

MMG3D : remailleur iso/aniso de maillage en tétraèdres.

Cécile Dobrzynski^{*}, Pascal Frey[†],
Charles Dapogny[†], Algiane Froehly^{*}

^{*} IMB - Institut Polytechnique de Bordeaux
Equipe Bacchus - INRIA Bordeaux Sud-Ouest

[†] LJLL - UPMC

MMG3D : vue d'ensemble

- Logiciel basé sur:
 - des tenseurs de métriques pour prescrire les tailles/directions des arêtes du maillage,
 - des opérateurs modifications locales,
 - un inserteur de Delaunay anisotrope
 - un modèle géométrique basé sur des triangles de Bézier de degré 3.

- Actuellement 2 versions :
 - MMG3D4.0 : adaptation volumique iso/anisotrope
 - MMG3D5.0 : adaptation surfacique et volumique isotrope

- <http://www.math.u-bordeaux1.fr/~dobj/logiciels/mmg3d.php>

MMG3D5.0 : le modèle de surface

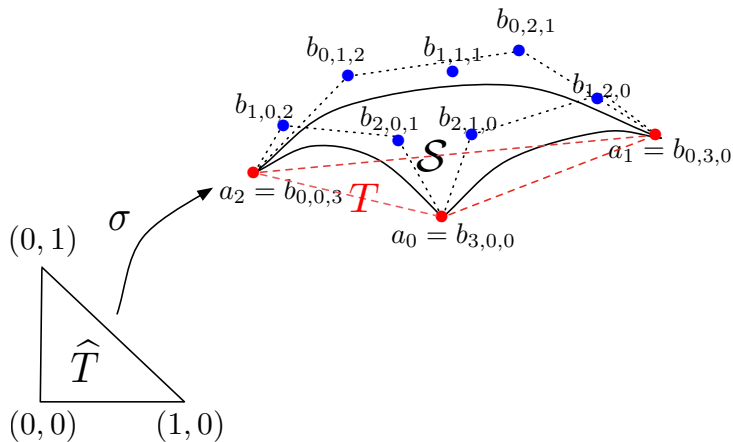
- 1 Identification des éléments géométriques (points singuliers, arêtes ...)
- 2 Calcul des normales en chaque point P à la surface discrète

$$n(P) = \frac{\sum_{T \supset P} \alpha_T \times n_T}{\|\sum_{T \supset P} \alpha_T \times n_T\|} \text{ avec } \sum_{T \supset P} \alpha_T = 1$$

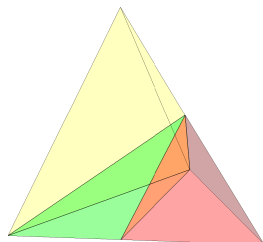
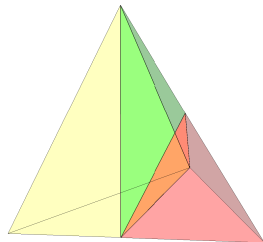
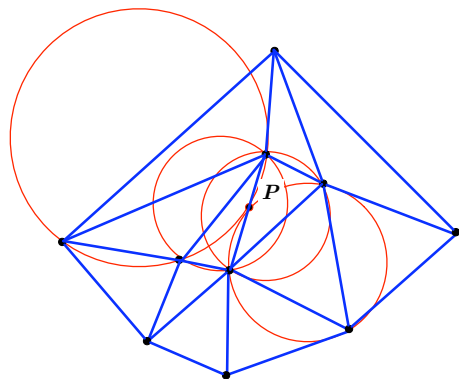
- 3 Reconstruction locale de la géométrie :
 - surface de Bézier de degré 3
 - $\forall (u, v) \in \hat{T}$,

$$\sigma(u, v) = \sum_{i,j \in 0..3} \frac{3!}{i!j!k!} (1-u-v)^i u^j v^{1-i-j} b_{i,j,k}$$

MMG3D5.0 : le modèle de surface

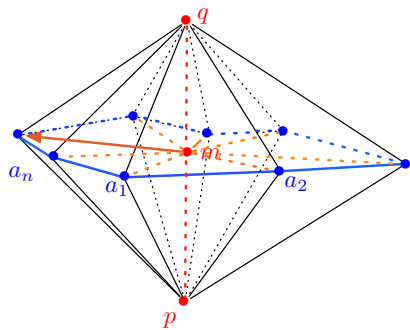
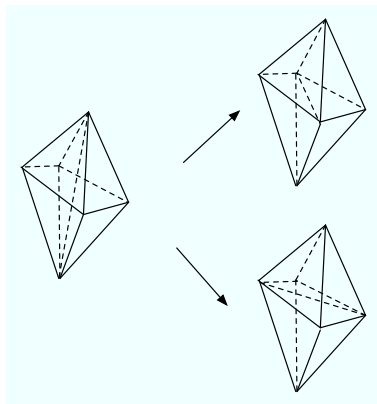


