Diffusion anisotrope et segmentation par modèles déformables sur des images échographiques 4D du cœur

Maxime Sermesant
Projet Épidaure, INRIA Sophia-Antipolis
Rapport de DEA, ENS Cachan
Rapport de fin d'études, École Centrale Paris

2 octobre 2000

Table des matières

1 Imagerie ultrasonore **5**
- 1.1 Principe physique de l'imagerie ultrasonore 5
- 1.2 Anatomie du cœur 6
- 1.3 Différents types de sondes échographiques 6
- 1.4 Limites des images ultrasonores 8

2 Diffusion **10**
- 2.1 Diffusion linéaire 11
  - 2.1.1 Diffusion linéaire homogène 11
  - 2.1.2 Diffusion linéaire hétérogène 11
- 2.2 Diffusion non linéaire 12
  - 2.2.1 Diffusion non linéaire isotrope 12
  - 2.2.2 Diffusion non linéaire anisotrope 12
  - 2.2.3 Diffusion non linéaire anisotrope avec connaissances *a priori* 13

3 Diffusion anisotrope dans des images échographiques **14**
- 3.1 Calcul du gradient 14
  - 3.1.1 Différentes méthodes de calcul 14
  - 3.1.2 Avantages et inconvénients de ces méthodes 16
- 3.2 Quatrième dimension des images 17
- 3.3 Choix du schéma de différenciation 17
  - 3.3.1 Schéma explicite 18
  - 3.3.2 Schéma implicite 18
  - 3.3.3 Schéma semi-implicite 18
  - 3.3.4 Schéma Additive Operator Splitting (AOS) 19
  - 3.3.5 Théorie multiéchelle 19
- 3.4 Différents paramètres de la diffusion 21
  - 3.4.1 Fonction de diffusion 21
    - 3.4.1.1 Critères de stabilité 21
    - 3.4.1.2 Critères de restauration 21

3.4.2 Seuil sur le gradient 22
3.4.3 Pas de temps 22
3.4.4 Temps de diffusion 22

4 Segmentation par modèles déformables 23

5 Résultats expérimentaux 27
5.1 Interpolation bilinéaire 27
5.2 Calculs de gradient 29
5.3 Diffusions effectuées 31
5.3.1 Fonction de diffusion 31
5.3.2 Seuil sur chaque composante du gradient 33
5.3.3 Diffusion anisotrope hétérogène non linéaire 33
5.3.3.1 Schéma explicite 34
5.3.3.2 Schéma AOS 34
5.3.4 Résultats sur une image polaire du cœur 35
5.4 Résultats 35

Introduction

Le projet Épidaure[1] (Épidaure : Projet Images, Diagnostic AUtomatique, RobotiquE) de l'Institut National de Recherche en Informatique et Automatique (INRIA) et dirigé par Nicholas Ayache, est spécialisé dans le domaine médical, autant en informatique par le traitement d'images, qu'en modélisation biomécanique par la simulation de chirurgie avec retour d'effort. Mon stage est encadré par Grégoire Malandain, Nicholas Ayache et Hervé Delingette et je sollicite souvent Johan Montagnat pour la mise en place expérimentale.

L'imagerie ultrasonore possède de nombreux avantages sur les autres techniques d'imagerie médicale. Les images sont obtenues rapidement et à moindre coût. De plus, c'est une méthode non invasive, elle peut donc être utilisée fréquemment. En outre, les échographies 3D, bientôt disponibles, seront adaptées aux images du cœur car elles permettront une visualisation en temps réel. C'est pourquoi les images échographiques sont de plus en plus utilisées pour aider au diagnostic. Elles servent par exemple à extraire le volume du ventricule gauche, pour calculer la fraction d'éjection, qui est un paramètre important dans l'estimation de la santé du cœur. Cependant leur qualité rend parfois la segmentation et l'interprétation difficiles. Une étape de pré-traitement (filtrage) est donc souvent nécessaire. La diffusion anisotrope est une des méthodes utilisée pour filtrer ces images. Elle permet de lisser le bruit tout en conservant une bonne précision des contours, ce qui est particulièrement important pour l'extraction par modèles déformables envisagée. Nous avons comparé plusieurs méthodes de calcul de gradient et différents schémas de diffusion. Ensuite les modèles déformables permettent une segmentation rapide et avec de bonnes propriétés de régularité. Leur utilisation dans un cadre 4D est justifiée par la continuité également temporelle des déformations.

[1]Page web Épidaure : http ://www.inria.fr/epidaure

Chapitre 1

Imagerie ultrasonore

1.1 Principe physique de l'imagerie ultrasonore

Grâce à un appareil générateur de hautes fréquences, des ultrasons sont transmis à une sonde que le médecin déplace sur la peau du patient en regard de la région à explorer. Lorsque ces ultrasons rencontrent une interface entre organes, une partie est réfléchie et renvoie un signal, ou "écho", variable selon la densité du tissu. La somme des signaux permet à l'appareil de reconstruire une image anatomique fidèle.

L'échographie est utilisée pour explorer le cœur : les cavités cardiaques, les valves qui les délimitent et les vaisseaux qui y débouchent ou qui en partent sont ainsi visualisés. Cet examen permet en plus d'apprécier la tonicité du muscle cardiaque. Elle sert aussi à l'exploration de l'abdomen : l'échographie abdominale est un examen de tout premier choix, notamment pour détecter des anomalies hépatiques, biliaires ou rénales. Enfin, elle est d'un usage courant en gynécologie-obstétrique, tant pour explorer les organes génitaux internes féminins ou la vessie, que pour surveiller une grossesse.

L'échographie est un examen totalement indolore, sans effets secondaires, et grâce à ses performances elle a souvent remplacé des examens plus agressifs

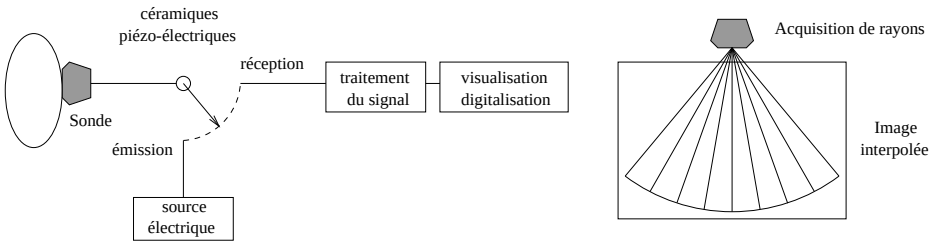


FIG. 1.1 – Acquisition d'images ultrasonores.

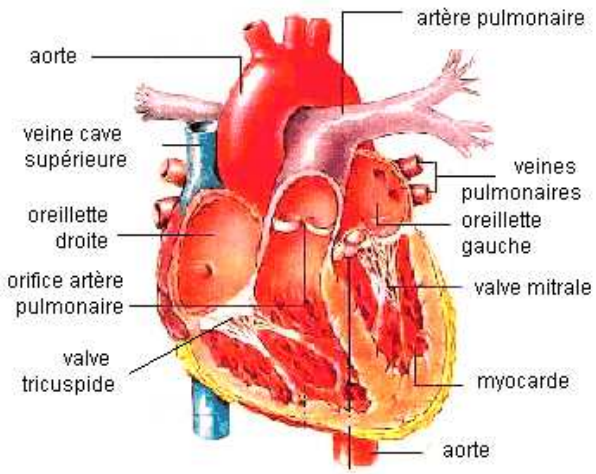


FIG. 1.2 – Schéma du cœur.

ou moins précis.

1.2 Anatomie du cœur

Le cœur propulse chaque jour 7000 litres de sang. C'est un ensemble de 4 cavités en continuité deux à deux. L'oreillette droite reçoit le sang du corps dont la teneur en oxygène est faible. Il est transféré dans le ventricule droit qui l'éjecte vers le poumon. Là, la teneur en oxygène augmente et la teneur en dioxyde de carbone diminue. Puis retour du sang par les veines pulmonaire jusqu'à l'oreillette gauche puis ventricule gauche. Il passe dans l'aorte pour être acheminé au cerveau et aux muscles. Puis retour du sang dont la teneur en dioxyde de carbone a augmenté dans l'oreillette droite (figure 1.2).

Les ventricules sont les chambres de propulsion. Ils ont une paroi épaisse et puissante : 0,5 cm d'épaisseur pour le ventricule droit qui envoie le sang à courte distance dans les poumons et 1,5 cm pour le ventricule gauche car il doit propulser le sang dans tout l'organisme.

L'imagerie du cœur permet donc de connaître l'état des ventricules et de juger de la bonne santé du patient.

1.3 Différents types de sondes échographiques

La sonde émet un rayon dans une direction et capture l'écho réfléchi, accédant ainsi aux données selon une ligne. Il ne capte donc qu'une seule

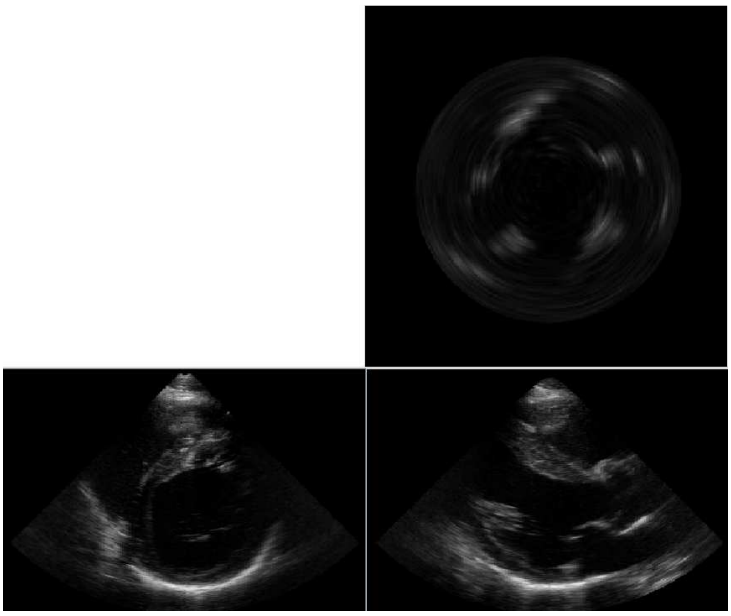


FIG. 1.3 – Échographie 3D du cœur (3 plans de coupe orthogonaux).

dimension. Il y a plusieurs méthodes pour obtenir un résultat en trois dimensions.

