

# Imagerie Médicale

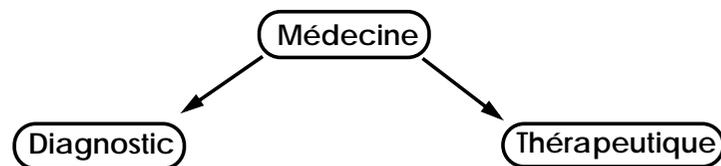
## Imagerie volumique

Johan Montagnat  
Johan.Montagnat@sophia.inria.fr

**INRIA**  
Projet Epidaure



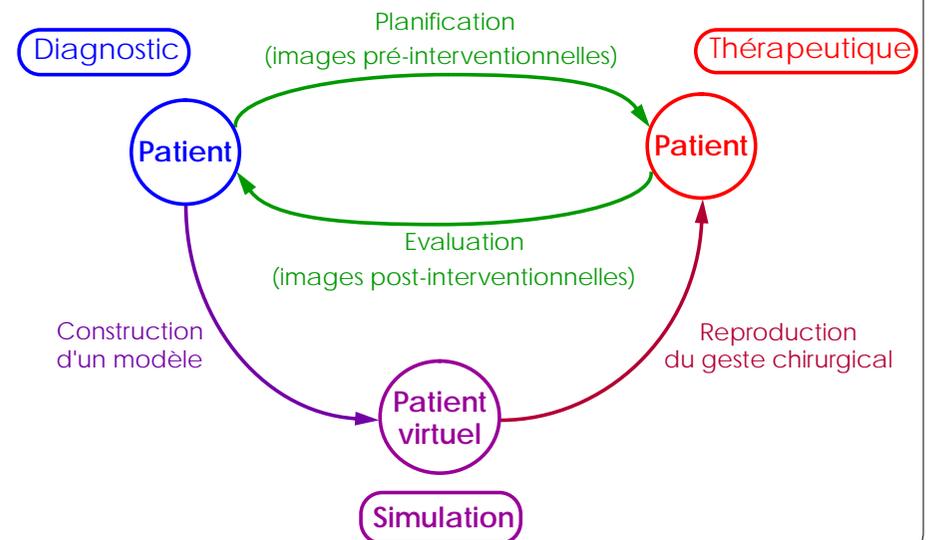
## Introduction de l'image en médecine



- examen clinique
- symptômes
- constantes biologiques
- signaux électrophysiologiques
- **images médicales** macroscopiques: paramètres physiques, physiologiques chimiques ou fonctionnels présentés sous forme d'image.

- médication
- chirurgie
- **vidéo-chirurgie**
- **endoscopie**
- **radiothérapie**

## Utilisation clinique des images



## Les pathologies dans l'image

- ❖ Différence entre **forme** examinée et forme connue  
sténose: rétrécissement vasculaire
- ❖ Variation locale de l'**intensité** dans une image  
tumeur: tissu nécrosé donc peu irrigué
- ❖ **Contraste** anormal entre un organe et ses voisins  
anomalie de la perfusion myocardique
- ❖ **Texture** inhabituelle  
ostéoporose: décalcification entraînant une porosité des os

## Rôle du traitement d'images

- Reconstruction des images (interne aux capteurs)
- ❖ Amélioration/filtrage des images
- ❖ Outils de visualisation/navigation dans les images
- ❖ Quantitatifs des paramètres
- ❖ Fusion de données multi-modales
- ❖ Aide au diagnostic / diagnostic automatique
- ❖ Planification d'interventions chirurgicales
- ❖ Simulation
- ❖ Etude statistique sur un grand nombre de cas

## Production des images médicales

---

---

## Modalités d'acquisition

- ❖ Radiographie
  - rayons X
- ❖ Tomodensitométrie (scanner X)
  - rayons X, 3D
- ❖ Imagerie ultrasonore (échographie)
  - ultrasons (1 à 10 MHz), 2D ou 3D
- ❖ Imagerie par résonance magnétique (IRM)
  - champs magnétiques intenses (0,5 à 4 T), 3D
- ❖ Angiographies
  - rayons X, 2D
  - IRM, 3D
- ❖ Médecine nucléaire (MN) ou scintigraphies
  - isotopes radioactifs, 2D ou 3D

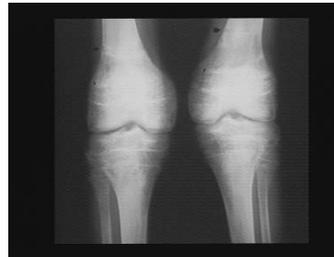
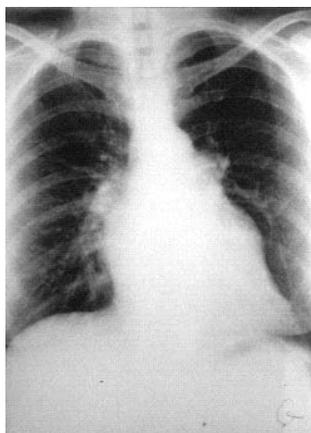
## Historique

- ❖ **1895:** Conrad Roentgen découvre les rayons X, première radiographie
- ❖ **1897:** Utilisation du bismuth (métal lourd) pour contraster le tube digestif
- ❖ **1898:** Pierre et Marie Curie découvrent la radioactivité
- ❖ **1914-1918:** Mise au point des premiers sonars
- ❖ **1917:** Johan Radon propose la transformée de Radon
- ❖ **1927:** Egas Moniz utilise l'iode minéral pour réaliser une angiographie cérébrale
- ❖ **1934:** Irène et Frédéric Joliot-Curie découvrent la radio-activité artificielle

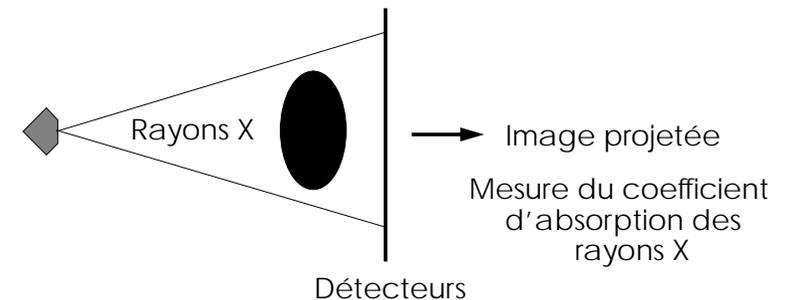
## Historique

- ❖ **1947:** Karl Dussik réalise une échographie cérébrale
- ❖ **1956:** Bracewell propose une formule d'inversion basée sur la transformée de Fourier
- ❖ **1961:** Oldendorf propose un premier prototype de scanner X
- ❖ **1971:** Hounsfield réalise le premier scanner X d'un patient
- ❖ **1975:** EMI et l'Université de Nottigham entreprennent la construction d'un imageur par résonance magnétique
- ❖ **1979:** Image IRM de bonne qualité d'un cerveau humain
- ❖ **1983:** Introduction d'ions paramagnétiques (gadolinium DTPA) pour augmenter le contraste

## Radiographie

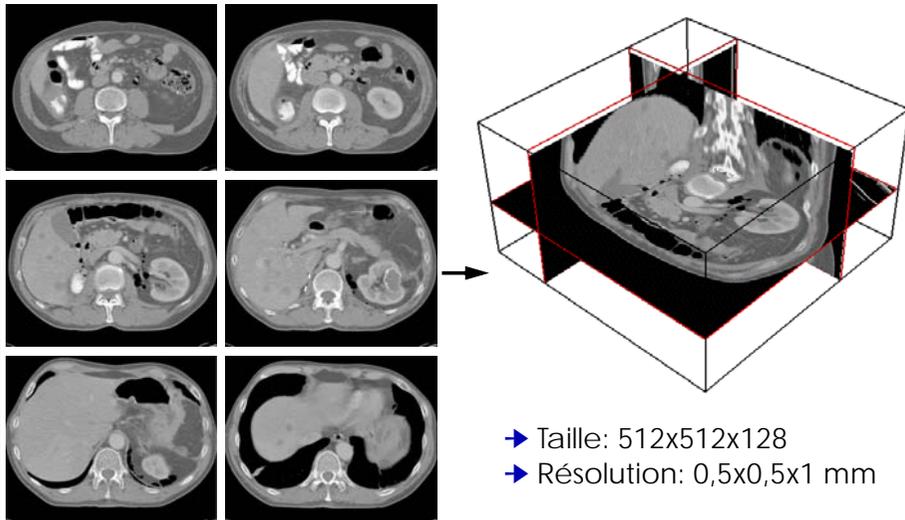


## Radiographie

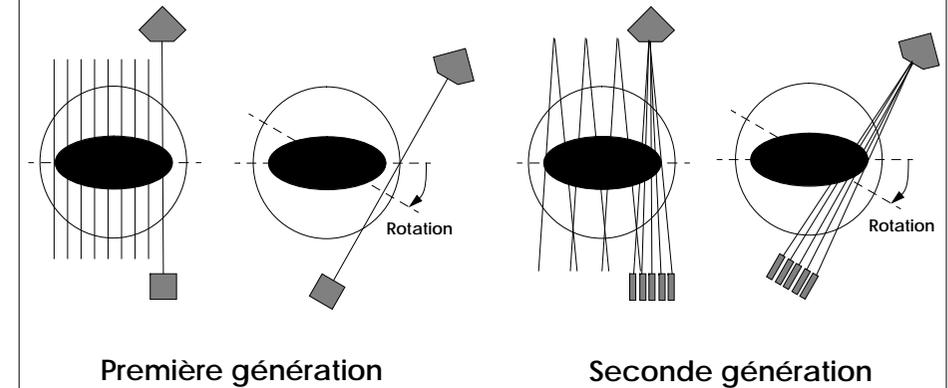


- Film photographiques
- Radiographies numériques (matrice de détecteurs 512x512)

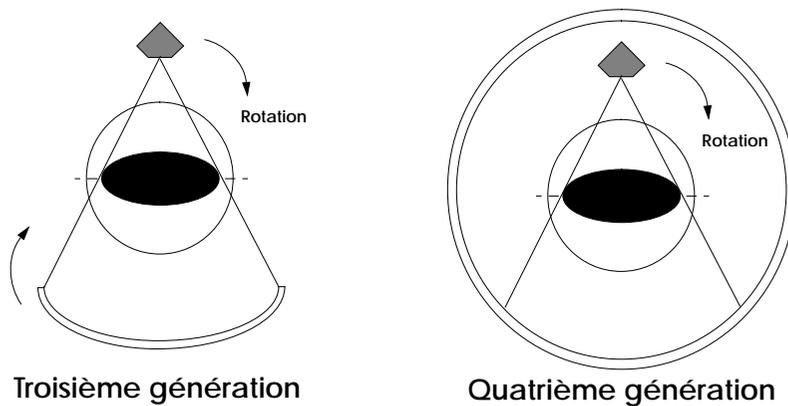
## Tomodensitométrie (scanner X)



## Plusieurs générations de scanner X

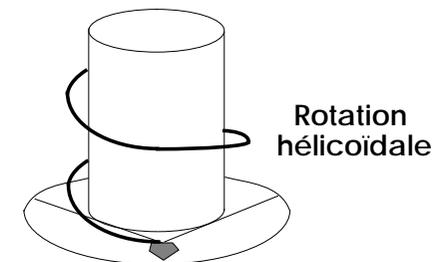


## Plusieurs générations de scanner X



- Diminuer l'exposition aux rayonnements des patients
- Diminuer le temps d'acquisition
- Utilisation de produits de contrastes

