

Consiglio Nazionale delle Ricerche

Nota Interna

Estimation-Segmentation du Flot Optique et Contours Actifs

Roberto Ciampini, Laure Blanc-Féraud, Michel Barlaud, Emanuele Salerno

B4-25
ott-1998

I.E.I.
ISTITUTO DI
ELABORAZIONE DELLA
INFORMAZIONE

Pisa

Laboratoire I3S

Estimation-Segmentation du Flot Optique et Contours Actifs

Rapport de Recherche n° 98-11

R. Ciampini, L. Blanc-Féraud, M. Barlaud, E. Salerno

Table des matières

Introduction	2
1 Généralités	7
1.1 Méthodes d'estimation du flot optique	7
1.2 Régularisation et préservation des discontinuités	8
1.3 Régularisation du problème de la segmentation du mouvement	10
1.4 Travaux récents	11
1.5 Conclusion	12
2 Segmentation en intensité puis estimation du flot optique	13
2.1 Les modèles déformables	14
2.2 La méthode d'estimation de base	18
2.3 La méthode proposée	22
2.3.1 Segmentation en intensité	23
2.3.2 Partitionnement des images	24
2.3.3 Estimation du flot optique	25
2.3.4 Réglage des paramètres	26
2.3.4.1 Paramètres de l'algorithme de segmentation	26
2.3.4.2 Paramètres de l'algorithme d'estimation	28
2.4 Résultats expérimentaux	29
2.5 Conclusion et perspectives	34
3 Segmentation du flot optique au moyen d'un contour actif	37
3.1 Schéma de base	38
3.2 Amélioration du schéma de base	39
3.2.1 Somme pondérée des gradients du flot et de l'intensité	40
3.2.2 Définition d'une image vectorielle	40
3.3 Résultats expérimentaux	42
3.4 Conclusion et perspectives	48
Conclusion générale	49

Introduction

L'objet de ce travail est l'estimation et la segmentation du flot optique à partir de deux images successives d'une séquence temporelle.

Motivations

Depuis une vingtaine d'années, l'intérêt pour l'analyse du mouvement à partir des séquences d'images a augmenté considérablement. Les informations sur le mouvement des objets que nous pouvons extraire d'une séquence d'image peuvent être, en effet, exploitées avantageusement dans plusieurs secteurs : dans l'industrie (dynamic process monitoring, autonomous mobile robots, automatic vehicles driving), dans les domaines de l'ingénierie biomédicale (analyse du mouvement du coeur et du flux du sang) et des télécommunications (réduction de la largeur de bande TV, compression des données), pour la surveillance de l'environnement (détection d'accident, analyse du flux du trafic), pour le suivi de cibles, etc..

Malheureusement, seulement dans quelques cas particuliers l'estimation des paramètres de mouvement peut être assez fiable pour l'utilisation pratique. La raison fondamentale en est que l'analyse du mouvement est basée sur la correspondance entre deux images, ou plus, d'une séquence et cela est un problème non trivial.

L'analyse du mouvement est typiquement faite en deux étapes : d'abord, on associe aux objets mobiles une vitesse 2D dans les images ; après, le champ de mouvement 2D est utilisé pour inférer informations sur la scène 3D et/ou sur le mouvement de l'observateur. Pour l'estimation du champ de mouvement 2D, deux approches différentes peuvent être suivies. Un champ éparé de mouvement peut être obtenu en localisant des parties caractéristiques des objets mobiles et en cherchant une correspondance entre images seulement pour ces parties caractéristiques : on parle alors d'approches "feature-based". En exploitant la corrélation entre les variations spatiales et temporelles de la luminosité dans les images, il est possible d'estimer un champ dense de

mouvement, ce qui d'habitude est appelé flot optique.

