, X, Z, \varepsilon) \quad X(t_0) = \xi(\varepsilon) \quad (\text{I.1})$$

$$\varepsilon \dot{Z} = g(t, X, Z, \varepsilon) \quad Z(t_0) = \eta(\varepsilon) \quad (\text{I.2})$$

et soit  $Z = h(t, X)$  une solution isolée de  $0 = g(t, X, Z, 0)$ . Supposons en outre que les conditions suivantes sont satisfaites pour tout :

$$(t, X, Z - h(t, X), \varepsilon) \in [0, t_1] \times B_r \times B_\rho \times [0, \varepsilon_0]$$

$$\text{avec: } B_r = \{X \in \mathbb{R}^n \mid \|X\| \leq r\}$$

$$B_\rho = \{Z \in \mathbb{R}^m \mid \|Z\| \leq \rho\}$$

1. Les fonctions  $f$  et  $g$  et leurs premières dérivées partielles par rapport à  $(X, Z, \varepsilon)$  sont continues. La fonction  $h(t, X)$  et le jacobien  $\partial g(t, X, Z, 0)/\partial Z$  ont toutes leurs premières dérivées partielles continues. Les conditions initiales  $\xi(\varepsilon)$  et  $\eta(\varepsilon)$  sont des fonctions lisses en  $\varepsilon$ .
2. Le système réduit suivant :

$$\dot{X} = f(t, X, h(t, X), 0) \quad X(t_0) = \xi_0 \stackrel{\text{def}}{=} \xi(0) \quad (\text{I.3})$$

a une unique solution  $\bar{X}(t)$  définie et telle que  $\|\bar{X}(t)\| \leq r_1 < r$  pour tout  $t$  dans  $[t_0, t_1]$ .

3. On considère que  $(t, X)$  sont des paramètres fixés quelconques. L'origine du modèle couche-limite suivant :

$$\frac{dy}{d\tau} = g(t, X, y + h(t, X), 0) \quad (\text{I.4})$$

est exponentiellement stable, uniformément en  $(t, X)$ .

Alors il existe des constantes strictement positives  $\nu$  et  $\varepsilon_1$  telles que pour tout :

$$\|\eta(0) - h(t_0, \xi(0))\| < \nu \text{ et } 0 < \varepsilon < \varepsilon_1$$

le problème de perturbation singulière (I.1, I.2) a une unique solution  $[X(t, \varepsilon), Z(t, \varepsilon)]$  sur  $[t_0, t_1]$  et :

$$X(t, \varepsilon) - \bar{X}(t) = O(\varepsilon) \quad \text{uniformément sur } [t_0, t_1]$$

En outre pour tout  $t_2 > t_0$ , il existe  $\varepsilon_2 \leq \varepsilon_1$  tel que pour tout  $\varepsilon < \varepsilon_2$  :

$$Z(t, \varepsilon) - h(t, \bar{X}(t)) = O(\varepsilon) \quad \text{uniformément sur } [t_2, t_1] \quad \diamond$$

Ce théorème est connu sous le nom de théorème de Tikhonov et il est démontré dans l'ouvrage de Khalil [112].

Le modèle initial est celui décrit par les équations (III.66) à (III.73) en considérant  $s_{e2}(t) = x_c(t) = 0 \forall t \geq 0$ . Avec les mêmes notations que celles du théorème, on a :

$$X = \begin{pmatrix} s \\ s_{out} \\ x \\ x_r \end{pmatrix} ; \quad Z = \begin{pmatrix} s_e \\ x_e \end{pmatrix} ; \quad \varepsilon = \frac{1}{w_{e1}} \quad (\text{I.5})$$

$$f(t, X, Z, \varepsilon) = \begin{pmatrix} -\frac{\mu(s)}{Y_s}x - (1 + q_r)Ds + Ds_{in} \\ w_c(1 - q_p)D(s_e - s_{out}) \\ \mu(s)x - (1 + q_r)Dx + q_rDx_r \\ [.35cm]w_{e2}(q_r + q_p)D(x_e - x_r) \end{pmatrix} \quad (\text{I.6})$$

$$g(t, X, Z, \varepsilon) = \begin{pmatrix} (1 + q_r)Ds - (1 - q_p)Ds_e \\ (1 + q_r)Dx - D(q_r + q_p)x_e \end{pmatrix} \quad (\text{I.7})$$

$$h(t, X) = \begin{pmatrix} \frac{1 + q_r}{1 - q_p}s \\ \frac{1 + q_r}{q_r + q_p}x \end{pmatrix} \quad (\text{I.8})$$

Il est alors simple de s'assurer que les trois conditions du théorème sont bien vérifiées.