## Les scanners hélicoïdaux



- ❖ Avantages:
  - + Réduction de l'exposition aux rayons X
  - + Temps d'acquisition
- ❖ Inconvénient:
  - Qualité d'image (reconstruction plus importante)

## Image scanner et artefacts

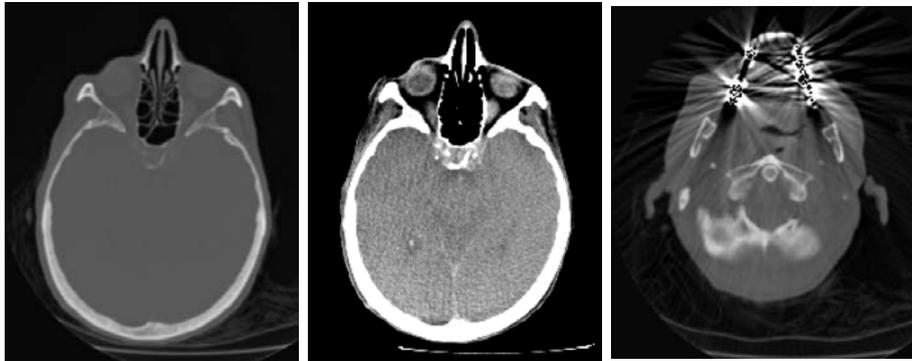


Image avec la dynamique originale

Fenêtrage Hounsfield

Artefacts

## Les images tridimensionnelles

- ❖ Pixels (2D) → Voxels (3D)
  - prise en compte de la continuité inter-coupes
  - troisième dimension souvent anisotrope
- ❖ Taille importante des images
  - $512 \times 512 \times 80 \times 2$  octets = 42 Mo
  - $1024 \times 1024 \times 512 \times 2$  octets = 1Go
- ❖ Problèmes de la reconstruction 3D
  - bruit des capteurs
  - interpolation
- ❖ Problèmes de biais
  - dus aux structures mesurées (masse osseuse...)
  - dus au procédé d'acquisition (atténuation du champ magnétique...)

## Reconstruction 3D

- ❖ On veut connaître la **distribution tridimensionnelle** d'un **paramètre physique**
  - tomodensitométrie: coefficient d'atténuation local des tissus aux rayons X
- ❖ Les données sont collectées pour chaque **tranche 2D** comme la **projection** de cette tranche sous différents angles
- ❖ La **tomographie axiale transverse** est le procédé permettant de reconstruire les plans de coupe
- ❖ L'**image 3D** est obtenue par empilement des plans et éventuellement **interpolation** des coupes pour rendre l'image isotrope

## Méthodes de reconstruction

- ❖ Méthodes algébriques
  - résolution (itérative) d'un système d'équations linéaires
- ❖ Méthodes analytiques
  - transformée de Radon + rétro-projection filtrée
  - transformée de Fourier
- ❖ Méthodes d'optimisation et d'estimation
  - maximisation d'entropie
  - maximisation de vraisemblance
- ❖ ...

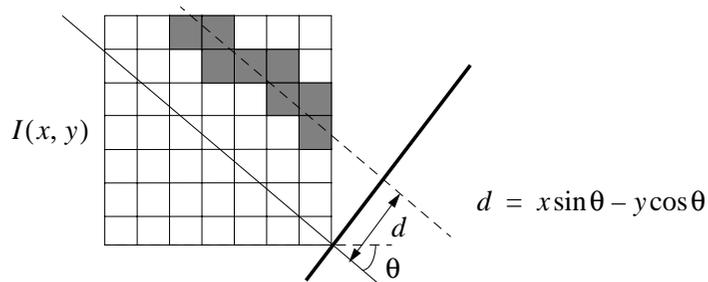
## Transformée de Radon

- ❖ Projection d'une image

$$P_{\theta}(d) = \sum_x \sum_y I(x, y) \delta(x \sin(\theta) - y \cos(\theta) - d)$$

avec

$$\delta(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

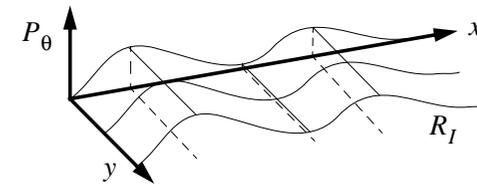


## Transformée inverse

- ❖ Rétro-projection obtenue par filtrage:

$$R_I(\theta) = P_{\theta}(d) \otimes f(d)$$

où  $f$  est un filtre monodimensionnel dont la réponse en fréquence est  $|\omega|$ .



- ❖ Image reconstruite:

$$\hat{I}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{\theta=0}^{2\pi} R_I(\theta) d\theta$$

## Transformées de Fourier

- ❖ Transformée de Fourier 1D

$$TF_{1D}(f(x)) = F(X) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-2i\pi x X} dx$$

$$TF_{1D}^{-1}(F(X)) = f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(X) e^{2i\pi x X} dX$$

- ❖ Transformée de Fourier 2D

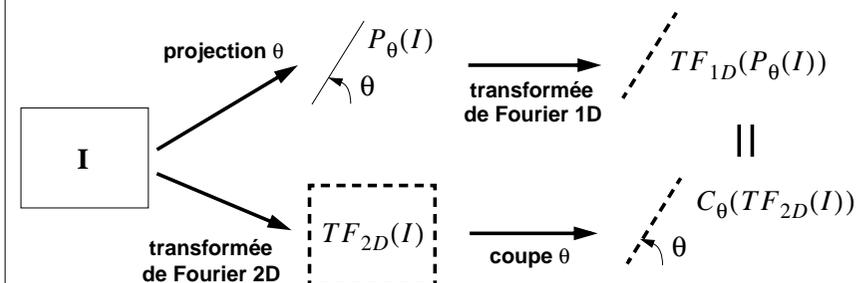
$$TF_{2D}(f(x, y)) = F(X, Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-2i\pi(xX + yY)} dx \right] dy$$

$$TF_{2D}^{-1}(F(X, Y)) = f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} F(X, Y) e^{2i\pi(xX + yY)} dX \right] dY$$

$$TF_{2D}^{-1}(F(r, \theta)) = f(x, y) = \int_0^{\pi} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} F(r, \theta) |r| e^{2i\pi r(x \cos \theta + y \sin \theta)} dr \right] d\theta$$

## Théorème du profil central de la transformée de Fourier

La transformée 1D d'une projection unidimensionnelle de l'image originale est égale à la coupe unidimensionnelle, dans la même direction, de l'image obtenue par la transformée 2D de Fourier de l'image originale.



## Espace 2D de Fourier en coordonnées polaires

- ❖ Expression de  $F$  en coordonnées polaires:

Soit  $F(X, Y) = TF_{2D}(I(x, y))$  et  $F(r, \theta)$  la représentation en coordonnées polaires de  $F$ .



- ❖ Reconstruction de  $I(x, y)$ :

$$I(x, y) = \int_0^\pi \underbrace{\left( \int_{-\infty}^{\infty} F(r, \theta) |r| e^{2i\pi r t} dr \right)}_{q_\theta(t)} d\theta$$

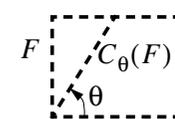
avec  $t = x \cos \theta + y \sin \theta$

## Reconstruction de l'image

- ❖  $q_\theta(t)$  est la transformée de Fourier inverse de  $F(r, \theta) |r|$ :

$$q_\theta(t) = TF_{1D}^{-1}(F(r, \theta) |r|) = TF_{1D}^{-1}(F(r, \theta)) \otimes TF_{1D}^{-1}(|r|)$$

- ➔ A  $\theta$  fixé,  $F(r, \theta)$  est la coupe de  $F$  selon  $\theta$



$$F(r, \theta) = C_\theta(F) = C_\theta(TF_{2D}(I(x, y)))$$

$$\Rightarrow F(r, \theta) = TF_{1D}(P_\theta(I(x, y)))$$

d'où  $TF_{1D}^{-1}(F(r, \theta)) = TF_{1D}^{-1}(TF_{1D}(P_\theta(I(x, y)))) = P_\theta(I(x, y))$

- ➔  $TF_{1D}^{-1}(|r|) = h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} |r| e^{2i\pi r t} dr$  est un filtre

## Rétro-projection filtrée

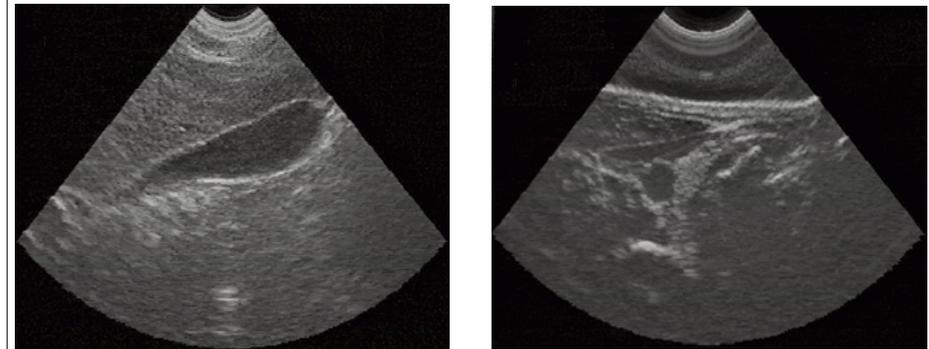
- ❖ Filtrage par  $h$ :

$$q_\theta(t) = (P_\theta \otimes h)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} P_\theta(u) h(t-u) du$$

- ❖ Rétro-projection:

$$I(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} q_\theta(t) d\theta = \int_{-\infty}^{\infty} q_\theta(x \cos \theta + y \sin \theta) d\theta$$

## Imagerie ultrasonore (échographie)

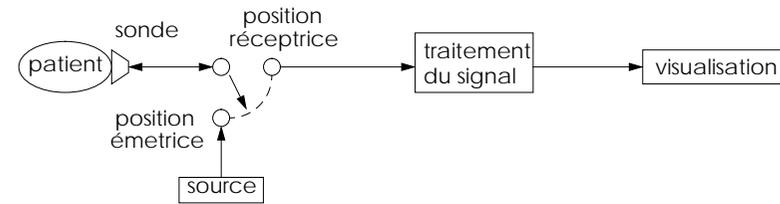


Émission de rayons ultrasonores réfléchis dans le corps humain.

## Propriétés

- ❖ Évolution: analogique → numérique
- ❖ Avantages
  - + Innocuité: aucun effets secondaires
  - + Faible coût (petit appareillage), souplesse d'utilisation
  - + Production d'images en temps réel
  - Qualité des images
- ❖ Principales applications
  - Gynécologie obstétrique
  - Cardiologie

## Émission d'ultrasons



- ❖ Céramique piézo-électriques
  - Vibration sous l'action d'un champ électrique alternatif.
  - Réciproquement: production d'un courant en réception de vibrations mécaniques
- ❖ Fréquences
  - 3-10 Mhz en médecine
  - céramiques 0.5-0.15 mm d'épaisseur

## Transmission des ultrasons

- ❖ Vitesse de propagation  
Dans le corps humain,  $c \approx 1540 \text{ m/s}$ . Mesure de la profondeur de la réflexion:  $2d = c\delta t$ .
- ❖ Atténuation proportionnelle à la fréquence  
Fréquence élevée pour les organes superficiels et plus faible pour les organes profonds.
- ❖ Résolution proportionnelle à la fréquence  
Fréquence aussi élevée que possible.  
  