Estimation et segmentation du flot optique

Le flot optique a été défini par Horn et Schunck [23] comme le mouvement apparent associé à la luminosité des objets dans une séquence d'images. Quand des objets bougent devant une caméra ou qu'une caméra se déplace dans un environnement, nous pouvons associer à chaque point de la scène sa vitesse physique. De plus, à chaque instant, nous pouvons associer à chaque point de l'image la projection de cette vitesse sur l'image. Cette projection nous donne le champ de mouvement. Toutefois, le champ de mouvement est un concept purement géométrique. En effet, nous ne pouvons pas calculer ce champ de vecteurs car les mouvements dans la scène ne sont pas disponibles et tout ce que nous connaissons ce sont les intensités lumineuses. Nous pouvons, par contre, calculer le mouvement apparent associé à l'intensité lumineuse des objets : cela correspond à l'estimation du flot optique. Il faut préciser que le flot correspond au mouvement seulement dans des conditions idéales. Par exemple [24], une sphère d'intensité uniforme qui tourne autour de son axe ne cause pas de changements dans les intensités lumineuses, pourtant son mouvement n'est pas nul. Par contre, si cette sphère est fixe, mais illuminée par une source de lumière qui bouge, nous remarquerons des changements dans les intensités lumineuses de la sphère, pourtant son mouvement est nul.

La segmentation du flot a pour but de partitionner l'image en régions, les segments, chacune ayant son propre mouvement. Une région peut correspondre à un objet simple, d'une partie d'un objet plus complexe ou d'une ensemble d'objets.

L'estimation et la segmentation sont intimement liées. Par exemple, si nous disposons déjà d'une segmentation, nous pouvons utiliser les bords des régions segmentés pour guider la formation des discontinuités lors de l'estimation du flot, en améliorant ainsi sa qualité. D'un autre côté, nous pouvons utiliser les discontinuités du flot, une fois localisées, pour guider la définition des segments. Il est donc naturel de classer les méthodes pour l'estimation et la segmentation du flot optique en trois classes :

1. méthodes où on calcule le mouvement dans l'image et ensuite on effectue la segmentation ;
2. celles pour lesquelles on fait une segmentation en intensité et puis on estime le flot dans chacune des régions définies ;

3. méthodes qui effectuent l'estimation et la segmentation simultanément.

Dans le premier cas [25, 26, 27], on effectue d'abord l'estimation du mouvement en obtenant un champ dense de vecteurs de déplacement. On segmente ensuite l'image au sens de mouvement en regroupant les pixels voisins dont les vecteurs sont similaires.

Les méthodes du deuxième type [28, 29] supposent que les régions qui sont isolées par l'opération de segmentation correspondent aux objets mobiles de la scène. Après cette première étape, on estime le flot pour chaque segment. La segmentation en intensité est une opération moins coûteuse, en termes de complexité et de temps qu'une segmentation du flot optique. Ces méthodes sont donc en général préférées aux premières déjà exposées. De plus, en disposant d'une segmentation préalable, on peut utiliser des paramètres différents pour l'estimation du flot optique selon la région et son importance.

Dans le troisième cas [1, 2, 4, 26, 30], l'estimation et la segmentation du flot sont réalisées conjointement. On estime un certain nombre de mouvements prédéfinis et, à la fois, on cherche à fusionner les régions voisines qui ont des mouvements similaires. Les types de mouvement recherchés sont définis au moyen d'un modèle a priori. En conséquence, on peut classifier seulement les mouvements qui sont bien compensés par le modèle choisi. Par contre, le fait d'effectuer l'estimation et la segmentation en même temps permet d'obtenir des résultats fiables, compte tenu du modèle.

Organisation du mémoire

Le chapitre 1 est consacré à une brève étude bibliographique des méthodes d'estimation et de segmentation du flot optique permettant de mieux cerner notre travail présenté dans les chapitres suivants.