## Annexe J

# Étude théorique de l'alcalinité

L'alcalinité apparaît clairement comme la variable clé dans la conduite automatisée du fermenteur anaérobie. Cependant, l'interprétation de ces mesures s'est avérée assez délicate à comprendre. De ce fait, notre étude s'est particulièrement axée sur le lien entre la sortie mesurée expérimentalement et la variable d'état théorique afin que cette connaissance soit d'un apport fiable à l'approche de modélisation.

### J.1 Le protocole de mesure

Les mesures de l'alcalinité sont réalisées par double titration sur un échantillon de volume  $V$ , de normalité  $N$  et de pH  $pH_1$ . Les volumes d'acide ajouté pour atteindre le pH intermédiaire  $pH_2$  et le pH final  $pH_3$  sont respectivement  $V_1$  et  $V_2$ . L'*alcalinité partielle* ( $C_{AP}$ ) est alors définie comme le nombre de moles d'acide nécessaire pour titrer l'échantillon de  $pH_1$  à  $pH_2$ . L'*alcalinité totale* ( $C_{AT}$ ) représente la quantité molaire totale d'acide ajouté pour effectuer un titrage de  $pH_1$  à  $pH_3$ .

$$\begin{cases} C_{AP} = \frac{V_1 N}{V} \\ C_{AT} = \frac{(V_1 + V_2) N}{V} \end{cases} \quad (\text{J.1})$$

### J.2 Relation entre les concentrations des acides et de l'alcalinité

Nous avons supposé que le mélange liquide dans le réacteur est principalement composé des acides gras volatils (AGV) assimilés à de l'acétate pur et du bicarbonate (B), avec respectivement des constantes de dissociation  $pK_a = -\log_{10}(K_a)$  et  $pK_b = -\log_{10}(K_b)$ . On note  $f_a(pH)$  et  $f_b(pH)$  les fractions ionisées des AGV et du carbone total inorganique (CIT). À partir des formules V.5 et V.8, on déduit directement les relations ci-dessous :

$$f_a(pH) = \frac{1}{1 + 10^{pK_a - pH}} = \frac{[S^-]}{S_2} \quad (\text{J.2})$$

$$f_b(pH) = \frac{1}{1 + 10^{pK_b - pH}} = \frac{B}{C} \quad (\text{J.3})$$

On peut alors estimer les concentrations du CIT ( $C$ ) et des AGV ( $S_2$ ) à partir de l'alcalinité totale et partielle. Au cours des opérations de titrage appliquées pour l'analyse de l'alcalinité,

le nombre de moles d'acide nécessaire correspond aux variations des fractions dissociées du CIT et des AGV. Ceci aboutit au système :

$$\begin{cases} C_{PA} = C[f_b(pH_1) - f_b(pH_2)] + S_2[f_a(pH_1) - f_a(pH_2)] \\ C_{TA} = C[f_b(pH_1) - f_b(pH_3)] + S_2[f_a(pH_1) - f_a(pH_3)] \end{cases} \quad (\text{J.4})$$

Si on définit  $\Delta f_j(pH_i)$  tel que :

$$\Delta f_j(pH_i) = f_j(pH_1) - f_j(pH_i) ; i = 2,3 ; j \equiv a,b$$

alors nous obtenons les expressions suivantes :

$$\begin{cases} C = \frac{\Delta f_a(pH_3) C_{PA} - \Delta f_a(pH_2) C_{TA}}{\Delta f_b(pH_2) \Delta f_a(pH_3) - \Delta f_b(pH_3) \Delta f_a(pH_1)} \\ S_2 = \frac{\Delta f_b(pH_2) C_{TA} - \Delta f_b(pH_3) C_{PA}}{\Delta f_b(pH_2) \Delta f_a(pH_3) - \Delta f_b(pH_3) \Delta f_a(pH_1)} \end{cases} \quad (\text{J.5})$$