Tout d'abord le passage en deux dimensions peut se faire de deux manières :

- Le rayon fait un balayage en arc de cercle à partir du centre de la sonde.
- On forme un assemblage de sondes parallèles qui donnent directement une image en deux dimensions.

Puis pour obtenir la troisième dimension, il y a le choix entre une translation (souvent main libre) et deux rotations (axe vertical (sonde rotationnelle) ou horizontal (sonde éventail)) : voir figure 1.4.

Quel que soit le mode utilisé, il y a toujours besoin de faire une interpolation pour obtenir une image en coordonnées cartésiennes car une saisie exhaustive des données est impossible. En effet, pour avoir une image utilisable, il faut que le temps de saisie ne soit pas trop important, sinon les mouvements du patient rendent les données inexploitables.

Le temps d'acquisition d'une coupe est de 30 ms, on peut estimer le cœur immobile pendant ce temps. Mais pour faire une image 3D avec 20 coupes, cela prend 0,6 s. Le mouvement est trop important. Donc on saisit une coupe par cycle cardiaque, il faut donc 20 cycles pour avoir un volume. Les saisies sont synchronisées sur l'électrocardiogramme.

Pour avoir une séquence temporelle, on entrelace les acquisitions : on

(a) rotationnelle (b) éventail (c) éventail

FIG. 1.4 – Sondes échographiques

prend les différents moments de la première coupe sur un cycle puis on passe à la coupe suivante (figure 1.5). L'interpolation 3D est donc rendue plus difficile, car il y a un problème de recalage entre les coupes.

1.4 Limites des images ultrasonores

Le principal défaut de l'imagerie ultrasonore est le bruit appelé scintillement ("speckle" en anglais). Ce n'est pas vraiment un bruit, car il provient directement du processus utilisé, il est crée par les hétérogénéités des tissus qui provoquent un phénomène de diffusion assez important. Les ondes diffusées s'ajoutent à l'onde réfléchie et brouillent le résultat.

Elles subissent aussi une atténuation car elles perdent de l'énergie à chaque réflexion, transmission ou diffusion. Plus la fréquence est élevée, plus l'onde perd de l'énergie rapidement. Il faut donc trouver un compromis entre la fréquence, qui détermine la précision, et la profondeur visualisée.

De plus, les ultrasons sont arrêtés par les os et l'air. On place du gel sur la peau du patient pour éviter la présence d'air entre celle-ci et la sonde. Mais dans le cas des échographies cardiaques, les côtes sont un obstacle gênant réduisant le nombre de points de vue possibles.

L'interprétation par le médecin en est rendue d'autant plus difficile. Il est donc important de fournir des images pré-traitées pour assurer un bon fonctionnement des algorithmes de segmentation et donc un diagnostic précis et fiable. La diffusion est une des méthodes permettant de filtrer ces images.

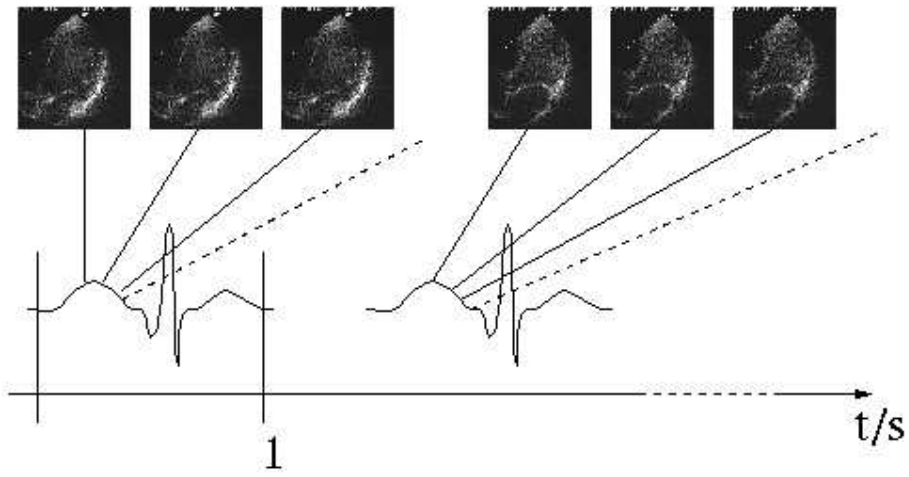


FIG. 1.5 – La saisie de deux coupes d'une séquence temporelle, synchronisées sur l'électrocardiogramme.

Chapitre 2

Diffusion

Le filtrage Gaussien (convoluer l'image avec une Gaussienne) a été largement utilisé en traitement du signal pour réduire le bruit. Cependant en traitement d'images, il comporte des inconvénients : il brouille les contours et les délocalise. La diffusion non linéaire est un procédé de filtrage visant à éliminer le bruit d'une image, tout en préservant les informations importantes, comme les contours [8].

Cette méthode est basée sur les principes physiques de la diffusion entre fluides : l'équation de diffusion est similaire à celle des concentrations locales d'un fluide qui s'équilibrent sans création ni destruction de matière.

La propriété de transfert pour atteindre l'équilibre des concentrations s'exprime avec la loi de Fick :

$$j = -D.\nabla u$$

avec :

D : tenseur de diffusion, symétrique défini positif.

$u\,(x,\ t)$: concentration de matière, $u\ :\ \mathbb{R}^3 \times [0; +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$.

∇u : gradient de la concentration de matière.

$\partial_t u$: dérivée temporelle de la concentration de matière.

j : flux de matière.

Si ∇u et j sont parallèles, c'est une diffusion *isotrope*, et D peut être remplacé par un scalaire g, la diffusivité. Le cas général est appelé *anisotrope*.

La propriété de transport de matière sans création ni destruction de matière s'exprime avec l'équation de continuité :

$$\partial_t u = -div\ j$$

où t représente le temps.

En combinant ces deux équations, on obtient l'équation de diffusion :

$$\partial_t u = div(D.\nabla u) \tag{2.1}$$

- Si le tenseur de diffusion D est constant sur tout le domaine considéré, on parle de diffusion *homogène*.
- S'il dépend de la structure différentielle de la concentration de matière, la diffusion est *non linéaire*.

Cette équation apparaît dans beaucoup de domaines. En traitement d'images, on peut assimiler la *concentration* u au *niveau de gris* et les *conditions initiales* $u(x,\,0) = u_0(x)$ à l'*image de départ*.

Pour s'assurer des bonnes propriétés de la méthode utilisée, il faut qu'elle vérifie deux critères :

1. le problème doit être bien posé :
   (a) existence et unicité de la solution u étant donné des conditions initiales u_0.
   (b) stabilité du résultat : l'application qui à u_0 associe u doit être continue.
2. la méthode doit s'inscrire dans la théorie multiéchelle. Cela impose des conditions sur la matrice décrivant les opérations de dérivation et assure des propriétés u processus de diffusion (voir paragraphe 3.3.5, p. 19).

2.1 Diffusion linéaire

2.1.1 Diffusion linéaire homogène

Dans le cas linéaire homogène, l'équation 2.1 (p. 10) donne l'équation suivante :

$$\partial_t u = \Delta u$$

dont la solution est :

$$u(x,t) = (K_{\sqrt{2t}} \star u_0)(x), \quad pour\ t > 0$$

avec K_σ une Gaussienne d'écart type σ. On obtient donc un lissage Gaussien de l'image. Historiquement c'est le premier filtrage multiéchelle qui ait été étudié. Cependant, si ce filtrage réduit le bruit, il rend flou l'image, atténue les contours et on perd la localisation précise des éléments de l'image.

2.1.2 Diffusion linéaire hétérogène

Pour éviter de perdre de l'information, il faut utiliser les connaissances que l'on a de l'image de départ. On peut donc contrôler la diffusion avec les variations de l'image initiale, par exemple :

$$D = g\left(|\nabla u_0|\right) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{|\nabla u_0|}{\lambda}\right)^2}}, \quad \lambda > 0$$

$$\partial_t u = div\left(g\left(|\nabla u_0|\right) \cdot \nabla u\right)$$

- En un point de contour $\left(\frac{\nabla u_0}{\lambda}\right)^2$ est élevé donc $g \sim 0$: il n'y a pas de diffusion.
- En dehors des contours $\left(\frac{\nabla u_0}{\lambda}\right)^2 \sim 0$ donc $g \sim 1$: il y a diffusion isotrope.

Avec ce type de diffusion, la localisation des contours reste précise et le brouillage est moindre. Cependant pour des temps de diffusion importants, les défauts de l'image initiale font apparaître des défauts dans l'image diffusée.

2.2 Diffusion non linéaire

2.2.1 Diffusion non linéaire isotrope

Pour éviter les désavantages de la méthode précédente, l'idée est d'utiliser le gradient de l'image diffusée dans la diffusivité :

$$\partial_t u = div\left(g\left(|\nabla u|\right) \nabla u\right) \tag{2.2}$$

Les contours sont alors bien localisés et peu brouillés. Cependant le contraste global au voisinage des contours diminue.

2.2.2 Diffusion non linéaire anisotrope

L'idée est qu'au voisinage des contours, il faut lisser parallèlement au contour. Il faut donc traiter les composantes du gradient différemment et cela nécessite l'utilisation d'un tenseur de diffusion à la place de la diffusivité scalaire utilisée dans l'équation 2.2.

$$\partial_t u = div\left(D\left(\nabla u_\sigma\right) \cdot \nabla u\right) \tag{2.3}$$

où $u_\sigma = K_\sigma \star u$: l'utilisation d'un gradient lissé pour calculer la diffusivité augmente la stabilité du processus [1]. Avec par exemple :

$$D\left(\nabla u_\sigma\right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\partial_x u_\sigma}{\lambda_x}\right)^2}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\partial_y u_\sigma}{\lambda_y}\right)^2}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\partial_z u_\sigma}{\lambda_z}\right)^2}} \end{pmatrix}$$

Cette méthode permet de garder un très bon contraste aux contours et même parfois de les améliorer.

2.2.3 Diffusion non linéaire anisotrope avec connaissances *a priori*

On peut utiliser le fait de savoir ce que l'on cherche dans l'image pour contrôler la diffusion [7]. Par exemple, si l'on filtre des images d'un objet ayant une symétrie de révolution, on peut pénaliser la diffusion radiale. Mais il faut déjà avoir une idée de la segmentation de l'image pour contrôler la diffusion avec des connaissances *a priori*, ce qui est le but de la diffusion ! Cependant, on peut avoir une idée de l'emplacement des éléments grâce au positionnement de la sonde ou à un recalage primaire sur un atlas anatomique.