Au chapitre 2, nous présentons une méthode dans le deuxième groupe de la classification proposée. Cette méthode repose sur l'utilisation, pour la segmentation en intensité, d'un contour actif [9, 10, 13, 14] formulé selon la technique des ensembles de niveaux [15]. Cela nous permet de partitionner facilement les images en régions de différent importance, nous pouvons par exemple facilement localiser les zones occluses, sur lesquelles nous définissons des critères d'estimation différents. Le critère de base [21, 22] est variationnel

et permet de préserver les discontinuités. En plus, pour conditionner localement le flot des objets très peu texturés, nous proposons d'utiliser, au lieu ou en combinaison avec l'intensité, l'information distance fournie par le module de segmentation.

Au chapitre 3, nous abordons le problème de la segmentation du flot, indépendamment de la méthode d'estimation. L'idée, comme dans le cas de la segmentation en intensité, est d'utiliser un contour actif. Nous examinons différentes manières de combiner le gradient du flot optique avec celui de l'intensité afin d'obtenir des régions qui correspondent exactement aux objets en mouvement. Nous considérons de simples combinaisons des gradients aussi bien qu'une plus complexe pour laquelle nous nous sommes référés à la théorie qui règle la définition des contours actifs pour des images vectorielles [5]. Le critère défini pourrait être la base d'une méthode pour estimer et segmenter le flot en même temps.

Chapitre 1

Généralités

Dans ce chapitre, après une classification des méthodes d'estimation du flot optique, nous nous concentrons sur le problème de la préservation des discontinuités. En effet, le principal avantage de disposer d'un champ dense de mouvement est la possibilité de l'utiliser pour une segmentation basée sur le mouvement. Or, afin de réaliser cela, les discontinuités jouent un rôle fondamental.

Deux différentes approches pour la segmentation du champ de mouvement sont présentées dans la suite.

Enfin, dans la dernière partie du chapitre nous présentons des travaux récents en termes d'estimation et segmentation du mouvement.

1.1 Méthodes d'estimation du flot optique

Les méthodes d'estimation du flot optique peuvent être classées en trois groupes : les techniques par mise en correspondance, par transformée et différentielles.

Dans une méthode du premier type, l'image est découpée en blocs de pixels puisque supposée composée d'objets rigides et indéformables. On émet l'hypothèse que le mouvement est le même pour tous les pixels appartenant à un même bloc et que c'est une translation. Un seul vecteur de déplacement est calculé par bloc par une mesure de similarité ou de corrélation. Pour chaque bloc de l'image à l'instant $t - 1$, on recherche celui qui lui ressemble le plus dans l'image au temps t . Le déplacement recherché correspond au décalage entre les deux blocs.

Moyennant la variation et l'adaptation de la taille du bloc au mouvement, une méthode par mise en correspondance permet également d'appréhender

des mouvements de grandes amplitudes. Par contre, une telle approche ne peut pas appréhender des mouvements complexes tels que les rotations et/ou les zooms. De même, le découpage arbitraire de l'image ne correspond pas nécessairement à la nature des objets dans une image.

Les méthodes de ce type sont par exemple utilisées dans les standards de compression de séquences d'images tels que MPEG1 [43] et MPEG2 [44].

Les méthodes de la deuxième catégorie travaillent dans un domaine transformé. Le mouvement des objets se traduit par des modifications particulières des coefficients de la transformée utilisée (de Fourier, de Gabor, de Wigner, etc.) : par exemple, un mouvement translationnel correspond à un déphasage dans l'espace de Fourier.

Il peut s'avérer nécessaire d'avoir recours à différentes transformées suivant la nature du mouvement à détecter (rotation, translation, etc.).

Une méthode fondée sur la transformée de Fourier est présentée dans [45], sur la transformée de Gabor dans [46], sur la transformée de Wigner dans [47].

Les méthodes différentielles s'appuient sur une ou plusieurs contraintes portant sur les dérivées spatiales et temporelles de l'intensité dans l'image. On considère que la luminance d'un point dans l'image est invariante par rapport au mouvement : toute modification temporelle de la distribution des intensités lumineuses est ainsi uniquement due au déplacement des pixels [23].