⇒ Compromis. Meilleure qualité superficielle.

## Transmission des ultrasons

- ❖ Interfaces  
Environ 1% de l'énergie est réfléchiée à chaque interface. Le reste est transmis. On peut ainsi examiner des structures profondes.
- ❖ Impact du support
  - Pas d'écho en milieu homogène.
  - Les tissus ne sont pas homogènes ⇒ scintillement (speckle) qui vient perturber l'image.
- ❖ Les artéfacts
  - l'air est réflecteur à 99% (poumons).
  - L'os est réflecteur à 30% (occlusions dans l'image, imperméabilité du crâne).

## Échographie Doppler

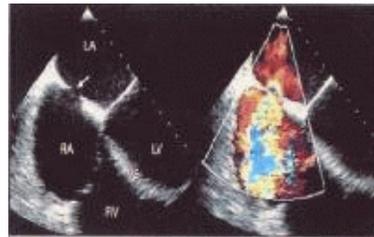
- ❖ L'effet Doppler



Si le récepteur est en mouvement par rapport au récepteur, l'onde émise de fréquence  $F_i$  est reçue avec la fréquence  $F_r$ . La fréquence du signal reçu augmente lors du rapprochement et diminue lors de l'éloignement. La différence des fréquences est caractéristique du déplacement:  $cF_r = F_i(c - v)$ .

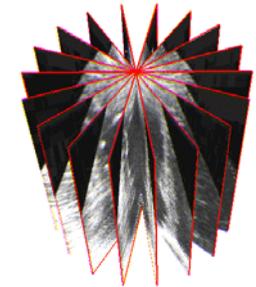
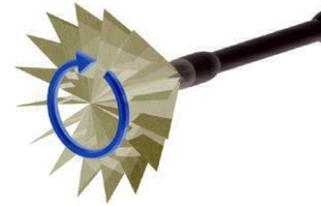
- ❖ Mesure de la vélocimétrie sanguine

Déplacement détectés dans la direction des rayons.



## Échographie 3D

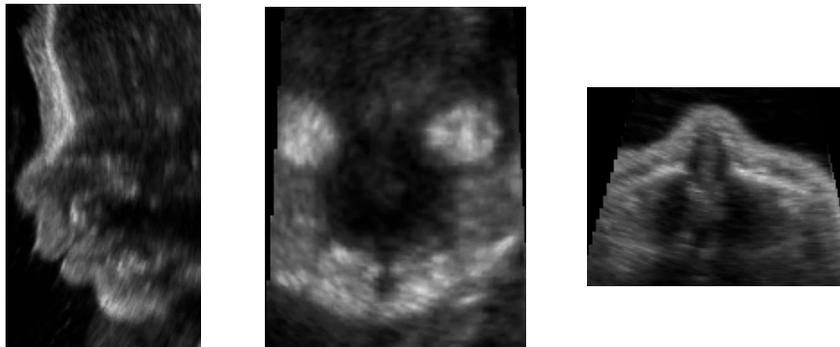
- ❖ Construction d'images 3D par empilement de coupes
  - Sondes robotisées (balayage par plan, angulaire, rotatif...)



- Sondes manuelles

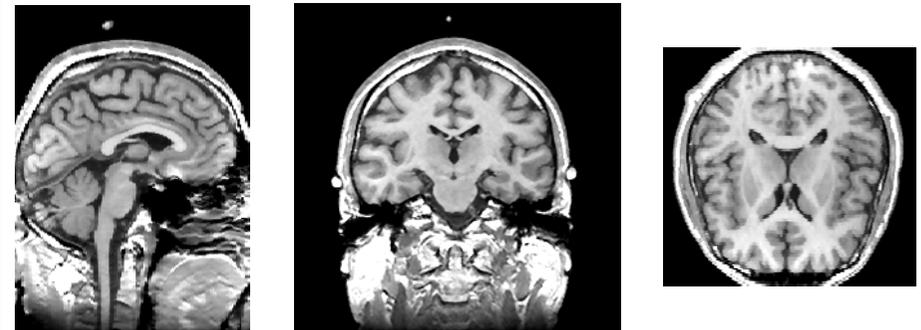
Détection de la position (émetteur sur la sonde et capteurs).  
Nécessité de reconstruction des plans non parallèles.  
Région lacunaires et signaux redondants.

## Echographie 3D



Acquisition volumétrique temps-réel (imagerie cardiaque, foetale)

## Imagerie par Résonance Magnétique (IRM)



- Taille: 256x256x128
- Résolution: 1x1x1.5 mm

## Principe de la Résonance Magnétique

### ❖ Noyaux atomiques

Un noyau atomique possède un moment magnétique fonction de son nombre de masse  $A$  et de son nombre de charges  $Z$ .

### ❖ Champ magnétique

Sous l'influence d'un champ magnétique externe  $\vec{b}$ , les noyaux s'alignent:

- dans le sens de  $\vec{b}$  (état parallèle ou spin  $+\frac{1}{2}$ )
- ou dans le sens inverse (état anti-parallèle ou spin  $-\frac{1}{2}$ )

### ❖ Énergie

La différence d'énergie entre les deux états est:

$$\Delta E = \frac{\gamma \hbar}{2\pi} \|\vec{b}\|$$

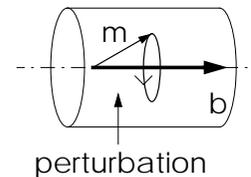
## Principe de la Résonance Magnétique

### ❖ État d'équilibre

Le rapport entre le nombre d'atome dans chaque état est (loi de Boltzmann):  $r = e^{\frac{\Delta E}{kT}}$  (pour  $\|\vec{b}\| = 1T$ ,  $r = 1 + 10^{-6}$  seulement).

### ❖ Excitation

Le déséquilibre résulte en une aimantation macroscopique  $\vec{m}$  parallèle à  $\vec{b}$  et soumis à un mouvement de précession autour de  $\vec{b}$  de fréquence  $f = \frac{\Delta E}{h}$  (fréquence de Larmor).



Une micro-onde à la fréquence de Larmor et normale à  $\vec{b}$  vient perturber l'équilibre et décale  $\vec{m}$ . Les noyaux atomiques entrent en résonance.

## Principe de la Résonance Magnétique

### ❖ Relaxation

Lorsque la perturbation cesse,  $\vec{m}$  revient à l'équilibre et les atomes en résonance libèrent de l'énergie. La relaxation de  $\vec{m}$  suit une loi exponentielle de temps:

- T1 selon la composante longitudinale (500 ms)
- T2 selon la composante orthogonale (50 ms).

### ❖ En pratique

Résonance des noyaux d'hydrogène (42 Mhz).

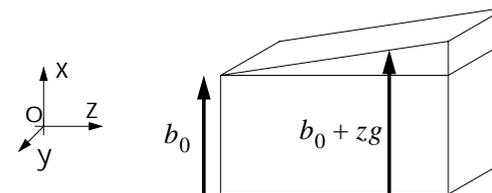
L'eau ( $H_2O$ ) est riche en hydrogène.

⇒ carte anatomique de la densité du corps en eau (les parties osseuses ne sont pas privilégiées).

## Localisation du signal RM

### ❖ Gradient magnétique

La fréquence de résonance est dépendante de l'intensité du champ magnétique ⇒ un gradient de champ magnétique permet la sélection d'une tranche.



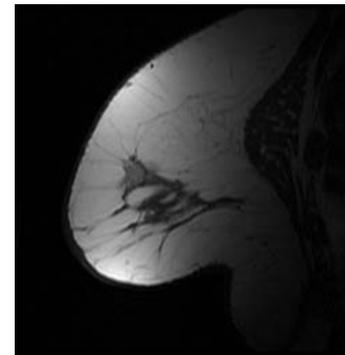
### ❖ Localisation dans le plan

- modulation en phase selon X
- modulation en amplitude selon Y

## Propriétés

- ❖ Visualisation des tissus mous
  - + Haute résolution.
  - + Très bon contraste.
- ❖ Difficultés technologiques
  - Champs magnétiques intenses.
  - Bobinages supra-conducteurs maintenus à basse température (-269 C) dans l'azote liquide.
  - Équipement lourd et volumineux.
  - Coût.

## Biais dans les images IRM



Hautes intensités



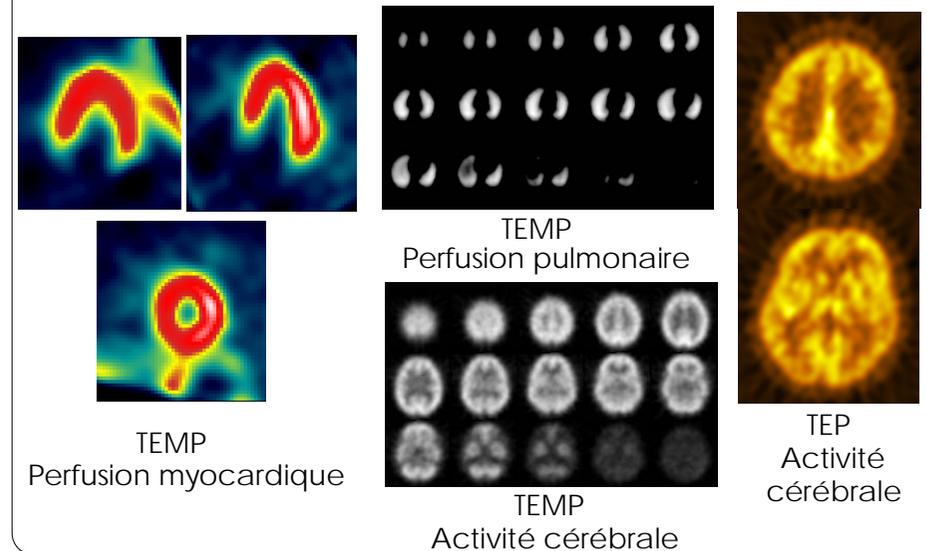
Basses intensités

## IRM fonctionnelle

- ❖ Agent de contraste: propriétés paramagnétiques
  - Hémoglobine neutre.
  - Désoxyhémoglobine paramagnétique.
- ❖ Incidence sur le signal
  - À 1.5 T, variation du signal < 5% (bruit)
  - À 4 T, variation de 15 à 20 %

Détection de la concentration de désoxyhémoglobine  
⇒ information fonctionnelle.

## Médecine Nucléaire (MN)



TEMP  
Perfusion myocardique

TEMP  
Perfusion pulmonaire

TEMP  
Activité cérébrale

TEP  
Activité cérébrale

## Rayonnement gamma

- ❖ Stabilité des noyaux atomiques  
Différente pour plusieurs isotopes.
- ❖ Radioactivité
  - alpha: production de noyaux d'hélium
  - beta: production électrons/positons  $\Rightarrow$  2 photons  $\gamma$  (511 keV)
  - gamma: photons  $\gamma$
- ❖ Loi de décroissance radioactive  
Détermination du nombre de noyau radioactifs en fonction du temps:  $N(t) = N(0)e^{-\lambda t}$  où  $\lambda$  est la probabilité de désintégration  
 $\Rightarrow$  estimation de la concentration en fonction du rayonnement reçu.