Opérateurs de modifications locales



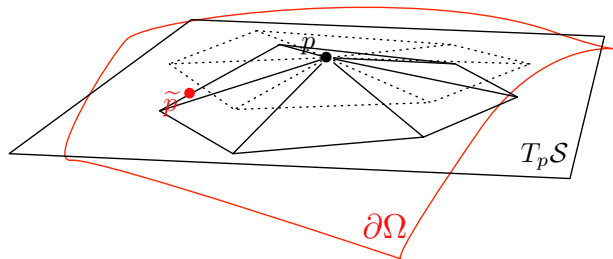
Insertion de points par une procédure de Delaunay anisotrope et par découpage de tétraèdre.

Opérateurs de modifications locales



Procédure de retournement d'arêtes

Opérateurs de modifications locales



Bougé de points sur la surface

Algorithme

- ➊ Analyse du maillage de surface (MMG3D5.0)
- ➋ Contrôle l'écart à la surface (MMG3D5.0)

- ➌ Analyse de toutes les arêtes surfaciques et volumiques
- ➍ Optimisation du maillage (retournements d'arêtes, bougé de points)

Quelques éléments d'appréciation du maillage

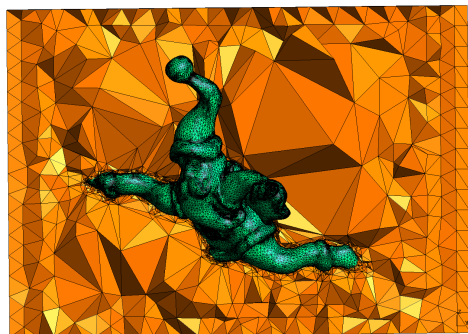
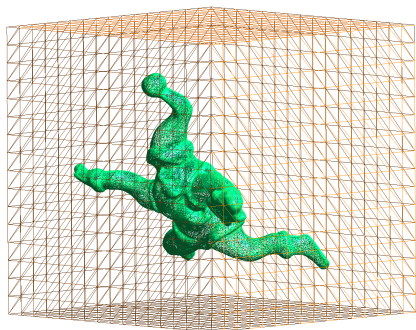
- Si \mathcal{M} est une métrique qui définit la taille et la direction des arêtes.
- **Longueur** d'une arête $\overrightarrow{P_1P_2}$:

$$\ell_{\mathcal{M}}(\overrightarrow{P_1P_2}) = \|\overrightarrow{P_1P_2}\|_{\mathcal{M}} = \sqrt{\langle \overrightarrow{P_1P_2}, \mathcal{M} \overrightarrow{P_1P_2} \rangle}.$$

- **Qualité** d'un tétraèdre $P_1P_2P_3P_4$:

$$Q_K = \beta \frac{\sqrt{\text{Det}(\mathcal{M})} V_K}{\left(\sum_{1 \leq i < j \leq 6} {}^t \overrightarrow{P_iP_j} \mathcal{M} \overrightarrow{P_iP_j} \right)^{\frac{3}{2}}}$$

Remaillage isotrope avec respect d'une fonction de taille



Définition de la taille des arêtes :

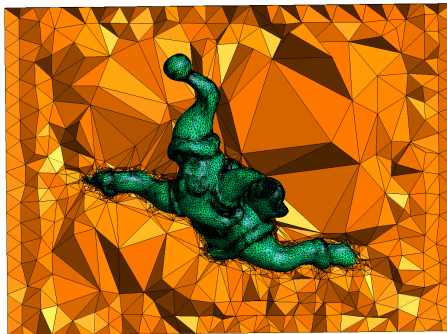
$$h = \min(h_{max}|\rho - 0.1 \times \theta_1| + h_{min}$$

$$, h_{max}|\rho - 0.1 \times \theta_2| + h_{min}, h_{max}|\rho - 0.1 \times \theta_3| + h_{min})$$

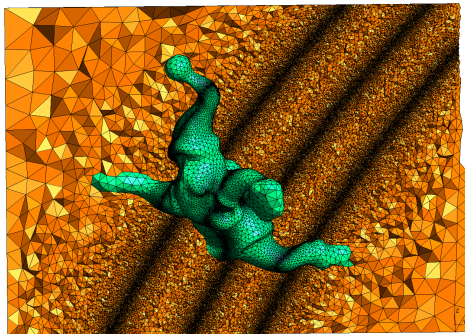
avec $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\theta_1 = \theta + \rho/\pi$, $\theta_2 = \theta - \rho/\pi$ et $\theta_3 = \theta - \rho\pi/20$ où $\theta = \text{atan}(y/x) + \pi$.