Chapitre 3

Diffusion anisotrope dans des images échographiques

3.1 Calcul du gradient

On dispose d'images acquises par une sonde rotationnelle, les images de départ sont donc acquises en coordonnées sphériques.

Mais les connaissances médicales et notre représentation habituelle du monde physique sont en coordonnées cartésiennes. Les algorithmes classiques travaillent sur des images acquises selon une grille rectangulaire. Il faut donc changer de système de coordonnées :

Avec $(x_0; x_0; R)$ les coordonnées du centre de la sonde et α_0 l'angle α maximal, on a :

$$\begin{cases} x &= x_0 - r.\sin\left(\alpha - \frac{\alpha_0}{2}\right).\sin\theta \\ y &= x_0 + r.\sin\left(\alpha - \frac{\alpha_0}{2}\right).\cos\theta \\ z &= R - r.\cos\left(\alpha - \frac{\alpha_0}{2}\right) \end{cases} \tag{3.1}$$

Ce changement de coordonnées n'est pas bijectif, car les données de l'axe central apparaissent dans chaque plan des images de la sonde. Il faut donc traiter à part la multiplicité des données sur cet axe. Et à la périphérie, la densité d'information est très faible, il faut donc interpoler.

3.1.1 Différentes méthodes de calcul

A partir de ces données polaires, plusieurs méthodes sont possibles pour calculer le gradient de l'intensité de l'image :

1. Interpoler l'image en coordonnées cartésiennes, puis calculer le gradient cartésien classique sur l'image en coordonnées cartésiennes.

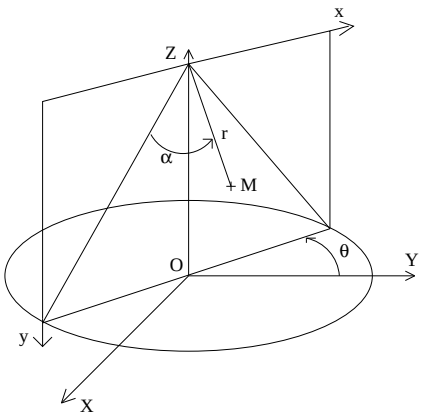


FIG. 3.1 – Repère sphérique des images de la sonde rotationnelle.

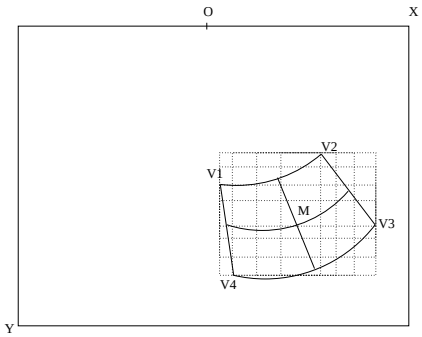


FIG. 3.2 – Voisinage polaire et masque cartésien.

2. Calculer le gradient de l'image en coordonnées polaires (les composantes sont dans le repère local polaire) sur l'image polaire, puis passer au gradient cartésien par la matrice Jacobienne de changement de coordonnées.
3. Calculer le gradient cartésien sur l'image polaire, en utilisant des masques polaires et des filtres cartésiens, puis interpoler [3], [6]. Le voisinage du point M utilisé est V1, V2, V3, V4, qui sont des points de données polaires. Mais les valeurs du filtre sont calculées sur la grille cartésienne voir figure 3.2, p. 15).
4. Calculer le gradient cartésien sur l'image cartésienne, en utilisant des masques polaires et des filtres cartésiens.
5. Calculer le gradient polaire sur l'image polaire et faire la diffusion en coordonnées polaires.

Ces méthodes sont loin d'être équivalentes, car elles utilisent plus ou moins les données de la saisie échographique, elles ont des temps de calcul très

différents. De plus, la discrétisation donne des résultats plus ou moins valides même si certaines équivalences peuvent être établies dans le domaine continu.

3.1.2 Avantages et inconvénients de ces méthodes

1. Interpoler en coordonnées cartésiennes, puis calculer le gradient cartésien sur l'image cartésienne :

   $\oplus$: le gradient est calculé directement en coordonnées cartésiennes, et il y a la possibilité d'utiliser des filtres récursifs (la convolution avec un masque "infini" est calculée de façon récursive à partir des valeurs sur un voisinage du point [5]) donc on gagne en rapidité de calcul et on a la possibilité de travailler à différentes échelles avec un temps de calcul constant.

   $\ominus$: le calcul est basé sur des données interpolées donc sur des approximations, ce qui entraîne des erreurs vis à vis des données réelles.

2. Calculer le gradient polaire sur l'image polaire, puis passer au gradient cartésien par la matrice Jacobienne :

   $\oplus$: il y a possibilité d'utiliser des filtres récursifs, basés sur des données réelles.

   $\ominus$: la matrice Jacobienne est exacte car calculée de façon analytique alors que les composantes du gradient sont des sauts d'intensité calculés sur des voisinages pas forcément locaux. La densité d'information décroît avec r et elle peut être très faible loin du centre. Le résultat du calcul est donc faussé par cette hétérogénéité.

3. Calculer le gradient cartésien sur l'image polaire, en utilisant des masques polaires et des filtres cartésiens, puis interpoler :

   $\oplus$: le gradient est basé sur des données réelles, et il est obtenu en coordonnées cartésiennes.

   $\ominus$: une interpolation est nécessaire en dehors du masque, et le temps de calcul est important car la taille des filtres est importante.

4. Calculer le gradient cartésien sur l'image cartésienne, en utilisant des masques polaires et des filtres cartésiens :

   $\oplus$: le calcul est basé sur des données réelles, donc pas d'interpolation nécessaire, et le gradient obtenu est en coordonnées cartésiennes.

   $\ominus$: le temps de calcul est important, comme pour la méthode 3, et il y a des sauts de voisinage : il faut prendre des voisinages importants pour ne pas avoir une trop grosse influence des changements de voisinage polaire.

5. Calculer le gradient polaire sur l'image polaire et faire la diffusion en polaires :

   $\oplus$: il y a possibilité d'utiliser des filtres récursifs, car l'échantillonnage est régulier en coordonnées polaires, et le calcul est basé sur des données réelles.

   $\ominus$: le passage des dérivées partielles au gradient entraîne le même problème qu'avec la matrice Jacobienne : on mélange un calcul analytique local et un calcul discret. En effet dans les systèmes de coordonnées autres que cartésiens, des facteurs d'échelle interviennent sur les composantes du gradient (par exemple $\frac{1}{r}$ pour la composante en α du gradient polaire). Et ces facteurs d'échelle sont exacts alors que les dérivées partielles sont des sauts d'intensité sur des voisinages de grande taille à la périphérie.

3.2 Quatrième dimension des images

Les saisies de séquences temporelles permettent de mieux exploiter les informations : pour observer les déformations des parois du ventricule, il faut pouvoir segmenter des séquences 4D.

Dans notre processus de diffusion, on a alors une fonction :

$$u \ : \ \mathbb{R}^4 \times [0; +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$$

On traite la dimension temporelle de la même manière que les autres dimensions : lors des déplacements rapides, le lissage doit être faible et il doit être fort dans les zones stables temporellement. Mais le seuil doit être adapté aux valeurs de la dérivée temporelle.

On peut espérer que le lissage temporel permette d'obtenir un filtrage plus efficace car le scintillement est décorrellé temporellement alors que les données sont continues.

3.3 Choix du schéma de différenciation

Pour écrire l'équation de diffusion dans le domaine discret, plusieurs choix sont possibles, car cette équation comprend des dérivées spatiales et temporelles. Et le choix du schéma est déterminant sur la stabilité et le temps de calcul de l'algorithme.

3.3.1 Schéma explicite

Dans le schéma explicite, les dérivées spatiales sont calculées au temps k considéré. Soit τ le pas de temps, A la matrice de dérivation spatiale, u^k l'image au temps t et u^{k+1} l'image au temps $t+\tau$. En approximant $\partial_t u$ par $\frac{u^{k+1}-u^k}{\tau}$:

$$\begin{cases} u^0 = f \\ \frac{u^{k+1}-u^k}{\tau} = A(u^k) \cdot u^k \end{cases} \tag{3.2}$$

Ce schéma simple à mettre en place, permet d'utiliser des masques de grande taille, car le calcul est direct. Mais pour assurer la stabilité du schéma, on doit utiliser un pas de temps faible.

3.3.2 Schéma implicite

Les dérivées spatiales sont estimées au temps $k+1$:

$$\begin{cases} u^0 = f \\ \frac{u^{k+1}-u^k}{\tau} = A(u^{k+1}) \cdot u^{k+1} \end{cases}$$

Le système obtenu est non linéaire en u^{k+1}, donc plus compliqué à résoudre. Mais la stabilité augmente, on peut donc prendre un pas de temps bien plus important.

3.3.3 Schéma semi-implicite

On peut utiliser le temps k pour contrôler la diffusion, et l'appliquer au temps $k+1$:

$$\begin{cases} u^0 = f \\ \frac{u^{k+1}-u^k}{\tau} = A(u^k) \cdot u^{k+1} \end{cases}$$

Soit :

$$u^{k+1} = \left(I - \tau A\left(u^k\right)\right)^{-1} \cdot u^k$$

Il y a donc un système linéaire à résoudre, dont la complexité dépend directement de la forme de la matrice à inverser. Mais la stabilité est bien supérieure à celle du schéma explicite.

3.3.4 Schéma Additive Operator Splitting (AOS)

C'est un schéma basé sur le schéma semi-implicite, mais qui traite les différentes coordonnées indépendamment les unes des autres [9]. Ceci permet de décomposer le système linéaire en plusieurs systèmes linéaires simples à résoudre car composés de matrices tridiagonales.