## Principe de l'imagerie nucléaire

- ❖ Injection de l'isotope dans le corps du patient  
Molécule vectrice dépendante de la fonction observée:
  - médicament
  - protéine
  - globule rouge...
- ❖ Réception du signal radioactif
  - concentration locale de la substance
  - évolution de la concentration au cours du temps
  - mesures quantitatives $\Rightarrow$  Fonction métabolique d'un organe (image fonctionnelle).
- ❖ Artéfacts
  - atténuation / diffusion dans le corps
  - distorsion dues aux détecteurs

## Tomographie à Émission MonoPhotonique (TEMP)

- ❖ Radioactivité  $\gamma$

Technétium Tc <sup>99</sup>	6h	140 keV	générateur portatif
Iode I <sup>131</sup>	8j	360 keV	réacteur
Iode I <sup>123</sup>	13h	159 keV	cyclotron
Thallium Tl <sup>201</sup>	73h	80 keV	cyclotron

- ❖ Détecteurs
  - Gamma-caméra: cristal scintillateur (NaI), photomultiplicateurs...
  - Collimateurs: pour recueillir les rayons  $\gamma$  selon une géométrie connue.
- ❖ Image de projection du volume sur un plan  
Reconstruction tomographique.

## Tomographie par Émission de Positons (TEP)

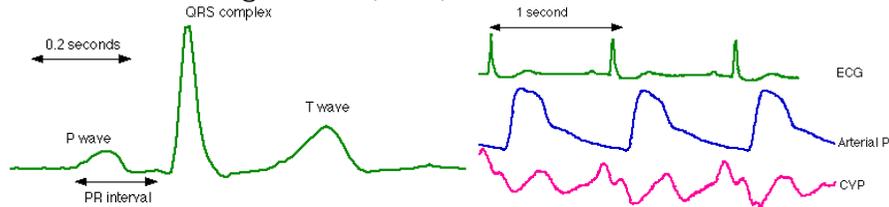
- ❖ Radioactivité  $\beta$

Carbone C <sup>11</sup>	20 mn	cyclotron
Azote N <sup>13</sup>	10 mn	cyclotron
Oxygène O <sup>15</sup>	2 mn	cyclotron
Fluor F <sup>18</sup>	112 mn	cyclotron

- ❖ Vecteurs physiologiques
  - eau:  $H_2O^{15}$
  - glucose (fluoro-désoxyglucose):  $F^{18}DG$
- ❖ Détecteurs  
Caméras à positons: cristaux scintillateurs et photomultiplicateurs diamétralement opposés.

## Signaux électrophysiologiques

### électrocardiogramme (ECG)



Le cœur est activé par un système nerveux et un réseau de cellules conductrices. L'ECG donne des informations sur la conductivité du cœur.

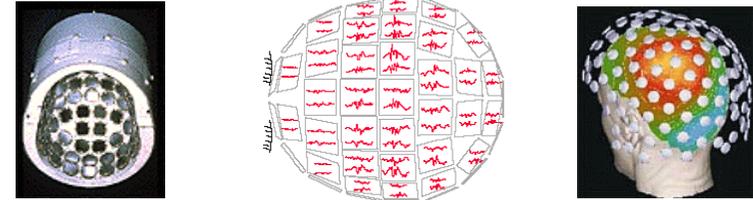
L'ECG peut être complété de mesures de pression.

### électroencéphalogramme (EEG)

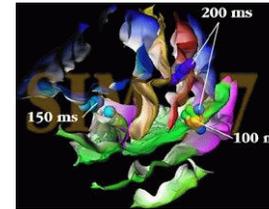
Le cerveau produit également des signaux électriques témoignant de son activité.

## Magnéto-encéphalographie (MEG)

### Mesure des variations magnétiques à la surface du crâne



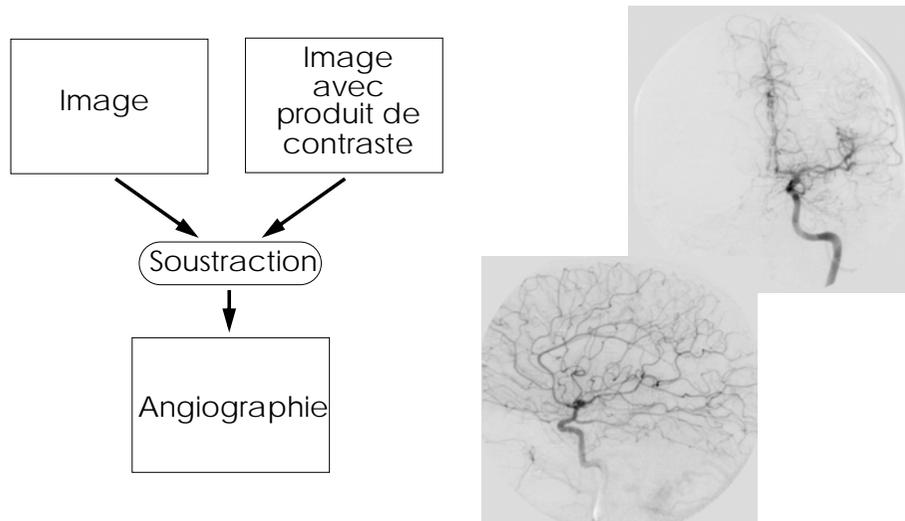
### Problème de reconstruction inverse



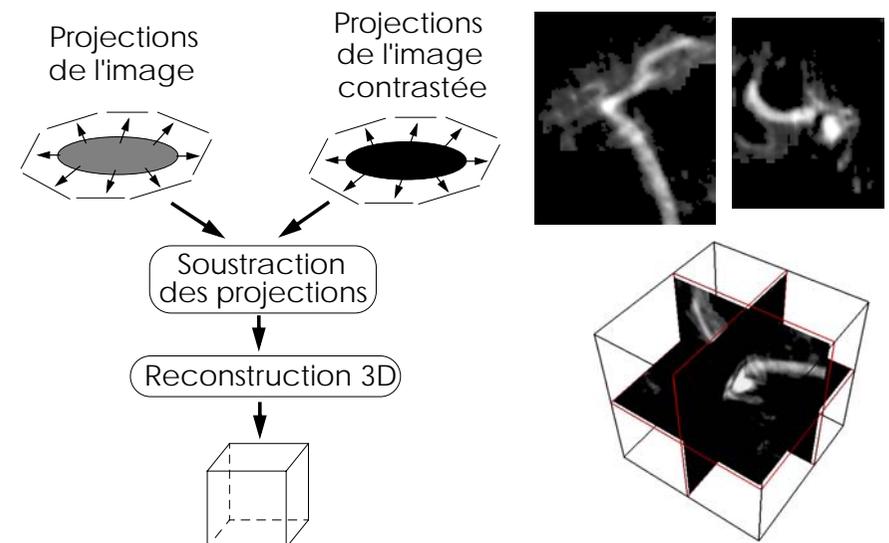
Déterminer la localisation spatiale du signal: problème sous-contraint.

Régularisation par une information anatomique sur le cerveau.

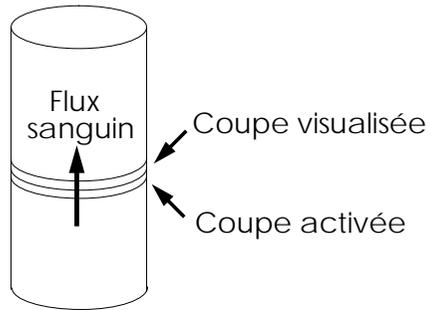
## Angiographie par rayons X



## Angiographies par scanner X



## Angiographies par IRM



## Des Technologies complémentaires

Radiographies → Informations anatomiques

Echographies →

MN → Information fonctionnelle  
 (Activité d'un organe d'après  
 son marquage par une molécule  
 radio-active)

IRM → Informations anatomiques et  
 biochimiques

→ **Nécessité de fusionner les données**

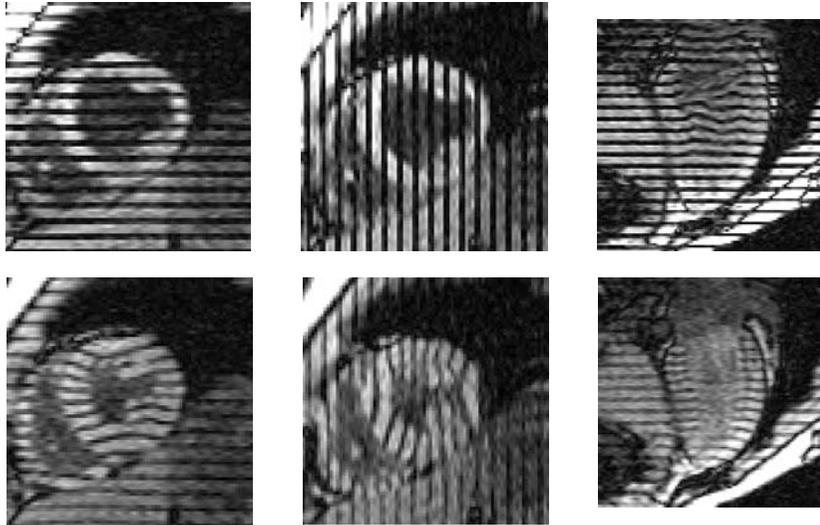
## Evolution des techniques

- ❖ Fort développement du scanner X pour les examens courants
  - Rapidité d'acquisition
  - Coût moyen
- ❖ Développement important de l'IRM
  - Champs magnétiques de plus en plus intense (5T)
  - Recherche du produit de contraste (paramagnétique) idéal qui diminuerait T1 et augmenterait T2
- ❖ Utilisation de l'échographie
  - Coût très faible
  - Perspectives d'images tridimensionnelles
  - Innocuité

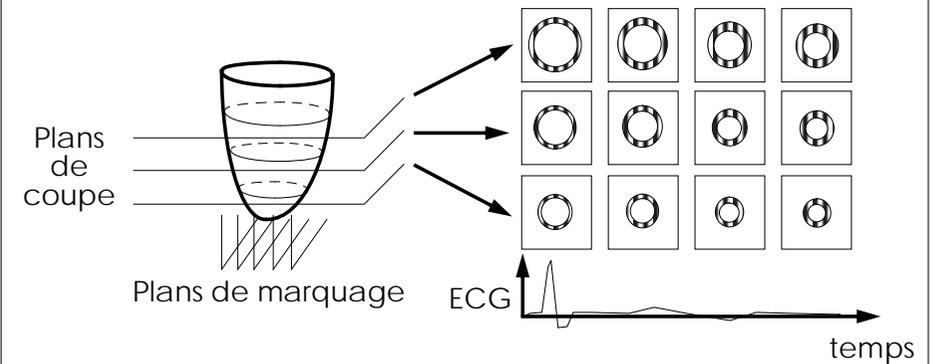
## Des images 2D, 3D et... 4D

- ❖ Analyse du mouvement nécessaire
  - Etude du cycle cardiaque
  - Mouvement respiratoire
- ❖ Problème du temps d'acquisition
  - Synchronisation à l'électrocardiogramme
  - Respiration contrôlée (artificielle)
- ❖ Utilisation de différents types d'images
  - 3D = 2D + 1D de temps (contrainte de périodicité)
  - 4D = 3D + 1D de temps
- ❖ Utilisation de marqueurs
  - Physiques (placés lors d'une opération)
  - Magnétiques: IRM marquée