$$h_{max} = 0.4, h_{min} = 0.0003$$

Remaillage isotrope avec respect d'une fonction de taille

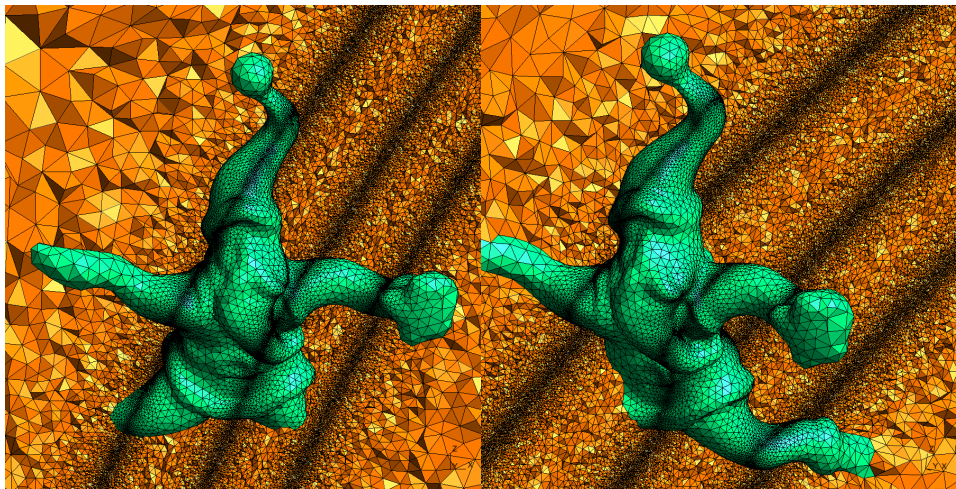


384 182 tetras,
97 656 triangles
boîte englobante : $[-0, 6; 0, 6]^3$



36 064 851 tetras,
166 550 triangles
99,97% $Q < 3$

Remaillage isotrope avec respect d'une fonction de taille



Capture d'interface: formulation level-set¹

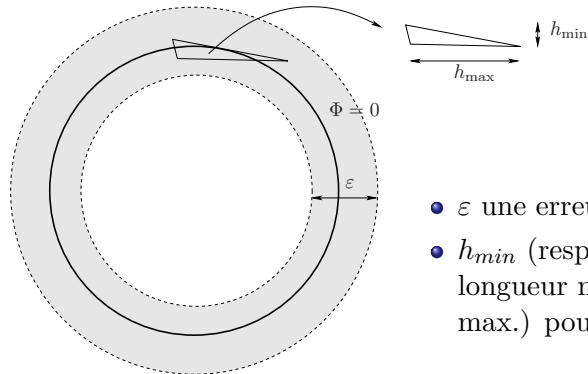
- **Contexte** : domaine avec 2 sous-domaines (plusieurs composantes connexes)

⇒ existence d'une interface.
- **But** : Capture précise de l'interface.
- **Formulation** : définition implicite de l'interface comme l'isovaleur d'une fonction Φ avec Φ est la fonction distance signée à l'interface ($\|\nabla\Phi\| = 1$).
- La **métrique** suivante permet le contrôle de l'erreur pour une isovaleur :

$$M = \frac{D\Phi D\Phi^t}{h_{min}^2} + \frac{(D^2\Phi)}{\varepsilon}$$

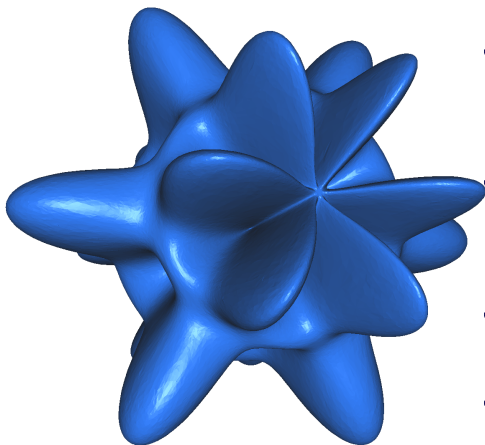
¹V. Ducrot, P. Frey, C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I 345 (2007) 

Capture d'interface: définition de la métrique²



- ε une erreur fixée
 - h_{\min} (resp. h_{\max}) la longueur minimale (resp. max.) pour une arête.
-
- Pour contrôler l'isovaleur 0 :
 - prescrire M pour les points appartenant à l'isovaleur 0,
 - pour tous les autres points, incrémenter linéairement h_{\min} et ε jusqu'à h_{\max} en fonction de la distance à l'isovaleur 0.