Si m est la dimension de l'entrée, avec A_l les matrices de différenciation suivant chaque composante :

$$A\left(u^k\right) = \sum_{l=1}^{m} A_l\left(u^k\right)$$

le schéma semi-implicite est :

$$u^{k+1} = \left(I - \tau \sum_{l=1}^{m} A_l\left(u^k\right)\right)^{-1} \cdot u^k$$

et le schéma AOS :

$$u^{k+1} = \frac{1}{m} \sum_{l=1}^{m} \left(I - m\tau A_l\left(u^k\right)\right)^{-1} \cdot u^k \tag{3.3}$$

Par un développement de Taylor, on montre que l'ordre de l'approximation effectuée par le schéma AOS est le même que celui du schéma semi-implicite. Et il s'inscrit dans la théorie multiéchelle comme définie ci-après.

Diffusion en coordonnées polaires

L'équation de la diffusion en coordonnées polaire est :

$$\partial_t u = g\left(|\nabla u|\right) \cdot \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}\right) + \frac{\partial g}{\partial r} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial g}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial u}{\partial \theta}$$

Elle mélange des dérivées discrètes et un coefficient local exact, ce qui entraîne les même problèmes que lors des calculs de gradient. De plus, on perd la symétrie entre les coordonnées, le schéma A.O.S. est donc rendu plus compliqué. Mais théoriquement c'est la méthode utilisant au mieux les données.

3.3.5 Théorie multiéchelle

Si l'expression matricielle du schéma d'un processus vérifie certains critères, ce processus entre alors dans la théorie multiéchelle et possède un ensemble de propriétés assurant un bon comportement de l'évolution de l'image.

Ces propriétés sont :

1. Conservation du niveau de gris moyen. C'est important pour ne pas avoir une dérive d'intensité lors de la diffusion.
2. Principe de l'extremum : les valeurs d'intensité restent bornées par les valeurs maximum et minimum initiales.
3. Séquence de lissage de Lyapounov : c'est une méthode de lissage qui possède certaines propriétés :
   (a) Les normes p : $\left\|u^k\right\|_p = \left(\sum_{i=1}^N \left|u_i^k\right|^p\right)^{1/p}$ décroissent selon k, pour tout $p \geq 1$.
   (b) Les moments centrés $M_{2n}[u^k] = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^N \left(u_j^k - \mu\right)^{2n}$, $n \in \mathbb{N}$ décroissent selon k.
   (c) L'entropie $S[u^k] = -\sum_{j=1}^N u_j^k \cdot \ln u_j^k$ augmente avec k.
4. Convergence vers un état d'équilibre. Cela assure un résultat final stable du processus de diffusion.

Si on isole u^{k+1}, on écrit le schéma sous la forme :

$$\begin{cases} u^0 = f \\ u^{k+1} = Q(u^k) \cdot u^k \end{cases} \tag{3.4}$$

Pour que ce schéma se place dans le cadre multiéchelle, il faut que $Q\left(u^k\right) = \left(q_{ij}\left(u^k\right)\right)_{(i,j)\in J^2}$ vérifie les critères suivants :

1. Continuité : $Q \in C\left(\mathbb{R}^N, \mathbb{R}^{N\times N}\right)$.
2. Symétrie : $q_{ij} = q_{ji} \;\; \forall\,(i,j) \in J^2$.
3. Somme des lignes unitaire : $\sum_{j\in J} q_{ij} = 1 \;\; \forall i \in J$.
4. Positivité : $q_{ij} \geq 0 \;\; \forall\,(i,j) \in J$.
5. Positivité stricte de la diagonale : $q_{ii} > 0 \;\; \forall i \in J$.
6. Irréductibilité : on peut toujours relier deux pixels par un chemin où les diffusivités ne tendent pas vers 0. $\forall (i,j) \in J$, $\exists k_0, \ldots, k_r$ *avec* $k_0 = i$ *et* $k_r = j$ *tels que* $q_{k_p k_{p+1}} \neq 0$ *pour* $p = 0, \ldots, r-1$.

Si la fonction de diffusion remplit les critères de restauration et de stabilité donnés dans le paragraphe suivant et si le pas de temps choisi est inférieur aux limites théoriques du schéma considéré, le schéma explicite, le schéma semi-implicite et le schéma AOS appliqués à la diffusion entrent dans la théorie multiéchelle. La diffusion est donc dans chaque cas un processus de traitement d'image suivant une évolution avec des propriétés intéressantes. Le choix du schéma se fera donc en fonction de la facilité de calcul et de la rapidité de la diffusion.

3.4 Différents paramètres de la diffusion

3.4.1 Fonction de diffusion

Pour que la diffusion se fasse de la façon souhaitée, avec un résultat stable et des contours conservés, il faut que la fonction de diffusion g respecte certains critères. Si on prend $g\left(|\nabla u|\right) = \frac{\Phi'(|\nabla u|)}{|\nabla u|}$, alors l'équation de diffusion s'interprète comme une descente de gradient le long d'une surface d'énergie $E(u)$ définie par :

$$E(u) = \int_{\Omega} \Phi\left(|\nabla u|\right) d\Omega$$

et elle se met sous la forme :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\nabla E = \Phi''\left(|\nabla u|\right) u_{\xi\xi} + \frac{\Phi'\left(|\nabla u|\right)}{|\nabla u|} u_{\eta\eta} \tag{3.5}$$

avec ξ la direction du gradient et η la direction orthogonale au gradient. En 3 dimensions, on peut faire intervenir la courbure principale pour déterminer la direction de diffusion [4].

3.4.1.1 Critères de stabilité

Si l'on impose les deux contraintes :

$$\begin{aligned} \Phi''\left(|\nabla u|\right) &\geq 0 \\ \Phi'\left(|\nabla u|\right) &\geq 0 \end{aligned}$$

l'énergie $E(u)$ est alors convexe, elle possède un minimum unique, et la stabilité du processus est assurée.

3.4.1.2 Critères de restauration

Le but à atteindre, pour réduire le bruit et conserver la précision des contours, est d'obtenir une diffusion isotrope dans les régions homogènes et une diffusion suivant η dans les zones à fort gradient.

Avec l'équation 3.5 (p. 21) on peut interpréter ces critères par rapport à la fonction Φ :

- le premier donne :

$$\lim_{x \to 0} \frac{\Phi'(x)}{x} = \lim_{x \to 0} \Phi''(x) = \Phi''(0) > 0$$

- le deuxième donne :

$$\lim_{x \to 0} \Phi''(x) = 0 \;\; et \;\; \lim_{x \to \infty} \frac{\Phi'(x)}{x} = Constante > 0$$

3.4.2 Seuil sur le gradient

Toutes les fonctions de diffusion comportent un seuil. Ce seuil indique si le point considéré fait partie d'un contour ou non. Et la diffusion effectuée en dépend : si le point est dans un contour, il ne faut pas diffuser dans la direction orthogonale au contour. Si le point n'est pas dans un contour, la diffusion peut être isotrope.

Plusieurs idées ont été données pour fixer ce seuil :

- quantile de l'histogramme de la norme du gradient. En effet les contours correspondent aux endroits où la norme du gradient est importante. Et ils représentent une faible proportion de l'image. On peut donc fixer le seuil aux alentours de 80 % de l'intégrale de l'histogramme de la norme du gradient.
- propriétés statistiques des régions homogènes.
- géométrie locale de l'image, par exemple la courbure.

3.4.3 Pas de temps

Le pas maximal possible dépend du schéma utilisé. Le schéma AOS permet d'allier un pas de temps important équivalent au schéma semi-implicite et une facilité de calcul. Un pas de temps important permet d'accélérer la diffusion mais aussi de prendre un temps de diffusion plus important tout en assurant la stabilité.

3.4.4 Temps de diffusion

Suivant le résultat souhaité, on fixe le temps de diffusion. Cela détermine le nombre de régions obtenues à la fin de la diffusion. Du moment que la convergence est assurée, on peut tester différents temps de diffusion et choisir celui qui correspond le mieux à la segmentation souhaitée. Pour des pas de temps proches de l'instabilité, on ne peut pas utiliser de grands temps de diffusion car la divergence due à l'instabilité se cumule, comme on se base sur l'image précédente pour calculer la nouvelle.

Chapitre 4

Segmentation par modèles déformables

Le médecin ne veut pas avoir une "jolie image". Il veut avoir à sa disposition un maximum d'informations et être sur de leur fiabilité. C'est pourquoi le but final du filtrage est de permettre une segmentation efficace des images obtenues. C'est l'étape où l'on extrait l'information de l'image. Et pour le faire de manière automatique, il faut minimiser le bruit tout en homogénéisant les zones anatomiques à segmenter.

Pour segmenter des images tout en assurant une bonne régularité aux éléments trouvés, on peut utiliser des modèles déformables. Un modèle déformable peut être vu comme une surface qui s'équilibre sous l'influence de deux potentiels. C'est un objet évolutif qui réunit :

1. une représentation géométrique, par laquelle on décrit la forme.
2. une fonction d'énergie, contrôlant les déformations du modèle. L'énergie mesure la régularité du modèle et sa fidélité vis-à-vis des données. Elle est composée de :

   (a) une énergie interne ou énergie de déformation, généralement associée aux degrés de liberté géométriques du contour (cas 2-D) ou de la surface (cas 3-D). Cette énergie augmente lorsque la forme s'éloigne de sa position dite de repos.

   (b) une énergie externe, représentant l'adéquation de la forme par rapport aux données, par exemple sous la forme d'un potentiel attractif entre le modèle et les points de contour de l'image.

Cette énergie potentielle donne lieu à des forces externes qui déforment le contour de manière à ce qu'il s'adapte aux données.

Les maillages simplexes sont une catégorie de modèles déformables discrets qui se caractérisent par le fait que chaque sommet possède exactement trois voisins. Ce type de maillage permet de représenter n'importe quelle topologie. Il est donc adapté à la description d'objets géométriques complexes comme les structures anatomiques. La structure particulière des maillages simplexes leur confère des propriétés intéressantes pour exprimer de manière simple le terme d'énergie interne.

Une information essentielle pour évaluer la bonne santé d'une personne est le volume du ventricule gauche de son cœur. Il permet de calculer la fraction d'éjection, qui est un paramètre très important pour connaître la bonne santé du myocarde. En effet, le ventricule gauche est celui qui propulse le sang dans tout le corps. Une fois la segmentation effectuée, il est facile de calculer ces valeurs. Et la segmentation en trois dimensions permet aussi de visualiser la cinétique du myocarde sur toute sa surface et donc de déceler si certaines zones sont présentent des anomalies de mouvement. Le résultat idéal étant de suivre le mouvement de chaque point du ventricule.