## Les IRM marquées



## Marquage



- ❖ Envoyer dans certains plans une onde excitatrice qui inverse le moment magnétique des atomes
  - ➔ Les atomes marqués donne une réponse différente
  - ➔ Le marquage reste visible environ une demi seconde

## Autres applications de l'imagerie 3D

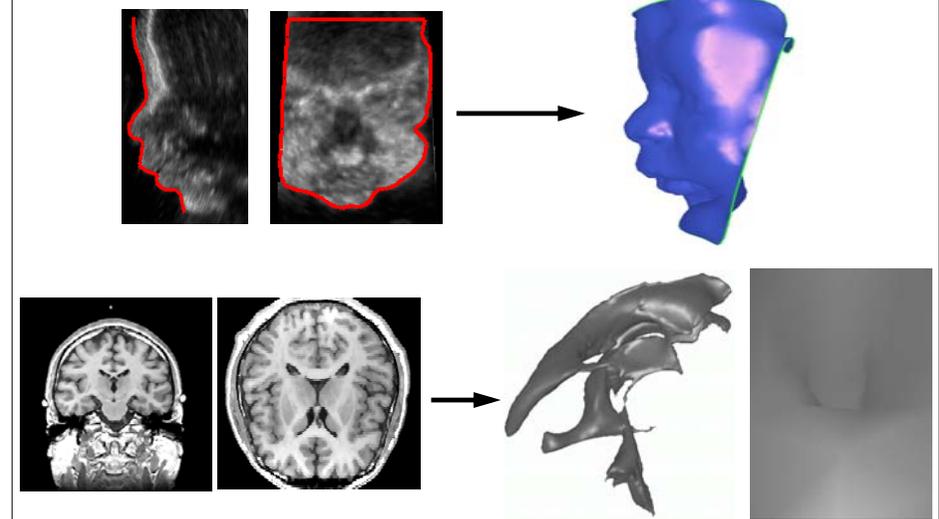
- ❖ Biologie
  - ➔ IRM
  - ➔ Microscopie confocale (voxel =  $0,5 \times 0,5 \times 0,5 \mu\text{m}$ )
- ❖ Géologie
  - ➔ Imagerie sismique (voxel =  $50 \times 50 \times 50 \text{ m}$ )
- ❖ Industrie, rayons X
  - ➔ contrôle non destructif de pièces
  - ➔ analyse fine de structures

## Etat de l'art de l'imagerie médicale

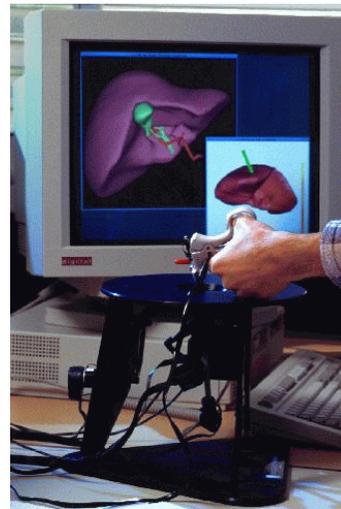
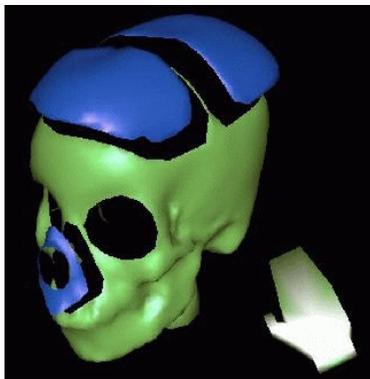
## Les principaux paradigmes

- ❖ Segmentation
- ❖ Reconstruction, images de synthèse
- ❖ Recalage, fusion de données
  - Recalage rigide, mono-patient
  - Recalage non-rigide, inter-patients
- ❖ Atlas anatomique
- ❖ Analyse du mouvement
- ❖ Analyse statistique
- ❖ Simulation
- ❖ Réalité augmentée

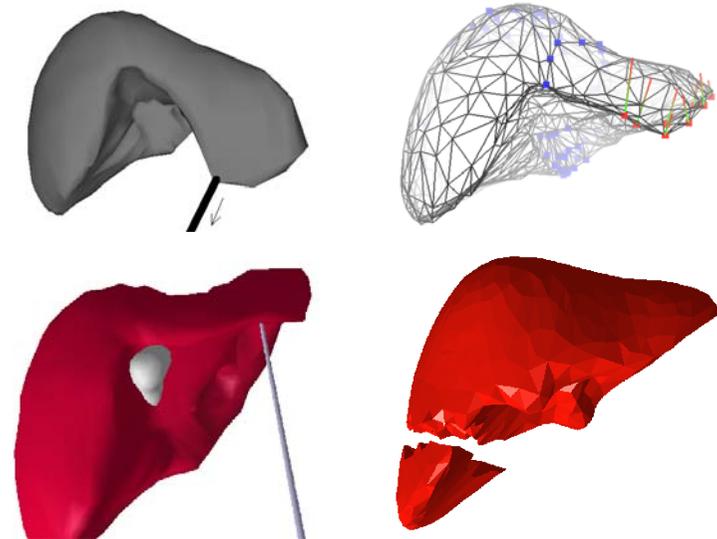
## Reconstruction



## Simulation



## Simulation de chirurgie laparoscopique

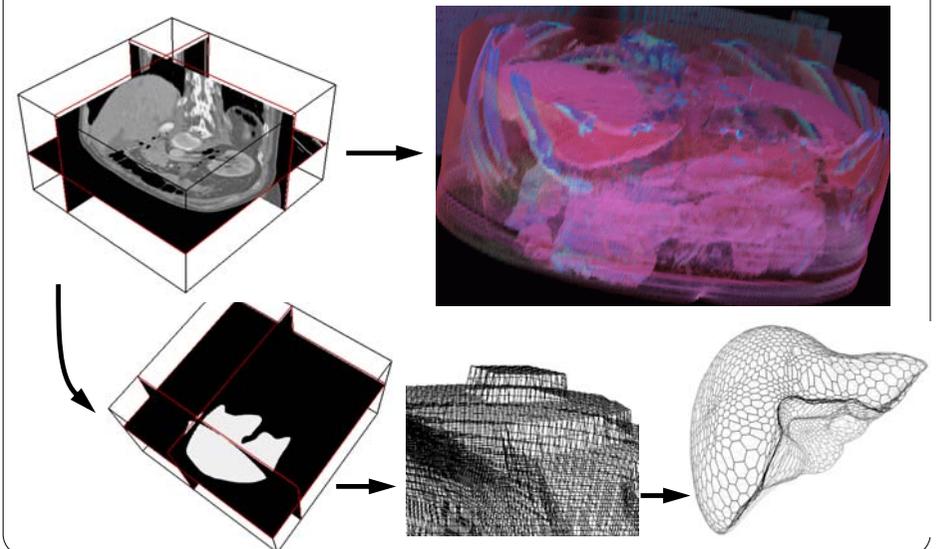


# Traitement d'images médicales

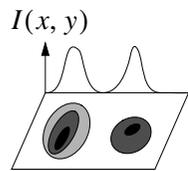
## Segmentation et modélisation

- ❖ Cas des images très contrastées
  - Isocontours et isosurfaces
- ❖ Constructions de modèles 3D à partir de coupes
  - Construction de modèles génériques
- ❖ Modèles déformables
- ❖ Recalage à partir de l'intensité

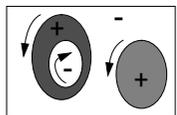
## Modélisation de structures anatomiques



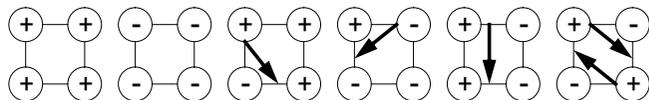
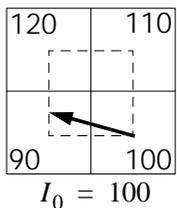
## Isocontours



❖ Un isocontour est une courbe de niveau de l'intensité:  $I(x, y) = I_0$ .

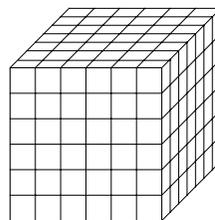


- Courbes orientées
- Précision sub-pixel



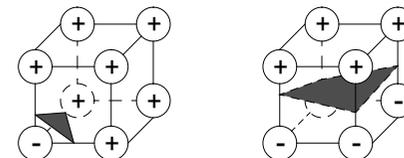
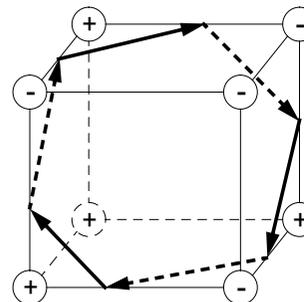
## Isosurfaces

$I(x, y, z)$



❖ Isosurface:  $I(x, y, z) = I_0$

- Surfaces orientées
- Précision sub-voxel



Il existe une trentaine de configurations différentes en 3D.

## Extraction d'un modèle coupes à coupes

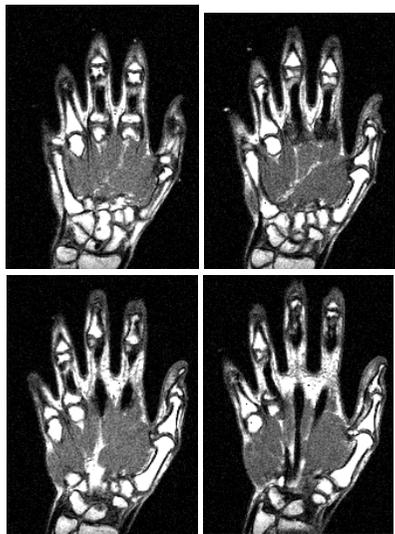
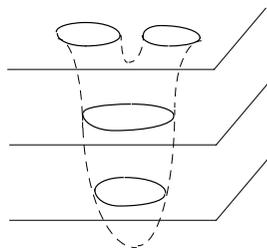


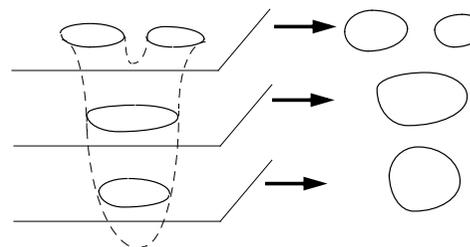
Image IRM de la main

- ❖ Pré-filtrage:
- seuillage
  - seuillage par hystérésis
  - morfo-mathématique