Contrairement aux méthodes par mise en correspondance, les techniques différentielles autorisent une déformation de l'objet dans la scène permettant ainsi la prise en compte des effets de tout type de mouvement (translation, rotation, zoom, etc.).

Plusieurs méthodes d'estimation du mouvement dérivent de l'équation de contrainte du mouvement basée sur l'hypothèse d'invariance de la luminosité [1, 4, 21, 22, 23, 24, 38, 48, 49, 51, 52].

1.2 Régularisation et préservation des discontinuités

Quelque soit la méthode, l'estimation du mouvement reste un problème mal posé au sens défini par Hadamard [39]. C'est l'unicité de la solution qui n'est pas assurée. Il est nécessaire alors d'introduire une contrainte supplémentaire traduisant un *a priori* sur la solution : c'est la régularisation [40].

Dans le cadre de l'estimation du mouvement, la régularisation implique

une homogénéité sur le champ de vecteurs de déplacement : les vecteurs voisins doivent être pratiquement semblables. Une notion de douceur est introduite. Elle est généralement matérialisée par un opérateur différentiel de type gradient. Or, la régularisation classique impose une condition de douceur globale sur la solution : donc une telle approche est efficace lorsque l'hypothèse de mouvement uniforme est toujours vérifiée mais elle échoue si une discontinuité du mouvement intervient. C'est pourquoi un détecteur de discontinuité est nécessaire. Un outil mathématique qui permet de localiser et de préserver les discontinuités est la modélisation markovienne, associée d'habitude à l'estimation bayésienne.

La théorie bayésienne permet de prendre en compte et de traiter de la même manière l'information *a priori* sur la solution et les données. La formule de Bayes relie l'*a priori* imposé à la solution avec les observations : elle définit la distribution conditionnelle *a posteriori* de la solution par rapport aux données à partir de la probabilité *a priori* de la solution et de la probabilité conditionnelle sur les données. La solution peut être estimée en maximisant la distribution *a posteriori* (MAP).

L'association de la modélisation markovienne à l'estimation bayésienne permet de traduire l'*a priori* nécessaire. On considère que le mouvement d'un pixel n'est influencé que par ses proches voisins. Donc, à chaque pixel on associe un processus markovien. Le théorème d'Hammersley-Clifford, qui relie mathématiquement les champs markoviens et la distribution de Gibbs, exprime les processus de Markov en utilisant des énergies et des fonctions de potentiels au lieu de caractéristiques probabilistes. Ce sont ces fonctions qui traduisent l'*a priori* nécessaire pour assurer l'unicité de la solution. Ces fonctions de potentiel doivent toutefois pouvoir conserver les discontinuités dans le mouvement estimé.

Le choix d'une fonction de potentiel quadratique, qui correspond à une régularisation de Tikhonov, pénalise fortement les discontinuités rendant ainsi le résultat obtenu trop lissé. Par contre, l'usage d'une régularisation quadratique comporte la résolution de systèmes d'équations linéaires afin de déterminer la solution.

Afin de lisser les zones homogènes tout en préservant les discontinuités, une possibilité est d'introduire une variable auxiliaire booléenne, appelée processus de ligne, dont le rôle est de marquer les discontinuités : elle prend la valeur 0 ou 1 suivant qu'une discontinuité existe ou n'existe pas entre deux pixels. L'idée est donc de interrompre l'interaction entre pixels aux endroits où la variable auxiliaire vaut 0.

Le principal inconvénient du modèle avec processus de ligne booléen est de ne pas permettre de distinguer la "hauteur" des discontinuités. Une solution

consiste à modéliser les discontinuités par un processus de ligne continu. Un théorème important, qui assure l'équivalence entre un modèle utilisant une fonction de potentiel donnée et un modèle avec processus de ligne continu explicite, est présenté par Geman et Reynolds dans [48].