### J.3 Modélisation de l'alcalinité

Dans la section précédente (V.3.3), l'alcalinité  $Z$  est définie comme les fractions ionisées totales du CIT et des AGV. À un pH donné, on peut déduire cette valeur par la relation :

$$Z(pH) = f_b(pH) C + f_a(pH) S_2 \quad (\text{J.6})$$

$Z$  représente la quantité totale d'anions résultant au cours de la dissociation du CIT et des AGV. Par ailleurs, outre le fait que dans la plage du pH considéré (hypothèse  $H_1$ ), les anions  $[\text{OH}^-]$ ,  $[\text{H}_2\text{CO}_3^-]$ ,  $[\text{CO}_3^{2-}]$  sont négligeables par rapport au bicarbonate et à l'acétate, on suppose que les autres anions composés principalement du chlorure  $\text{Cl}^-$  ne sont pas affectés par les processus de fermentation. Le modèle proposé pour décrire les dynamiques de  $Z$  dans le fermenteur est le suivant :

$$\dot{Z} = D(t)(Z_{in} - Z) \quad (\text{J.7})$$

où  $D$  est le taux de dilution et  $Z_{in}$  la valeur de l'alcalinité dans l'affluent. Pour valider le modèle (J.7) sur les données expérimentales, nous procédons à deux étapes : on teste d'abord si les valeurs à l'équilibre pour  $Z$  correspondent bien à  $Z_{in}$ , ensuite on vérifie si les dynamiques de  $Z$  sont du premier ordre.

► FIGURE J.1 Cette courbe illustre les valeurs à l'équilibre de  $Z$  en fonction des concentrations de  $Z$  à l'entrée. On constate que les résultats sont assez proches. Les équilibres semblent plus faibles que l'entrée, mais il faut rappeler qu'étant donné le faible pH dans l'affluent l'estimation de l'alcalinité à l'entrée par la relation (J.6) n'est pas très fiable.

► FIGURE J.2 Pour tester l'ordre des dynamiques de  $Z$ , on considère l'équation suivante :

$$\dot{Z} = D(t)(Z_{eq} - Z) \quad (\text{J.8})$$

où  $Z_{eq}$  sont les valeurs à l'équilibre obtenues dans la courbe (J.1). Cette normalisation permet l'analyse des dynamiques en annulant le biais dû aux erreurs à l'équilibre. Les échelons correspondent aux valeurs  $Z_{eq}$ . Le modèle du premier ordre est en accord avec les données expérimentales.



En conclusion, le modèle (J.7) est une approximation satisfaisante des variations dynamiques de l'alcalinité  $Z$  dans le fermenteur anaérobie.

S'inspirant des équations (J.4), on peut aussi déduire les relations suivantes entre les mesures de l'alcalinité totale et partielle et la variable d'état  $Z$  :

$$\begin{cases} C_{PA} = Z(pH_1) - Z(pH_2) \\ C_{TA} = Z(pH_1) - Z(pH_3) \end{cases} \quad (J.9)$$

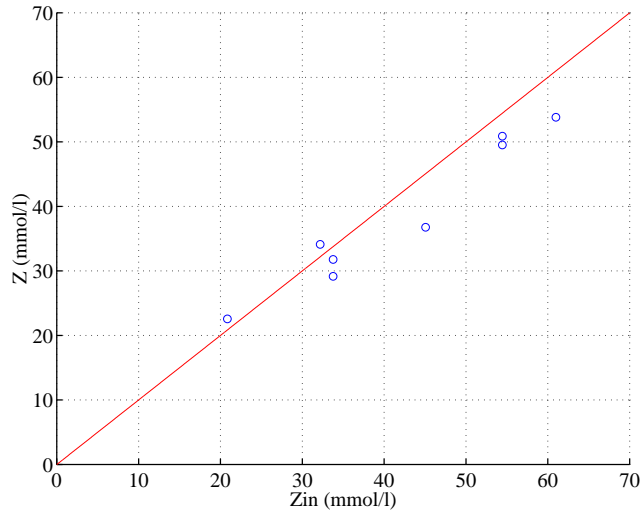


FIG. J.1 Comparaison entre l'entrée  $Z_{in}$  et les valeurs à l'équilibre de  $Z$