## Extraction des objets

Extraction des composantes connexes



⊕ arête: 4-connexité

⊞ sommet: 8-connexité

❖ Cas 3D:



face: 6-connexité

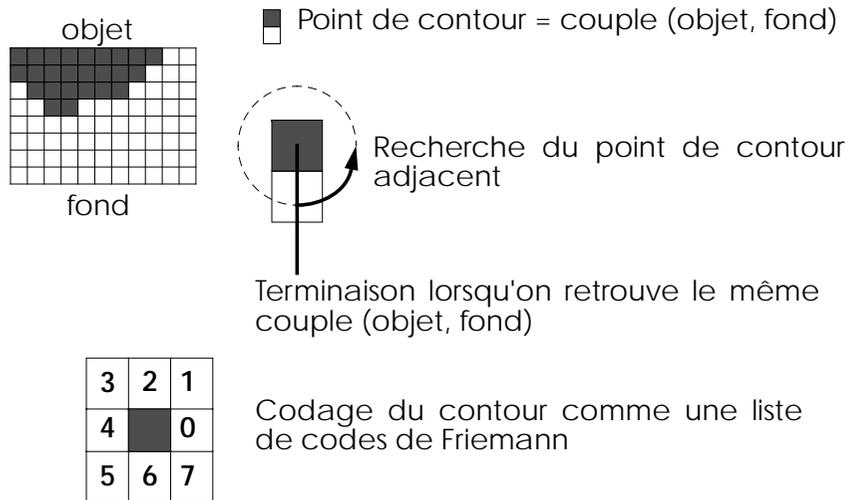


arête: 18-connexité

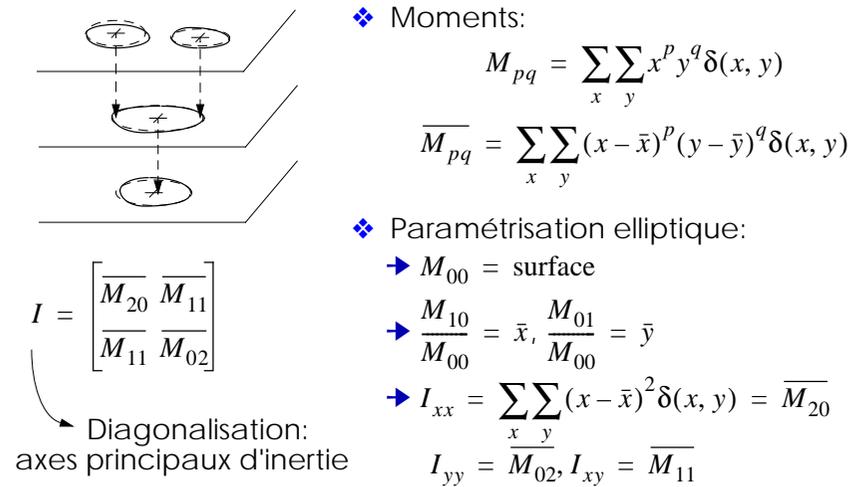


sommet: 26-connexité

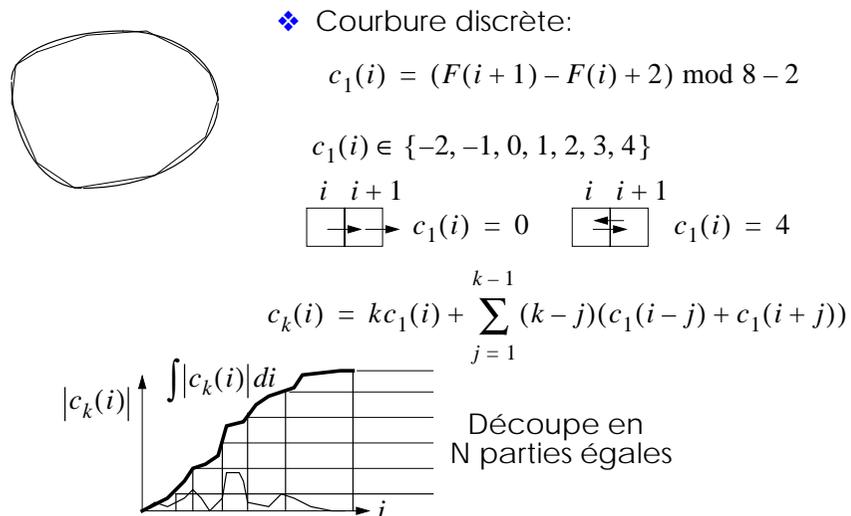
## Extraction des contours



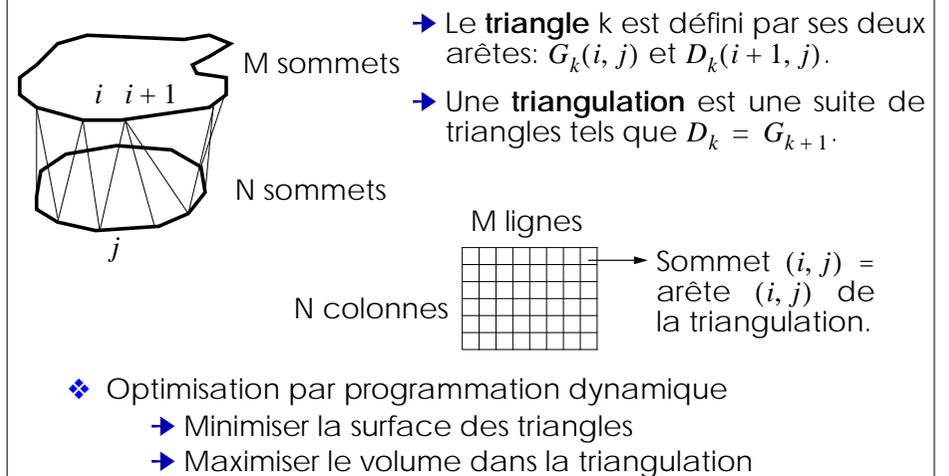
## Suivi inter-coupe des structures



## Polygonalisation



## Triangulation



## Modèles déformables

- ❖ Utiliser une entité géométrique représentant la **forme** des objets à segmenter
  - Segmentation et modélisation simultanée
  - Introduction d'une information géométrique a priori
  - Évolution automatique ou semi-automatique
- ❖ Autoriser des déformations du modèle
  - Adaptabilité de la forme
  - Prise en compte des changements anatomiques inter-patients
  - Introduction d'une information sur les variations «normales» de la forme d'un organe.

## Construction d'un modèle

- ❖ Représentation géométrique
  - Problèmes liés à la discrétisation du modèle.
- ❖ Évolution du modèle
  - En fonction de l'image: terme d'**attache aux données**
  - En fonction de la connaissance a priori de la forme: **terme de régularisation**.

On calcule une **énergie** mesurant l'adéquation d'un modèle en prenant en compte ces deux critères. L'énergie est la somme d'un terme **externe** mesurant la «distance» aux données et d'un terme **interne** mesurant la régularité du modèle.

On détermine la forme du modèle qui **minimise** son **énergie**.

## Modèles explicites

- ❖ Contour explicite: courbe paramétrée

$$C: [0, 1] \rightarrow \mathfrak{R}^2 \quad C(r) = \begin{cases} x(r) \\ y(r) \end{cases}$$

- ❖ Surface explicite:

$$S: [0, 1]^2 \rightarrow \mathfrak{R}^3 \quad S(r, s) = \begin{cases} x(r, s) \\ y(r, s) \\ z(r, s) \end{cases}$$

- Définition explicite des fonctions coordonnées.
- Conditions aux limites sur les paramètres r et s:
  - périodicité dans une dimension (topologie cylindrique);
  - périodicité dans les deux dimensions (topologie torique);
  - points poles (topologie sphérique).

## Énergie des modèles explicites

- ❖ Fonctionnelle énergie

$$E: L^2([0, 1])^2 \rightarrow \mathfrak{R}$$

$$S \rightarrow E(S) = E_{int}(S) + E_{ext}S$$

$L^2([0, 1])$  est l'espace des fonctions carré intégrables sur l'intervalle  $[0, 1]$ .

- ❖ Énergie interne = stabilisateur de Tikonov d'ordre k

$$E_{int}(S) = \int_{[0, 1]^2} \sum_{1 \leq i+j \leq k} \frac{(i+j)!}{i!j!} w_{ij}(r, s) \left\| \frac{\partial^{i+j} S}{\partial r^i \partial s^j} \right\|^2 dr ds$$

Les  $w_{ij}$  sont des fonctions positives.

L'énergie du stabilisateur est faible pour des surfaces régulières et augmente avec les déformations locales.

## Énergie des modèles explicites

- ❖ Énergie externe
  - On détermine un potentiel  $P$  d'attraction à partir de l'image  $I$  (en fonction des attributs de l'image)
  - Dans sa forme la plus simple:

$$P(x, y, z) = -\|\nabla I(x, y, z)\|$$

potentiel ←  $P(x, y, z)$  ← contours de l'image

L'énergie externe est donc:

$$E_{ext}(S) = \int_{[0,1]^2} P(S(r, s)) dr ds$$

- ❖ Surface optimale

$$S^\circ = \min_S E_{int}(S) + E_{ext}(S)$$

## Équation d'Euler-Lagrange

- ❖ Euler-Lagrange
  - Condition suffisante pour obtenir un minima **local** de la fonctionnelle d'énergie:  $\nabla E(S) = 0$ .

- ❖ Équilibre d'énergie

$$-\frac{\partial}{\partial r} \left( w_{10} \frac{\partial S}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial s} \left( w_{01} \frac{\partial S}{\partial s} \right) + 2 \frac{\partial^2}{\partial r \partial s} \left( w_{11} \frac{\partial^2 S}{\partial r \partial s} \right) + \frac{\partial^2}{\partial r^2} \left( w_{20} \frac{\partial^2 S}{\partial r^2} \right) + \frac{\partial^2}{\partial s^2} \left( w_{02} \frac{\partial^2 S}{\partial s^2} \right) = -\nabla P(S)$$

- + conditions aux limites

## Discrétisation de l'équation d'énergie

- ❖ Discrétisation du domaine des paramètres (taille  $M \times N$ )

$$[0, 1]^2 \approx \{0, \Delta r, 2\Delta r, \dots\} \times \{0, \Delta s, 2\Delta s, \dots\}$$

- ❖ Approximation des fonctions sur le domaine fini

$$f(m\Delta r, n\Delta s) \approx f[m, n]$$

- ❖ Approximation des caractéristiques différentielles

$$\frac{\partial f}{\partial r}(m\Delta r, n\Delta s) \approx \frac{f[m+1, n] - f[m-1, n]}{2\Delta r}$$

- ❖ Linéarisation du problème

- terme régularisant  $K(S)S$  où  $K$  est une matrice  $MN \times MN$ .
- terme d'attache aux données  $f(S)$  où  $f$  est un vecteur  $MN$ .

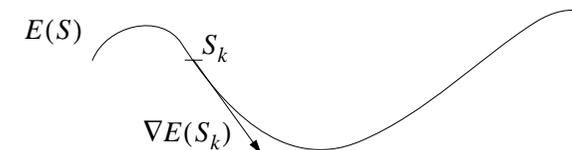
$$K(S)S = f(S)$$

## Résolution itérative

- ❖ À partir d'une estimation de la solution  $S_0$
- ❖ Convergence vers un minima **local**:

- Descente de gradient

$$S_{k+1} = S_k - \Delta t \nabla E(S_k)$$



- Newton

$$S_{k+1} = S_k - (\nabla^2 E(S_k))^{-1} \nabla E(S_k)$$

- Levenberg-Marquardt

- ...