Il existe d'autres approches permettant de gérer le problème de la régularisation avec prise en compte des discontinuités qui ne font pas appel à un processus de ligne : il s'agit plus simplement de trouver une "bonne" fonction de potentiel permettant de respecter au mieux les discontinuités.

Des chercheurs [49, 50, 52] ont montré qu'un choix possible pour la fonction de potentiel afin d'assurer la prise en compte des discontinuités de la solution est la norme L^1 ($|x|_1 = \int |x|$). L'usage d'une régularisation de ce type comporte la résolution de systèmes d'équations non linéaires pour déterminer la solution. Pour cela il faut utiliser des techniques particulières de résolution, par exemple dans [49] on utilise une approche par évolution de courbes.

Un résultat très important en régularisation permettant de préserver les discontinuités est présenté dans [16]. Il s'agit de règles de base propres à sélectionner des fonctions de potentiel qui permettent de lisser la solution cherchée tout en préservant les discontinuités. De plus, quand une fonction de potentiel satisfait aux conditions pour assurer la préservation des discontinuités, il est possible d'appliquer un théorème, semblable à celui proposé dans [48], qui permet d'introduire un processus de ligne explicite continu. Le théorème proposé dans [16] est plus général car le théorème de Geman et Reynolds est applicable seulement quand la fonction de potentiel a un comportement asymptotique fini. Le théorème 1 de [16] est également valable pour certaines fonctions qui n'ont pas d'asymptote et certaines fonctions convexes. Enfin, dans [16] l'expression du processus de ligne est donnée explicitement, ce qui n'est pas fait par Geman et Reynolds.

La méthode d'estimation et segmentation du flot optique que nous proposons dans le chapitre 2 est basée sur les résultats présentés dans [16] en ce qui concerne la régularisation avec prise en compte des discontinuités.

1.3 Régularisation du problème de la segmentation du mouvement

La segmentation du mouvement est un problème mal posé, de même que l'estimation. Deux types d'approches sont possibles pour la régularisation afin d'assurer l'unicité de la solution du problème de la segmentation : l'usage des templates déformables [32] ou l'utilisation des contours actifs [10, 9, 13, 14].

Les templates déformables sont des prototypes des formes à extraire et ils constituent un *a priori* très contraignant. Les contours actifs (cf. 2.1), des courbes planes dont l'évolution est contrôlée par des paramètres de différente nature, peuvent mieux s'adapter à la forme des objets que les templates déformables. Donc, un contour actif permet une segmentation plus précise. C'est pour cela que la méthode de segmentation du flot optique que nous présentons dans le troisième chapitre est basée sur l'usage d'un contour actif.

1.4 Travaux récents

Récemment les templates déformables ont été utilisés par exemple par Kervrann et Heitz [4]. Dans leur approche de la segmentation basée sur le mouvement dans le cas de structures caractérisées par des mouvements non rigides, ils utilisent des templates déformables pour conditionner les formes à extraire et leurs déformations. Ils combinent le modèle des formes avec un modèle du mouvement au moyen d'une distribution de probabilité unique qui leur permet d'estimer et segmenter le mouvement en utilisant une approche par maximum de vraisemblance.

Les contours actifs sont par exemple utilisés par Paragios et Deriche [3] en traitant le problème de la segmentation et le suivi des objets mobiles dans une séquence d'images. Ils ne calculent pas le champ de mouvement, la détection des objets en mouvement est basée sur l'analyse de la différence inter-frame. Ils modélisent cette différence avec un mélange de deux distributions probabilistes laplaciennes ou gaussiennes. À partir de cela, ils construisent une nouvelle image caractérisée par un gradient d'intensité important seulement autour des régions mobiles. Ils résolvent le problème de la détection en appliquant sur la nouvelle image un contour actif géodésique [9] formulé à l'aide de la méthode par courbes de niveaux [15]. Il suffit d'une modification du modèle de snake qu'ils utilisent pour la détection pour résoudre aussi le problème du suivi.