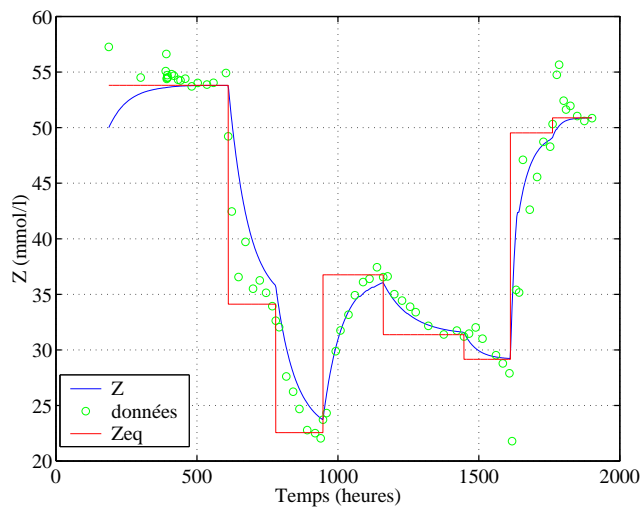


FIG. J.2 Analyse de l'ordre des dynamiques de  $Z$



# Annexe K

## Articles

### **Article 1: *Estimation of uncertain models of activated sludge process with interval observers***

Article en anglais décrivant l'étude faite dans la section IV.4.3 sur l'estimation par intervalles des concentrations de biomasse et de substrat à partir des mesures de l'oxygène dissous. Étude appliquée au modèle  $\mathcal{M}_2$  avec les contraintes suivantes : la concentration organique à l'entrée et le coefficient de rendement sont incertains, les cinétiques biologiques sont inconnues.

À paraître dans *Journal of Process Control*

### **Article 2: *Interval observers for uncertain models of wastewater treatment processes***

Article en anglais décrivant l'étude faite dans la section IV.4.4 sur l'estimation par intervalles des concentrations de biomasse à partir des mesures du substrat organique. L'étude appliquée au modèle  $\mathcal{M}_1$  a pour objectif l'amélioration de la vitesse de convergence sous l'hypothèse que les cinétiques biologiques soient connues, et que la concentration organique à l'entrée soit incertaine.

Présenté dans 3<sup>rd</sup> *Portuguese Conference on Automatic Control, September 9-11, 1998, Coimbra, Portugal*



# Résumé

L'étude présentée dans cette thèse a pour objectif l'application d'outils de l'automatique au domaine du traitement de l'eau et s'articule autour de la modélisation et de l'estimation sous des contraintes d'incertitudes.

La première partie est consacrée au procédé aérobie des boues activées. L'étape initiale aborde la modélisation des deux principaux compartiments de l'unité de traitement : le bassin d'aération, siège des réactions de dégradation biologique, et le bassin de sédimentation, lieu de séparation des phases solide et liquide. Une étude approfondie permet d'établir une structure générale du modèle aérateur-décanteur.

La deuxième étape concerne le problème d'estimation des variables. Une nouvelle approche purement déterministe, fondée sur les observateurs à intervalles, est développée en présence d'incertitudes bornées. À partir de bornes connues sur les grandeurs incertaines et à défaut d'estimer les valeurs exactes des variables d'état non mesurées, l'estimateur fournit des intervalles dynamiques et garantit l'encadrement de ces variables. Différents cas sont abordés : entrées incertaines, paramètres non-stationnaires, amélioration du taux de convergence, etc.

La seconde partie de notre travail, à caractère plus appliqué, concerne l'étude d'un fermenteur anaérobie. Nous abordons d'abord les aspects de modélisation, d'identification de paramètres et de validation du modèle sur des données expérimentales.

La suite est consacrée au problème pratique d'estimation d'état. Deux observateurs asymptotiques sont élaborés. Afin de réduire la sensibilité aux incertitudes paramétriques ainsi qu'aux perturbations sur les entrées, un estimateur robuste, basé sur une correction par les prédictions des débits gazeux, est testé sur le procédé pilote.

**Mots-clés :** procédé des boues activées, procédé de digestion anaérobie, modélisation, identification de paramètres, estimation d'état, incertitudes, observateurs à intervalles.

# Abstract

**Title:** *Modelling and estimation of bioreactors; taking into account uncertainties: application to wastewater treatment.*

The study presented in this thesis aims at applying tools from the control theory in order to solve problems related to the biological wastewater treatment field and deals with dynamic modelling and state estimation under uncertainty constraints.

The first part is dedicated to the aerobic activated sludge process. First of all, we develop a mathematical model of the two main components of the treatment unit: the aeration tank, in which biological reactions occur, and the sedimentation tank, where the solid part is separated from the liquid medium. A general dynamical model for the aerator-settler system is deduced from this study.

Then we deal with the estimation problem. A new fully deterministic approach based on interval observers in the presence of bounded uncertainties is introduced. As known bounds on the uncertainties are given, the observer estimates guaranteed dynamic intervals containing the unmeasured state variables. Different cases are studied : uncertain inputs, non stationary parameters, improvement of the convergence rate, . . .

The second part of our work is more applied and concerns the study of an anaerobic digester. We first start with design aspects, parameter identification and experimental validation of the biological treatment process model.

Then, we focus on the practical estimation problem. Two asymptotic observers are designed. In order to reduce the sensibility to parameter errors and input perturbations, a robust software sensor based on gaseous flow rate prediction is tested on the pilot plant.

**Key words:** activated sludge process, anaerobic digestion process, modelling, parameter identification, state estimation, uncertainties, interval observers.