## Équation d'évolution

- ❖ On considère le modèle comme une entité dynamique

$$S: [0,1]^2 \times [0, \infty] \rightarrow \mathfrak{R}^3 \quad S(r, s, t) = \begin{cases} x(r, s, t) \\ y(r, s, t) \\ z(r, s, t) \end{cases}$$

- ❖ Énergie associée  $E(S, t) = E(S(., t))$ .

- ❖ Équation d'évolution

→ Lagrangienne  $\frac{\partial S}{\partial t} + K(S)S = f(S)$

→ Newtonienne  $M \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} + C \frac{\partial S}{\partial t} + K(S)S = f(S)$

- ❖ Discrétisation en temps

## Schéma numérique

- ❖ Schéma explicite

→ résolution du système à l'instant t

$$M \frac{S_{t+1} - 2S_t + S_{t-1}}{\Delta t^2} + C \frac{S_{t+1} - S_t}{\Delta t} + K(S_t)S_t = f(S_t)$$

- simple à résoudre
- peu coûteux
- peu stable (faible  $\Delta t$ )

- ❖ Schéma implicite

→ résolution à l'instant t+1

$$M \frac{S_{t+1} - 2S_t + S_{t-1}}{\Delta t^2} + C \frac{S_{t+1} - S_t}{\Delta t} + K(S_{t+1})S_{t+1} = f(S_{t+1})$$

Plus stable mais chaque itération est plus coûteuse.

## Modèle paramétrés

- ❖ Le modèle appartient à une famille de surfaces paramétrée
  - soit  $q$  le vecteur des paramètres de la famille

- ❖ Exemple: superquadriques

$$Q_q(r, s) = \begin{cases} a_1 \operatorname{sgn}(\cos(r) \cos(s)) |\cos(r) \cos(s)|^{\varepsilon_1} \\ a_2 \operatorname{sgn}(\cos(r) \sin(s)) |\cos(r) \sin(s)|^{\varepsilon_2} \\ a_3 \operatorname{sgn}(\sin(s)) |\sin(s)|^{\varepsilon_3} \end{cases}$$

$$q = (a_1, a_2, a_3, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3), \quad r \in [0, 2\pi], \quad s \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

- ❖ Extension

$$S_q(r, s) = c + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{rotation}}}{R(Q(r, s))} + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{perturbation locale}}}{d(r, s)}$$

translation ———

## Évolution des modèles paramétrés

- ❖ Limitation des déformations possibles
  - Contraintes régularisantes

- ❖ Expression du modèle discrétisé sous forme linéaire

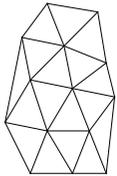
$$S_q = Tq$$

- ❖ Équation évolutive

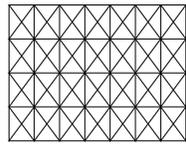
$$M \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} + C \frac{\partial S}{\partial t} + K'(S)S = f'(S)$$

## Modèles discrets

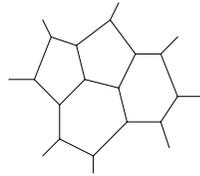
- ❖ La surface est représentée par un graphe discret des sommets et d'arêtes.
  - + Pas d'étape de discrétisation
  - Indépendance des sommets (problème de régularisation).
- ❖ Différentes représentations



Triangulation



Masse-ressort



Maillage simplexe

## Évolution des modèles discrets

- ❖ Chaque sommet  $i$  est considéré comme une masse ponctuelle
  - position  $p_i$ , force interne  $f_{int}(p_i)$ , force externe  $f_{ext}(p_i)$

$$m(i) \frac{d^2 p_i}{dt^2} = -\gamma(i) \frac{dp_i}{dt} + \alpha(i) f_{int}(p_i) + \beta(i) f_{ext}(p_i)$$

- ❖ Discrétisation en espace et en temps (schéma explicite)

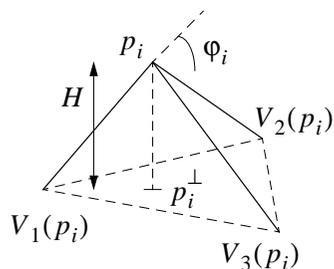
$$p_i^{t+1} = p_i^t + (1-\gamma)(p_i^t - p_i^{t-1}) + \alpha f_{int}(p_i) + \beta f_{ext}(p_i)$$

- Pas de temps intégré aux constantes  $\alpha, \beta$  et  $\gamma$ .

$$\rightarrow \alpha \in \left[0, \frac{1}{2}\right], \beta \in [0, 1], \gamma \in [0, 1]$$

## Force interne (maillages simples)

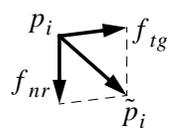
- ❖ Géométrie



$$p_i^\perp = \sum_{j=1}^3 \varepsilon_i^j V_j(p_i)$$

$$p_i = p_i^\perp + H(\varepsilon_i^j, V_j(p_i), \varphi_i)$$

- ❖ Force interne



- Composante tangentielle
 
$$f_{tg}(p_i) = \tilde{p}_i^\perp - p_i^\perp = \sum (\varepsilon_i^j - \tilde{\varepsilon}_i^j) V_j(p_i)$$
- Composante normale
 
$$f_{nr}(p_i) = (H(\varphi_i) - H(\tilde{\varphi}_i)) n_i$$

## Force externe

- ❖ Algorithme de parcours de ligne



- ❖ Indépendant de la géométrie de l'image

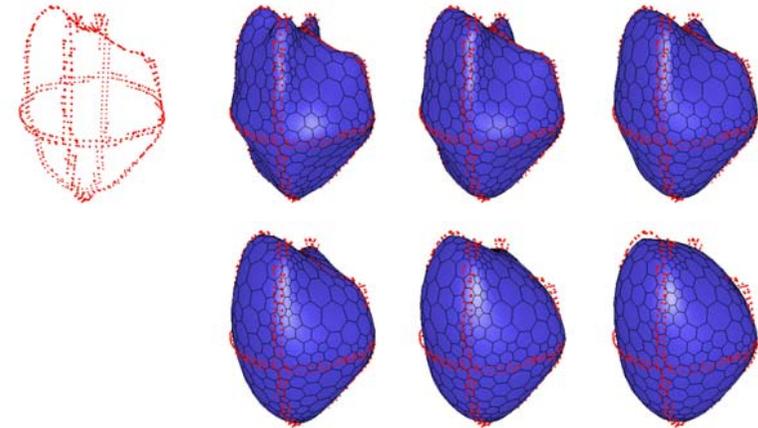


## Force externe

- ❖ À partir du gradient de l'image
  - Images contrastées (Scanner, IRM)
- ❖ À partir de régions
  - Images bruitées (Échographie, MN)
- ❖ À partir de l'intensité
  - Profils d'intensité multi-modaux

## Influence respective des forces

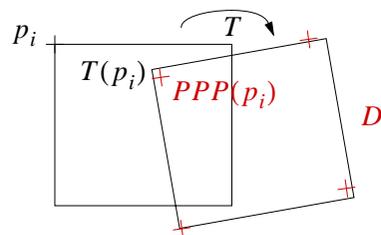
- ❖ Confiance aux données et information a priori



## Restriction des variations de forme

- ❖ Recalage: déterminer la transformation  $T$  optimale minimisant la distance aux données  $D$ :

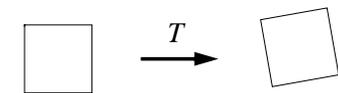
$$T^\circ = \min_{T \in \mathbf{Tr}_i} \sum \|PPP(p_i) - T(p_i)\|^2$$



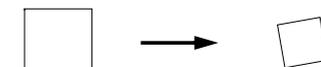
## Restriction des variations de forme

- ❖ Espaces de transformations  $\mathbf{Tr}$

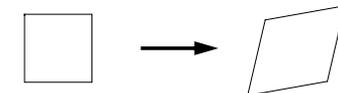
→ rigide:  
translation + rotation  
6 degrés



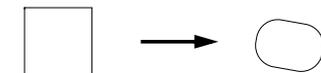
→ similitude  
rigide + échelle  
7 degrés



→ affine  
changement de repère  
12 degrés



→ B-spline  
n degrés



## Estimation d'une transformation (affine) aux moindres carrés

- ❖ Critère à minimiser

$$T(p_i) = Ap_i + t \quad \text{où} \quad \begin{cases} A \text{ est une matrice } 3 \times 3 \\ t \text{ est un vecteur translation} \end{cases}$$

$$C(A, t) = \sum_{i=1}^n \|Ap_i + t - PPP(p_i)\|^2$$

- ❖ Solution explicite
  - translation

$$\frac{\partial C(A, t)}{\partial t} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (PPP(p_i) - Ap_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n PPP(p_i) - A \sum_{i=1}^n p_i$$

## Estimation d'une transformation (affine)

- ❖ Solution explicite
  - Matrice de changement de repère

$$C'(A) = \sum_{i=1}^n \|Ap'_i - PPP'(p_i)\|^2$$

$$p'_i = p_i - \sum_{i=1}^n p_i \quad \text{et} \quad PPP'(p_i) = PPP(p_i) - \sum_{i=1}^n PPP(p_i)$$

Résolution:

$$\frac{\partial C'(A)}{\partial A} = 0 \Leftrightarrow A = \left( \sum_{i=1}^n PPP'(p_i) p_i^T \right) \left( \sum_{i=1}^n p'_i p_i^T \right)^{-1}$$

## Champ de force et recalage

- ❖ Estimation de appariements en fonction du champ de force

$$PPP(p_i) = p_i + \beta f_{ext}(p_i)$$

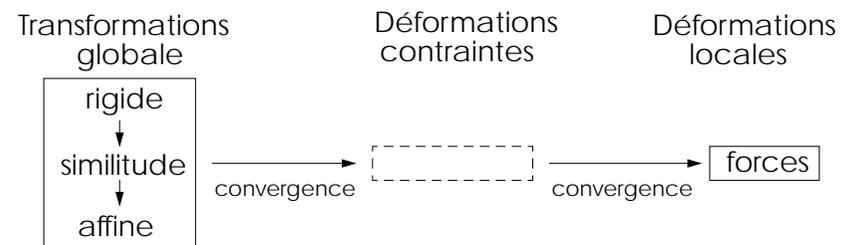
- ❖ Approximation du champ de force par une transformation globale

$$T^\circ = \min_{T \in \mathbf{Tr}} \sum_i \|p_i + \beta f_{ext}(p_i) - T(p_i)\|^2$$

- ❖ Cas des images médicales
  - transformation rigide: intra-patient
  - transformation non-rigide: inter-patient

## Restriction des variations de forme

- ❖ Déformations locales et transformations globales
  - forces locales: grande variabilité de forme, faible régularisation
  - transformation globale: peu de degrés de liberté, problème surcontraint
- ❖ Schéma itératif de local vers global