Capture d'interface: exemple de surface



- Surface définie par :

$$r(\theta, \phi) = 0.45 + 0.3 \sin(6\theta) * \cos^2(3\phi)$$

- $\varepsilon = 0.001$

$$h_{min} = 0.001$$

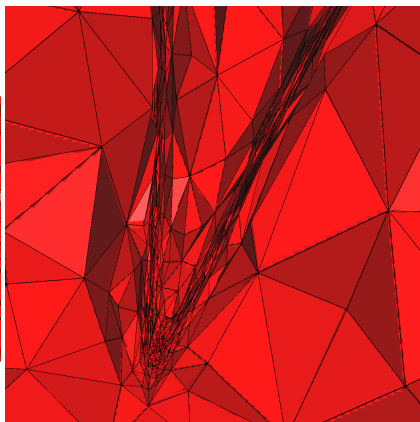
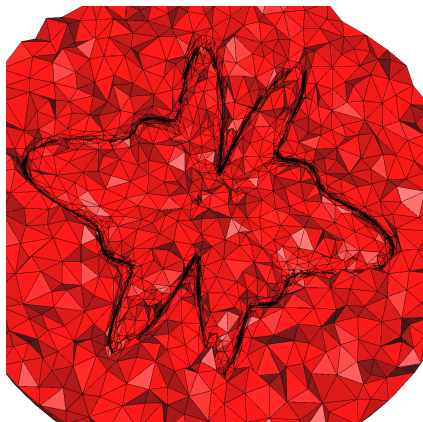
$$h_{max} = 0.1$$

- 438 506 points

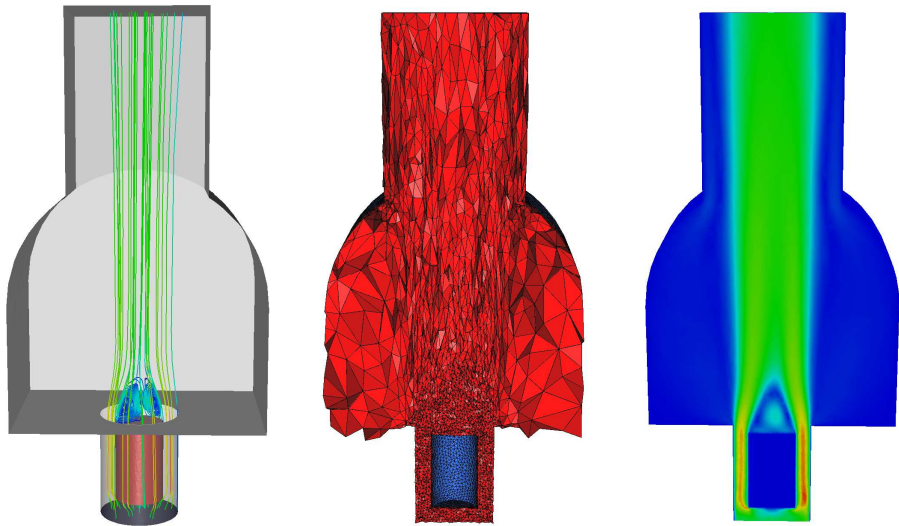
5 208 470 tétraèdres

- 98,96% $Q < 3$

Capture d'interface: coupes dans le maillage

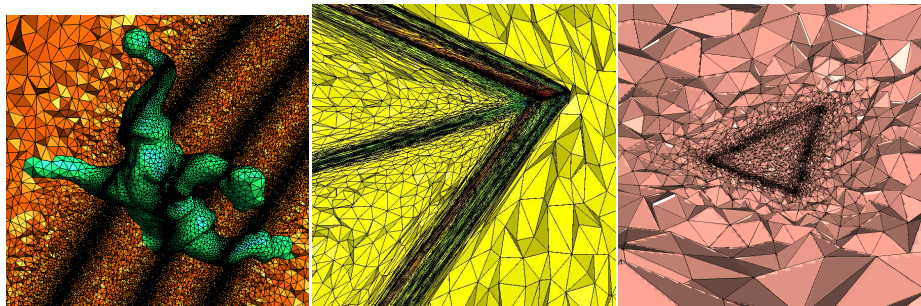


Adaptation à une solution physique



Refroidissement de déchets nucléaires.

MMG3D : meilleur iso/aniso tétraédrique



- Actuellement 2 versions :
 - MMG3D4.0 : adaptation volumique iso/anisotrope
 - MMG3D5.0 : adaptation surfacique et volumique isotrope
- <http://www.math.u-bordeaux1.fr/~doobj/logiciels/mmg3d.php>