La segmentation par modèles déformables utilise souvent le gradient de l'image comme énergie externe, car les fortes variations de gradient se produisent sur les contours. Sur les images échographiques, les fortes variations d'intensité se produisent aux interfaces et donc localisent déjà les contours. On peut donc utiliser l'intensité de l'image et non celle du gradient comme énergie externe.

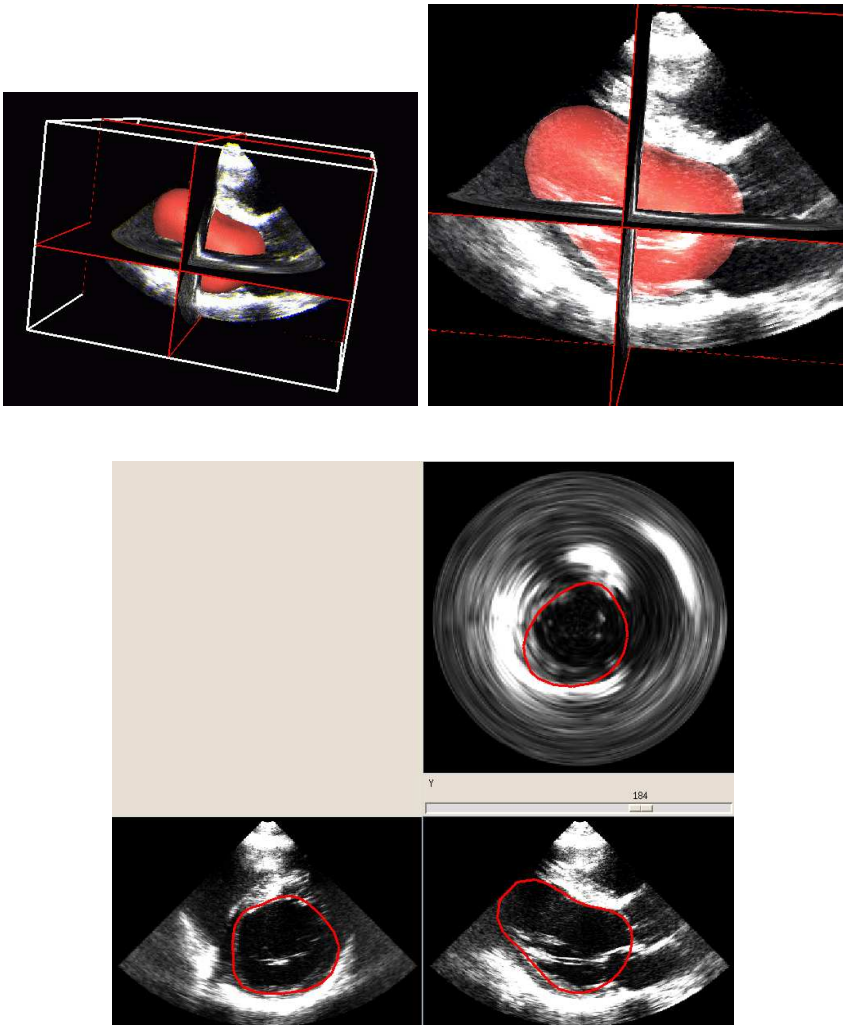
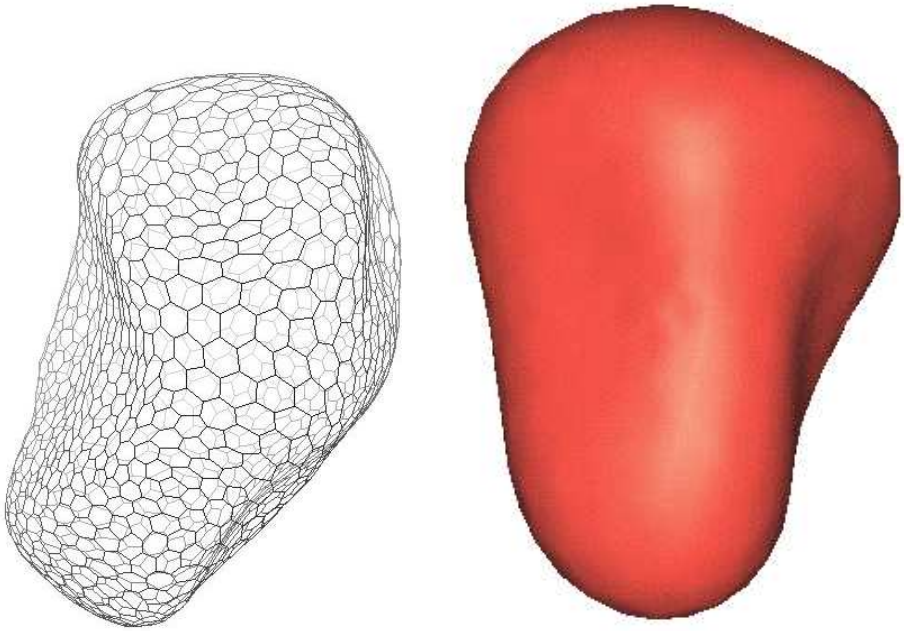


FIG. 4.1 – Les modèles déformables : la surface évolue dans l'image 3D pour s'adapter aux fortes intensités. Vues en 3D du modèle dans l'image (en haut) et intersection du modèle avec 3 plans de coupes orthogonaux (en bas).



(a) Maillage simplex obtenu (b) rendu 3D de la surface obtenue

FIG. 4.2 – Le volume du ventricule gauche segmenté.

Chapitre 5

Résultats expérimentaux

Tous mes travaux ont été codés en C++ et utilisent la librairie de manipulation et de visualisation d'images YAV++ développée au laboratoire Épidaure par Johan Montagnat et Hervé Delingette. L'utilisation de cette librairie m'a offert un grand confort de programmation et m'a permis de me concentrer sur les algorithmes. Je remercie Johan pour son aide fréquente. J'ai aussi utilisé la Matrix Template Library[1] pour le schéma AOS, car elle permet d'optimiser le stockage des matrices tridiagonales.

5.1 Interpolation bilinéaire

Pour me familiariser avec le repère polaire utilisé par la sonde et la manipulation des images échographiques, j'ai d'abord mis en place un programme d'interpolation. En effet, pour visualiser les données, il faut les échantillonner selon une grille régulière en coordonnées cartésiennes, sinon les éléments ne sont pas reconnaissables.

Pour pouvoir reconstruire une image échographique à partir des données de la sonde, il faut connaître la taille des voxels et la profondeur minimum à partir de laquelle l'image commence. De plus il faut savoir l'angle α_0 balayé par la sonde.

Toutes ces informations dépendent de la sonde utilisée et doivent donc être disponibles avec le fichier image pour pouvoir travailler sur ces données.

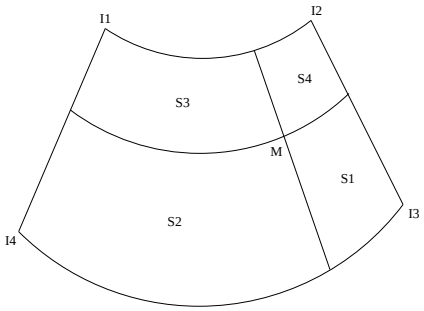
L'interpolation bilinéaire permet d'estimer l'intensité d'un point M quelconque par pondération de l'intensité de ses quatre voisins les plus proches :

[1] Page web MTL : http ://www.lsc.nd.edu/research/mtl

(a) Image polaire du cœur

(b) Interpolation cartésienne

FIG. 5.1 – Passage de l'image polaire à l'image cartésienne.



L'intensité du point M est $I = \frac{1}{S_1+S_2+S_3+S_4} * (S_1I_1 + S_2I_2 + S_3I_3 + S_4I_4)$ avec S_i la surface du cadrant considéré.

Plus les points sont loin de l'origine, plus l'interpolation est importante, donc moins les données sont précises. L'interpolation peut amener à créer deux contours là où il n'y en a qu'un dans les zones où la densité d'information est faible.

De plus, en trois dimensions se pose le problème de différence d'intensité entre les différents plans. Ce qui peut provoquer des discontinuités au niveau de l'axe central.

5.2 Calculs de gradient

Comme le processus de la diffusion anisotrope se base sur la direction du gradient, il faut avoir un calcul de gradient qui soit le plus fiable possible. C'est pourquoi j'ai testé différents types de calculs de gradient, dont :

1. Figure 5.2 (a) : gradient cartésien calculé avec des masques polaires pour avoir un lissage suffisant, qui élimine une partie du bruit, il faut des masques de grande taille, ce qui rend le calcul très long. Mais le résultat est meilleur que le calcul du gradient cartésien sur l'image cartésienne après interpolation.
2. Figure 5.2 (b) : gradient polaire calculé avec des filtres récursifs l'utilisation de filtres récursifs rend le temps de calcul indépendant de la taille du masque. Ce résultat conserve aussi mieux les continuités des éléments. De plus, il fait mieux ressortir certaines structures. Mais le passage des dérivées partielles au gradient polaire oblige à une multiplication par la matrice Jacobienne locale exacte alors que les voisinages utilisés pour le calcul du gradient sont grands, en particulier loin de l'origine.