## Déformations locales à contrainte globale

- ❖ Déformation progressive de global vers local

$$f_{global}(p_i) = T(p_i) - p_i$$

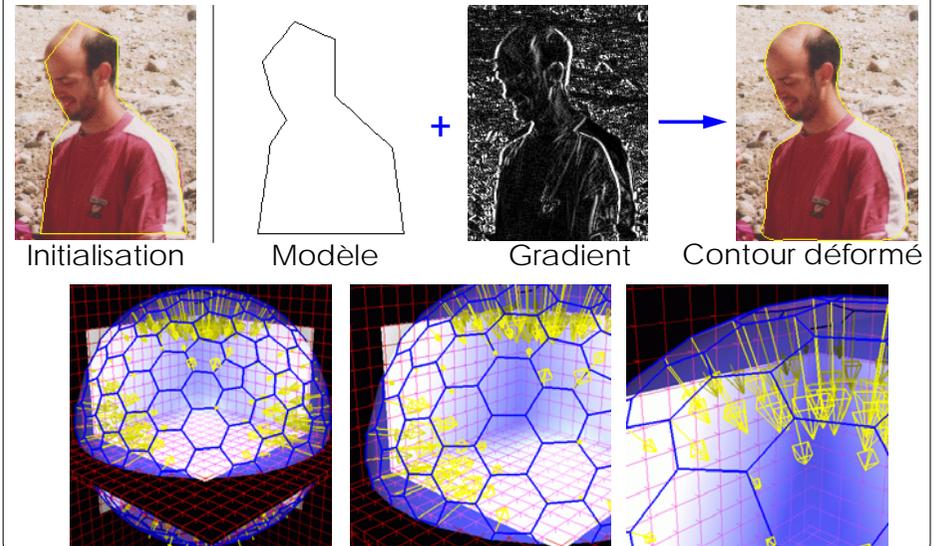
- facteur de localité  $\lambda$

$$p_i^{t+1} = p_i^t + (1 - \gamma)(p_i^t - p_i^{t-1}) + (1 - \lambda)f_{global}(p_i^t) + \lambda(\alpha f_{int}(p_i^t) + \beta f_{ext}(p_i^t))$$

- ❖ Faible coût

- un seul calcul des appariements
- solution explicite de l'estimation des transformations rigides, des similitudes et des transformations affines

## Mise en oeuvre



## Reconstruction à partir d'images médicales

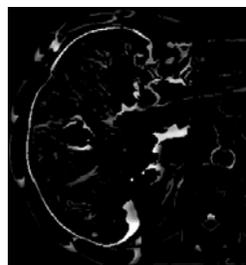
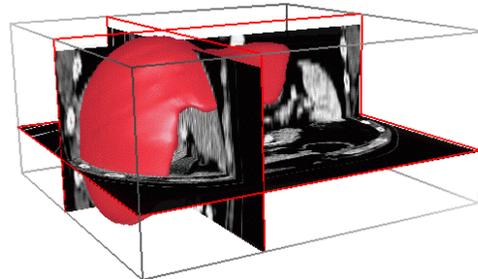
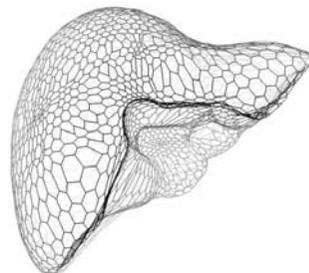


Image de gradient



## Représentations implicites

- ❖ La surface est définie comme l'ensemble des zéros d'une fonction

$$S_f = \{p \in \mathbb{R}^3 \mid f(p) = 0\}$$

- ❖ Exemple: superquadriques

$$f(p) = \left| \frac{p_x}{a_1} \right|^{2/\epsilon_1} + \left| \frac{p_y}{a_2} \right|^{2/\epsilon_2} + \left| \frac{p_z}{a_3} \right|^{2/\epsilon_3} - 1$$

- ❖ Courbes de niveau d'une surface  $S_0$

$$f(p) = \text{dist}(p, S_0)$$

## Évolution des courbes de niveau

- ❖ Formulation variationnelle:  $S(t), f(S(t), t)$
- ❖ Équation de Hamilton-Jacobi

$$\frac{\partial S}{\partial t} = v n \Leftrightarrow \frac{\partial f}{\partial t} = v |\nabla f|$$

vitesse de propagation  $\uparrow$  normale

- ❖ Discrétisation (différences finies en temps et en espace)

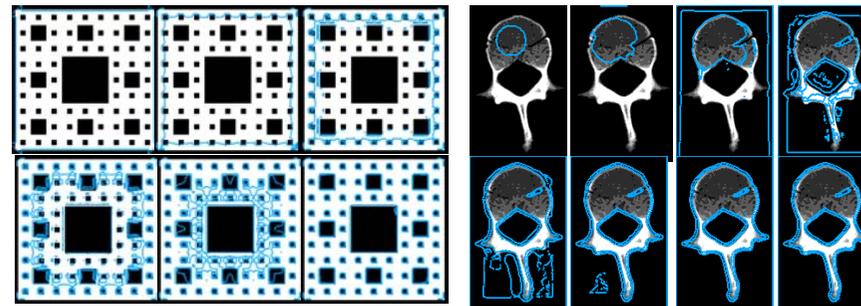
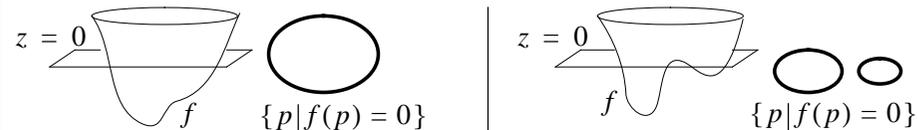
$$f^{t+1}[i, j, k] = f^t[i, j, k] - \Delta t |\nabla_{ijk} f^t[i, j, k]|$$

- ❖ Attributs géométrique de la surface

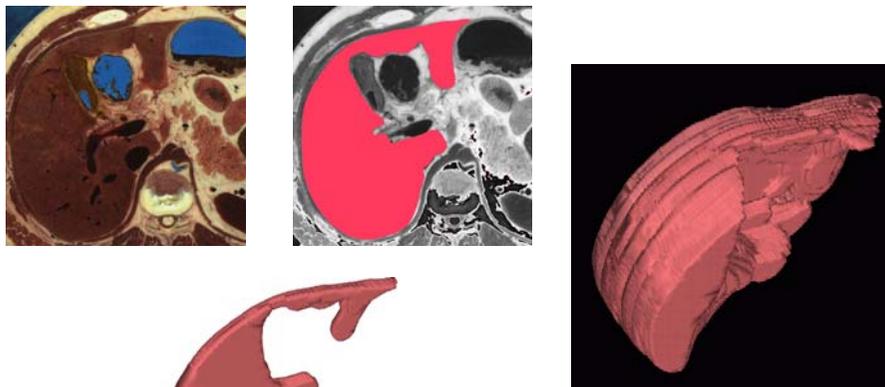
$$n = \frac{\nabla f}{|\nabla f|}, \quad \kappa = \nabla \cdot \frac{\nabla f}{|\nabla f|}$$

## Changements de topologie

- ❖ L'absence de paramétrisation facilite les changements de topologie



## Construction de modèles génériques

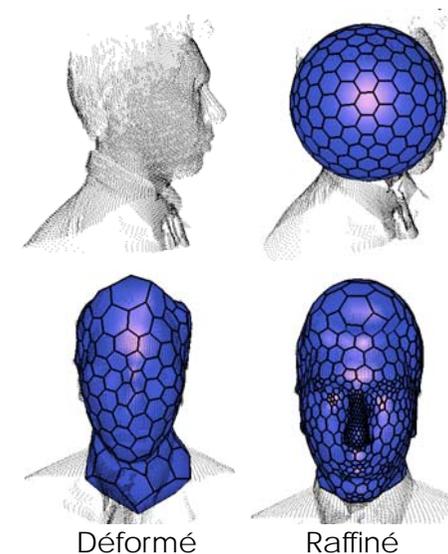


Segmentation 2D semi-automatique

Modélisation 3D

## Raffinement et décimation

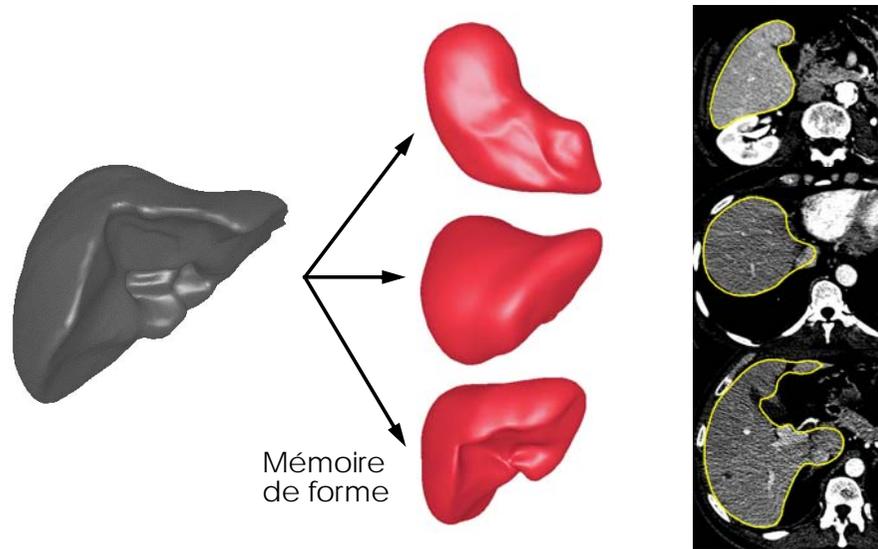
- ❖ Adapter la géométrie du maillage
- ❖ Critères de raffinement:
  - ➔ courbure locale
  - ➔ taille des faces
  - ➔ élongation des faces
  - ➔ ...



Déformé

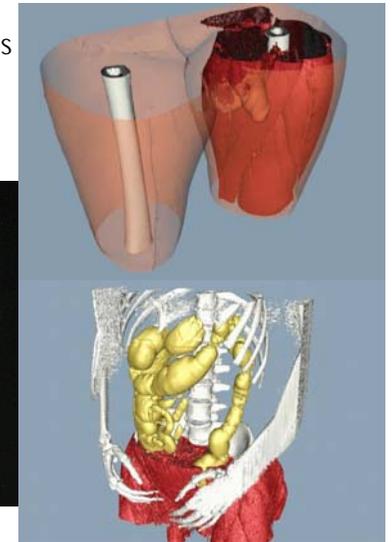
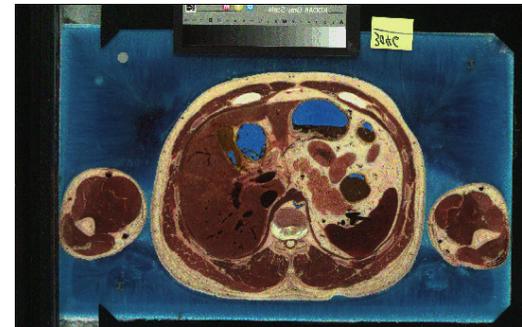
Raffiné

## Construction de modèles génériques



## National Library of Medicine

- ❖ Images photographiques de très haute résolution
  - 2048 x 2048, 24 bits couleur
  - voxel = 0,3 x 0,3 x 0,3 mm



## Recalage à partir de l'intensité

- ❖ Considérer une image 3D comme un modèle
- ❖ Déformation d'une image (modèle) vers une autre
  - Recalage rigide (rotation, translation)



- Recalage non-rigide



- ❖ Images de modalités différentes