Images synthétiques

Un travail sur des images synthétiques est à finir pour évaluer numériquement les différences entre les méthodes de calcul de gradient. On prend une image avec une intensité croissante de façon régulière :

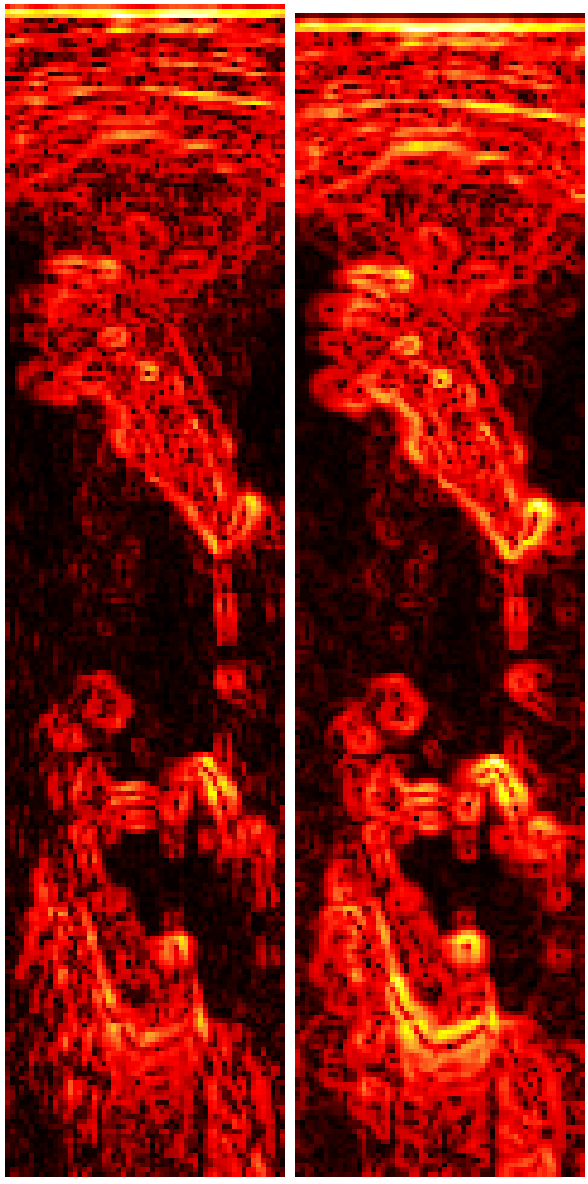
$$I(x, y) = 2 * x + 3 * y$$

puis on la passe en coordonnées polaires avec le système 3.1, p. 14 :

$$I(r, \alpha) = 2 * (50 + r * \sin(\alpha - \pi/4)) + 3 * r * \cos(\alpha - \pi/4)$$

et enfin on l'interpole en coordonnées cartésiennes. On peut alors calculer les différences sur chaque composante du gradient entre les valeurs théoriques et les valeurs données par chaque méthode.

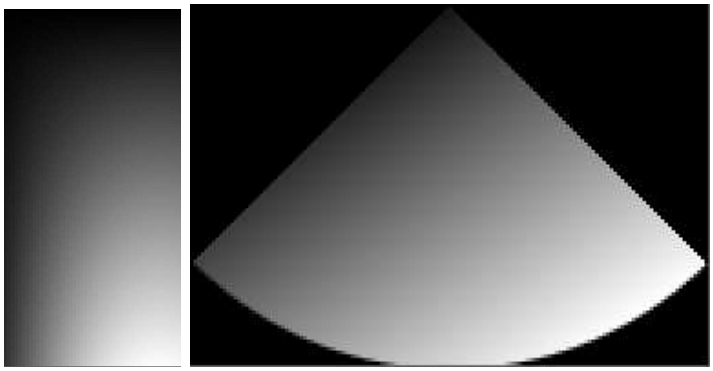
On observe sur différentes méthodes que les composantes du gradient suivent une croissance semblable à celle de l'intensité, alors qu'elles devraient être constantes. Des évaluations numériques devraient permettre de quantifier cette dérive et peut être de l'expliquer.



(a) Calcul cartésien par masques

(b) Calcul polaire par filtres récursifs

FIG. 5.2 – Deux méthodes de calcul de gradient.



(a) en polaires (b) interpolation cartésienne

FIG. 5.3 – Images synthétiques.

5.3 Diffusions effectuées

5.3.1 Fonction de diffusion

Une fonction de diffusion proposée par Joachim Weickert (voir [9]) est :

$$g(x) = 1 - \exp\left(-\frac{3.315}{\left(\frac{x}{\lambda}\right)^4}\right)$$

on a alors :

$$\Phi'(x) = x - x * \exp\left(-\frac{3.315}{\left(\frac{x}{\lambda}\right)^4}\right)$$

et

$$\Phi''(x) = 1 - \exp\left(-\frac{3.315}{\left(\frac{x}{\lambda}\right)^4}\right) - x * \exp\left(-\frac{3.315 * 4 * \lambda^4}{x^5}\right)$$

On a donc pas $\Phi'' \geq 0$ sur $\{R\}^+$. La stabilité n'est donc pas assurée. Mais les fonctions de ce type ont pour avantage de pouvoir rehausser les contours : les différences d'intensité peuvent augmenter.

En effet,

$$\partial_t u = \Phi''\left(|\nabla u|\right) u_{\xi\xi} + \frac{\Phi'\left(|\nabla u|\right)}{|\nabla u|} u_{\eta\eta}$$

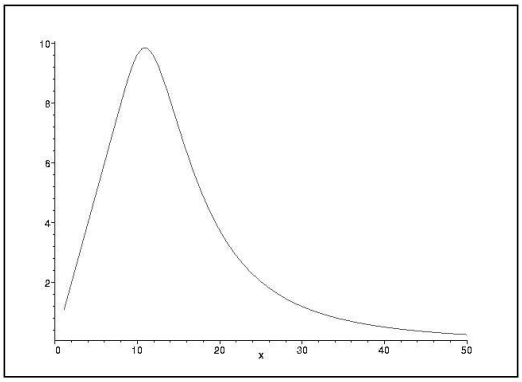


FIG. 5.4 – Variations de Φ', avec $\lambda = 10$.

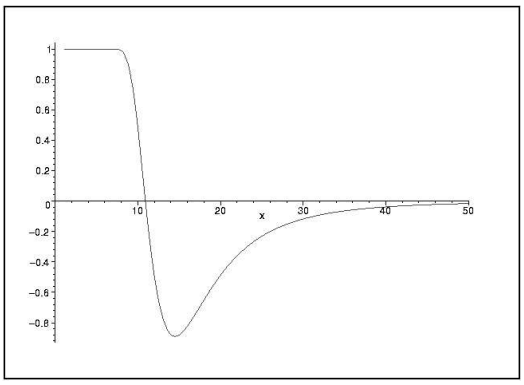


FIG. 5.5 – Variations de Φ'', avec $\lambda = 10$.

Donc pour la fonction considérée, à un endroit de fort gradient, la diffusion va être forte parallèlement au contour et inversée orthogonalement au contour car le coefficient est négatif (figure 5.5). La diffusion va aller u niveau de gris le plus faible vers le niveau de gris le plus fort ! La différence d'intensité va donc être augmentée et le contour rehaussé.

5.3.2 Seuil sur chaque composante du gradient

Pour chaque itération, l'histogramme de la composante considérée est calculé, et le seuil choisi est celui correspondant à 80 % du gradient cumulé. En effet les contours correspondent à de forts gradients et à une faible proportion de l'image.

Ce calcul est rapide par rapport aux manipulations matricielles car il nécessite seulement un parcours de l'image, il peut donc être effectué à chaque itération. On observe une diminution du seuil au long de la diffusion, ce qui est normal car le nombre de contours diminue alors que les régions s'homogénéisent. En trois itérations, le seuil diminue de moitié.

Voici l'évolution des seuils sur une diffusion 4D avec schéma AOS :

	État initial	Après la 1ère itération	Après la 2ème itération
seuil sur x	10	5	4
seuil sur y	14	7	5
seuil sur α	26	19	16
seuil sur t	22	13	10

La diffusion dure 3 unités de temps avec un pas de temps de 1. La décroissance des seuils est très nette, surtout entre l'état initial et la fin de la première itération. Elle dépasse 50% dans trois cas sur quatre. Et les valeurs obtenues pour les seuils sont très différentes, la diffusion est bien anisotrope. Les seuils sur α et t sont plus du double des seuils en x et y. L'hétérogénéité entre ces dimensions apparaît donc bien dans la valeur des seuils.

5.3.3 Diffusion anisotrope hétérogène non linéaire

Le calcul a été réalisé sur l'équation :

$$\partial_t u = div\left(D\left(\nabla u_\sigma\right) \cdot \nabla u\right)$$

avec

$$D\left(\nabla u_\sigma\right) = \begin{pmatrix} 1-\exp\left(-\frac{3.315}{\left(\frac{\partial_x u}{\lambda_x}\right)^4}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 1-\exp\left(-\frac{3.315}{\left(\frac{\partial_y u}{\lambda_y}\right)^4}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 1-\exp\left(-\frac{3.315}{\left(\frac{\partial_z u}{\lambda_z}\right)^4}\right) \end{pmatrix}$$

5.3.3.1 Schéma explicite

Une grande rapidité de calcul est obtenue grâce aux filtres récursifs de Deriche [2], qui ont été utilisés pour calculer le gradient et la divergence. Ils permettent de travailler à différentes échelles, car le temps de calcul est indépendant du voisinage considéré. Mais on perd le caractère local, ce qui donne une mauvaise élimination du bruit, car un lissage sur un grand voisinage intervient et cela augmente la valeur du gradient. En effet, le scintillement crée des gradients relativement élevés dans les zones homogènes. Un pas de temps trop important entraîne une dérive des valeurs de l'intensité vers des valeurs négatives, car la stabilité du schéma nécessite un pas de temps faible.

5.3.3.2 Schéma AOS

Ce schéma nécessite un calcul matriciel moins coûteux que le schéma semi-implicite, mais plus long que le schéma explicite. Cependant il est complètement parallélisable, ce qui permet de regagner en temps de calcul. Le schéma AOS permet de passer à un pas de temps beaucoup plus important que le schéma explicite et donc d'avoir un lissage plus important plus rapidement.

Ce schéma a été mis en place avec des différences finies centrées, sur un voisinage de trois pixels. L'image est parcourue suivant la dimension que l'on diffuse et codée comme un vecteur. La différenciation se résume ensuite à la multiplication par une matrice tridiagonale. Et l'algorithme d'inversion de matrice tridiagonale implémenté est l'algorithme de Thomas [9], qui est valable pour toute matrice tridiagonale à diagonale dominante. Il repose sur la décomposition LR (deux matrices bidiagonales, une inférieure, l'autre supérieure) et une élimination de type Gauss.

Si N est le nombre de pixels de l'image, ce schéma requiert 5N-4 multiplications/divisions et 3N-3 soustractions. La complexité de calcul est donc linéaire en N.

5.3.4 Résultats sur une image polaire du cœur

Les deux schémas de diffusion ont été testés avec le même jeu de paramètres, le premier étant adapté au schéma explicite, le deuxième au schéma AOS.

- Figure 5.6 , premier ensemble de paramètres :
  - Pas de temps : 0,1
  - Temps de diffusion : 1,0
  - Seuil sur le gradient : 80 % de l'histogramme cumulé de la composante considérée.

La diffusion effectuée a bien conservé les contours avec précision. Et les régions se sont homogénéisées. Mais le scintillement apparaît encore. Il faudrait augmenter la diffusion dans les régions homogènes.

- Figure 5.7 , deuxième ensemble de paramètres :
  - Pas de temps : 2,0
  - Temps de diffusion : 10,0
  - Seuil sur le gradient : 80 % de l'histogramme cumulé de la composante considérée.

Le schéma explicite diverge pour un pas de temps si grand : les intensités finales sont entre -48 et 260 ! Et les petites structures ont disparues. Le schéma AOS permet des pas de temps bien plus grands et donc une diffusion bien meilleure car plus rapide sur un temps plus grand. Il faut maintenant mieux l'adapter à la géométrie des images et à l'utilisation en quatre dimensions. Du fait de la géométrie des données acquises, il y a une discontinuité entre deux plans consécutifs et donc une décorrellation du bruit suivant la composante angulaire. La diffusion volumique apporte donc déjà un lissage important, ce qui réduit l'ampleur du lissage temporel.

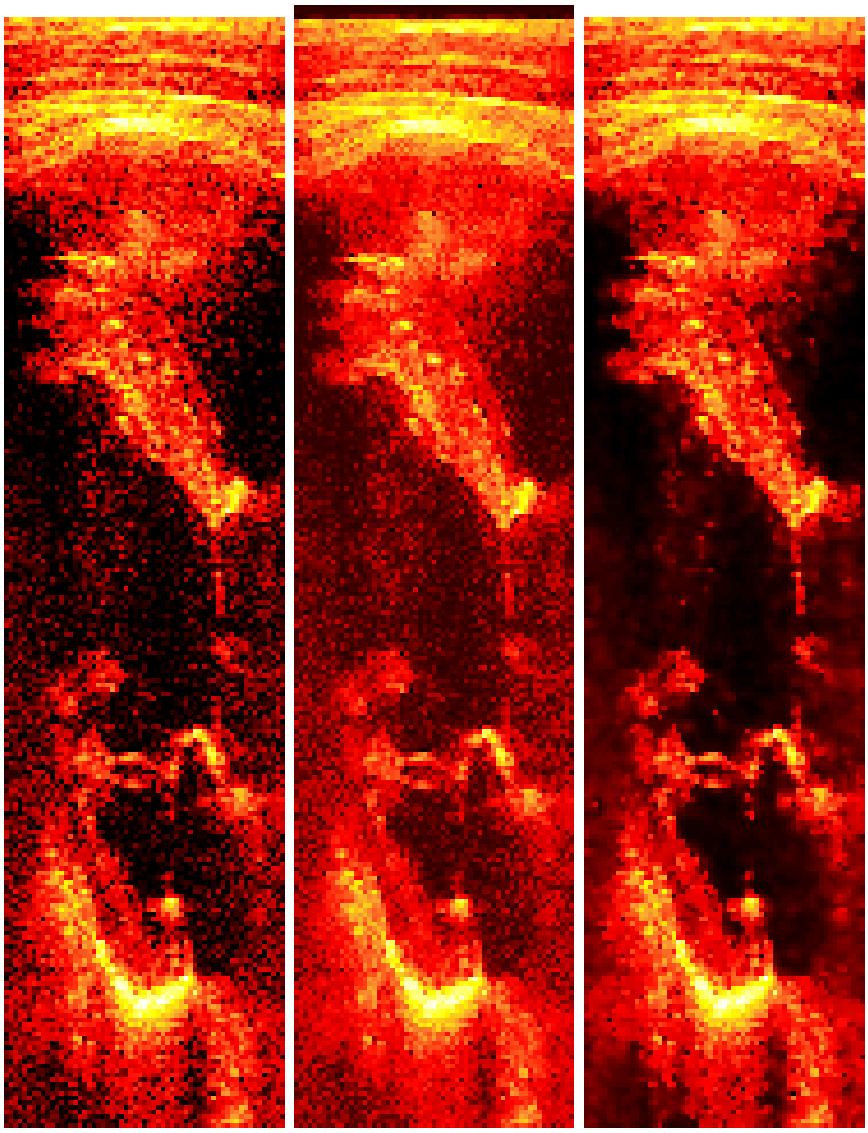
5.4 Résultats

La diffusion anisotrope 4D avec schéma AOS a été testée sur différentes séquences d'images du cœur. Puis une segmentation par modèle déformable a été effectuée (figure 5.8).

Les modèles déformables sont contrôlés par des paramètres dont :

- la rigidité, ce qui permet ou non les déformations locales.
- le type de déformation autorisé (rigide, affine,...).
- la force externe.

La force externe peut être basée sur la norme du gradient, ou sur une approche région. Quand elle est contrôlée par le gradient, le calcul est rapide, mais la déformation est grossière, car le gradient est très sensible au bruit.

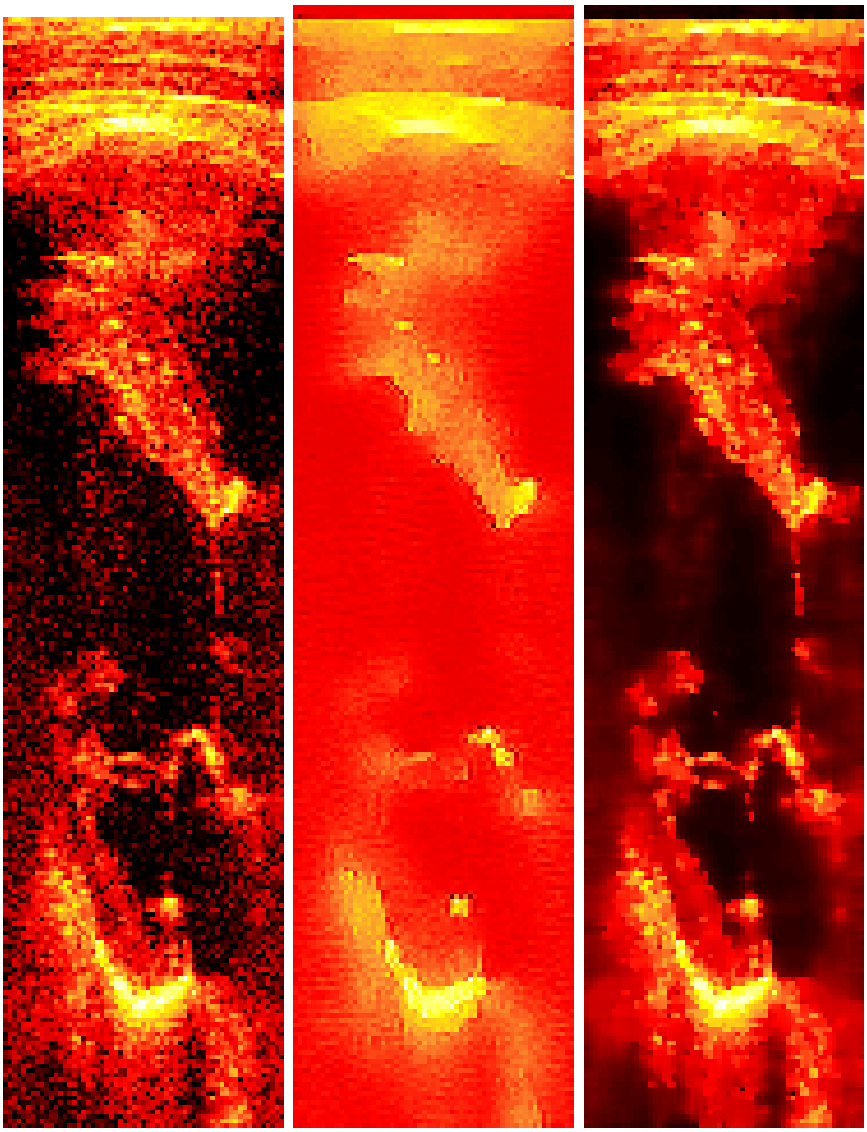


(a) image initiale

(b) après diffusion anisotrope, schéma explicite

(c) après diffusion anisotrope, schéma AOS

FIG. 5.6 – Première diffusion effectuée.



(a) image initiale

(b) après diffusion anisotrope, schéma explicite

(c) apres diffusion anisotrope, schema AOS

FIG. 5.7 – Deuxième diffusion effectuée.

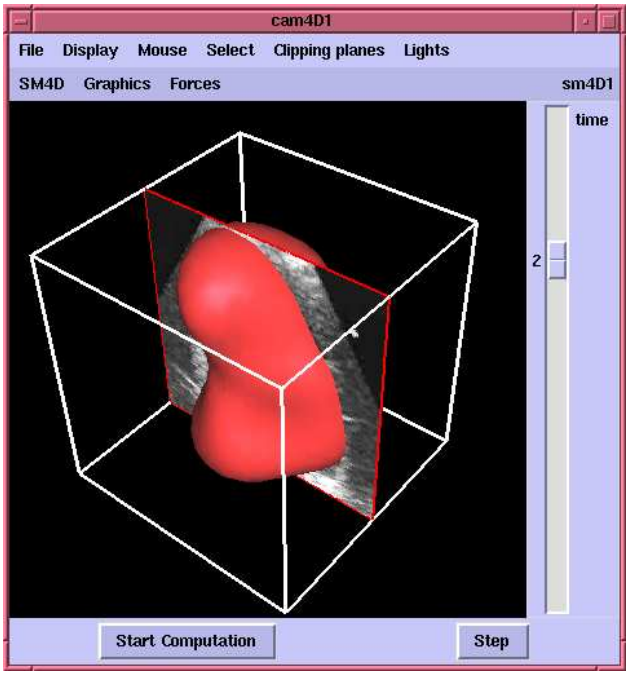


FIG. 5.8 – Modèle déformable 4D dans une image échographique du cœur.

On impose donc des contraintes sur le type de déformation et ce sont des déformations globales. Dans une approche région, on cherche une zone homogène à l'extérieur du modèle. Il se déforme si l'intensité est comprise entre les bornes fixées pour cette région et s'il se dirige vers un contour. Le calcul est plus long, mais il permet de faire des déformations locales sans grande sensibilité au bruit.

La librairie YAV++ utilisée permet d'imposer les paramètres sous forme de script, ce qui assure les mêmes contraintes de segmentation dans les images avec ou sans diffusion. Les modèles déformables étant contrôlés par plus d'une dizaine de paramètres, il est important de pouvoir utiliser les mêmes paramètres pour comparer le résultat sur ces deux séquences.

Les différentes étapes des contraintes imposées au modèle ont été :

1. Transformation rigide globale, pour placer le modèle au mieux dans l'image (15 itérations).
2. Similitude, pour obtenir la bonne échelle (15 itérations).
3. Transformation affine, avec plus de liberté locale, pour permettre au modèle de coller aux contours (10 itérations).
4. Déformations locales avec recherche de région fermée dans des bornes d'intensité (30 itérations).

Le modèle déformable est adapté à son utilisation dans un cadre 4D par un paramètre de rigidité temporelle, qui induit une contrainte de régularité temporelle. De plus, une telle méthode de segmentation nécessite une initialisation. L'utilisation dans des séquences 4D permet de prendre la segmentation de l'étape précédente comme modèle initial pour l'étape suivante.

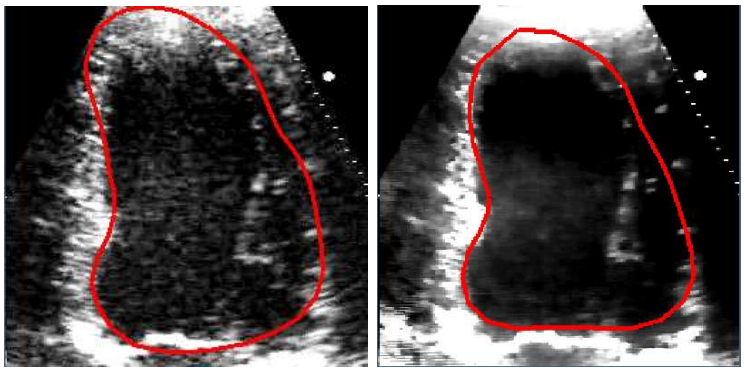
L'exemple que nous présentons sur une séquence 4D (de qualité assez faible et possédant des défauts de numérisation) donne des résultats intéressants (figure 5.9, p. 40).

Tout d'abord, l'utilisation de la diffusion anisotrope facilite le choix des seuils pour l'énergie externe sur le modèle car les différentes zones sont plus homogènes. Ceci permet une meilleure automatisation de la segmentation. De plus, les contours sont plus nets donc le modèle déformable est mieux contrôlé : on observe sur cette segmentation que la diffusion anisotrope permet d'éviter que le modèle sorte de l'image, par manque de contour marqué. En effet, l'homogénéisation de la zone centrale permet d'obtenir un gradient plus important aux contours. En outre, la fonction de diffusion utilisée amplifie les différences d'intensité, donc le gradient augmente. La diffusion renforce aussi la continuité des structures, ce qui permet de mieux éviter que le modèle dépasse les contours dans les zones avec moins d'information. Et elle apporte une meilleure résistance aux problèmes de digitalisation (figure 5.9 (e) et (f), p. 40).

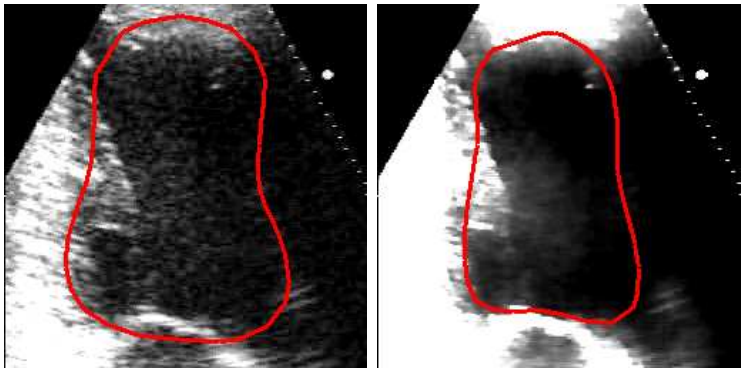
Donc le résultat 4D est bien différent (figure 5.10, p. 41). Le volume est plus faible car plus proche des contours, le calcul de la fraction d'éjection sera donc plus exact.

Temps de calcul :

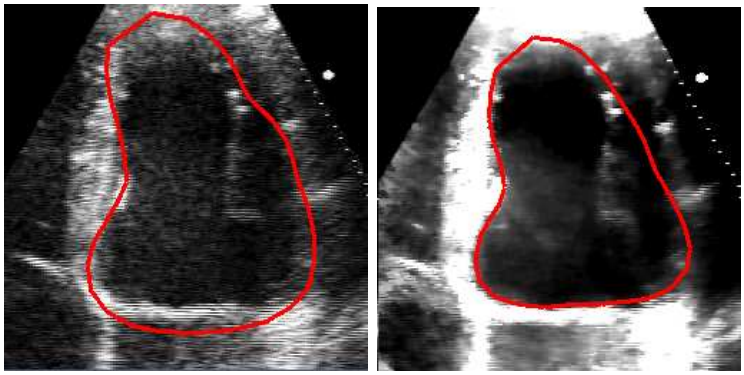
Sur une séquence de 5 images 3D $256 \times 256 \times 17$ codées sur 8 bits, une diffusion anisotrope avec schéma AOS pendant 3 unités de temps avec un pas de temps de 1 a pris une heure et dix minutes de temps CPU et 524 Mo de mémoire vive sur une station Digital Alpha à 500 Mhz avec 1 Go de mémoire vive. Le parcours de l'image, le calcul de l'histogramme et celui du seuil prennent en tout 5 secondes CPU. Le principal du temps de calcul est donc l'algorithme de Thomas appliqué à une matrice de taille $5\,570\,560^2$. Il serait donc intéressant d'optimiser le stockage des données pour diminuer la taille de cette matrice. Le fait de travailler en coordonnées polaires permet déjà de réduire cette taille. La segmentation par modèle déformable a l'avantage sur d'autres méthodes de segmentation d'être très rapide. Chaque itération prend quelques secondes. La segmentation d'une séquence 4D prend donc moins de 5 minutes (en comptant la visualisation simultanée).



(a) sans diffusion (b) avec diffusion

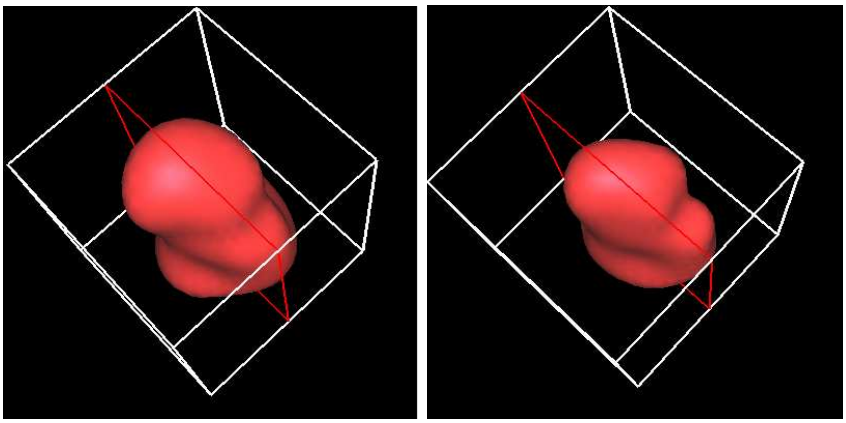


(c) sans diffusion (d) avec diffusion



(e) sans diffusion (f) avec diffusion

FIG. 5.9 – Vue en 2D de la segmentation.



(a) sans diffusion (b) avec diffusion

FIG. 5.10 – Modèles 4D

Conclusion

Le travail sur les échographies 4D est très intéressant car ces images apportent un réel progrès dans l'aide au diagnostic et leur facilité d'acquisition en font un outil pratique et utilisé.

Le filtrage par diffusion anisotrope donne de bons résultats dans l'élimination du scintillement dans les zones de grande surface. Mais ils peuvent être rendus meilleurs en améliorant la conservation des petites structures importantes à la segmentation [8]. En effet, le mode de diffusion doit être mieux adapté à ce type d'imagerie. De plus, l'utilisation des quatre dimensions n'est pas encore optimale, car le recalage entre coupes n'est pas encore précis. Mais l'exploitation de toutes les dimensions doit permettre une amélioration du filtrage et donc de la segmentation. Cependant, il est clair que l'utilisation de dimensions supplémentaires entraîne aussi des difficultés au niveau numérique et temps de calcul. Et la segmentation par modèles déformables doit aussi être adaptée à la géométrie des images. L'utilisation de ces outils peut s'élargir à d'autres types d'images 4D, comme les Images par Résonance Magnétique fonctionnelles. De plus en plus de modalités d'imagerie médicale permettent d'obtenir des séquences 4D, et il faut pouvoir les exploiter avec des outils spécifiques.

Le travail dans un laboratoire comme Épidaure est très enrichissant car les domaines traités sont variés, et l'on travaille sur un procédé de sa conception jusqu'à sa mise en place informatique. Je tiens à remercier tout le laboratoire pour son accueil, son aide et les enseignements qu'il m'a apporté.

Bibliographie

[1] L. Alvarez, P.-L. Lions, and J.-M. Morel. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion. *SIAM Numerical Analysis*, 29(3) :845–866, June 1992.

[2] R. Deriche and O. Faugeras. Les edp en traitement des images et vision par ordinateur. Technical Report 2697, INRIA, 1995.

[3] I. Herlin and N. Ayache. Features extraction and analysis methods for sequences of ultrasound images. In *European Conference in Computer Vision (ECCV)*, pages 43–57, 1992.

[4] K. Krissian, G. Malandain, and N. Ayache. Directional anisotropic diffusion applied to segmentation of vessels in 3d images. Technical Report 3064, INRIA, 1996.

[5] G. Malandain. *Filtrage, Topologie et Mise en correspondance d'images médicales multidimensionnelles.* PhD thesis, École Centrale Paris, 1992.

[6] J. Montagnat, H. Delingette, and G. Malandain. Cylindrical echocardiographic images segmentation based on 3d deformable models. In *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI)*, 1999.

[7] G. I. Sanchez-Ortiz, D. Rueckert, and P. Borger. Knowledge-based tensor anisotropic diffusion of cardiac magnetic resonance images. *Medical Image Analysis*, 3(1) :77–101, 1999.

[8] J. Weickert. *Anisotropic diffusion in image processing.* Teubner Verlag, 1998.

[9] J. Weickert. Efficient and reliable schemes for nonlinear diffusion filtering. *IEEE Transactions on Image Processing*, 7(3) :398–410, 1998.