Mémin et Pérez considèrent les deux façons de régulariser le problème de la segmentation du mouvement. D'abord, ils développent un modèle variationnel multirésolution pour l'estimation du flot optique avec une régularisation permettant de préserver les discontinuités. Après, ils proposent de coupler le processus d'estimation avec un processus de segmentation simultané. Pour la classe des segments admissibles ils considèrent soit un template déformable simple, c'est-à-dire un quadrilatère contrôlé par ses quatre sommets, et soit un snake, c'est-à-dire une courbe plane générique, fermée et sans intersection.

Une approche différente, stochastique, au problème de l'estimation et de

la segmentation du champ de mouvement à été proposée par Stiller [2]. En particulier, au lieu de modéliser des liens statistiques locaux entre les vecteurs de mouvement qui sont dans la même position spatiale, pour le processus d'estimation l'auteur propose de modéliser ces liens directement le long la trajectoire du mouvement. La segmentation est représentée avec un champ d'étiquette qui regroupe les pixels en segments : les pixels qui ont la même étiquette appartiennent au même segment. Les discontinuités dans le champ de mouvement peuvent exister seulement en correspondance avec les bords des segments. Le champ de mouvement et sa segmentation sont modélisés avec un champ de Markov composé. En ordonnant les segments selon la distance des objets correspondents par rapport à la caméra, il est possible de déterminer directement les régions découvertes en évitant l'estimation d'autres champs additionnels.

1.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les résultats récents en matière de régularisation avec pris en compte des discontinuités, ce qui est fondamental pour une estimation fiable du flot optique. La détection des discontinuités du flot constitue la base pour une segmentation d'image au sens du mouvement. Deux approches différentes pour la régularisation du problème de la segmentation ont été présentées. Enfin, un paragraphe a été consacré à la présentation de travaux récents en matière d'estimation et segmentation du mouvement.

Chapitre 2

Segmentation en intensité puis estimation du flot optique

Dans ce chapitre nous proposons un couplage [41] entre un critère de segmentation en intensité et un critère d'estimation du flot optique.

Nous considérons deux images successives d'une séquence. Nous faisons d'abord une segmentation en intensité des objets qui nous intéressent dans les deux images. La segmentation est réalisée au moyen d'un contour actif géométrique [14] formulé en adoptant la méthode des courbes de niveau [15]. Pour chacune des deux images considérées, le résultat de la segmentation est une nouvelle image, appelée carte des distances, où les valeurs associées aux pixels correspondent aux distances signées par rapport aux bords des objets segmentés. L'originalité de notre approche consiste à utiliser les cartes des distances pour partitionner les images en régions d'importance différente pour lesquelles nous définissons des critères d'estimation différents : grâce aux cartes des distances, nous pouvons par exemple facilement localiser les zones d'occlusion avant d'estimer le flot. De plus, dans le cas des objets caractérisés par une faible variance d'intensité, nous proposons d'inclure directement dans le critère d'estimation l'information distance. Cette adaptation permet de mieux estimer le flot optique.

Ce chapitre débute par une brève synthèse des modèles déformables bidimensionnels existants [9, 10, 13, 14]. Nous mettons l'accent notamment sur les contours actifs géométriques [14] et la formulation par ensemble de niveau [15]. Après s'être familiarisé aux courbes actives, nous présentons la méthode d'estimation de base [21, 22] que nous avons utilisée et développée. Enfin, avant de conclure, nous validons la méthode par des résultats expérimentaux.

2.1 Les modèles déformables

La segmentation est un problème classique en vision par ordinateur et traitement d'image. Plusieurs approches ont été proposées jusqu'aux nos jours, par exemple [33, 34]. Ici, nous nous sommes intéressés à celles qui utilisent les modèles déformables.

La méthode classique des contours déformables a été introduite par Kass *et al.* [13]. Cette approche est basée sur la déformation d'un contour, ou snake, opportunément initialisé, en direction des parois de l'objet à segmenter (*figure 2.1*).

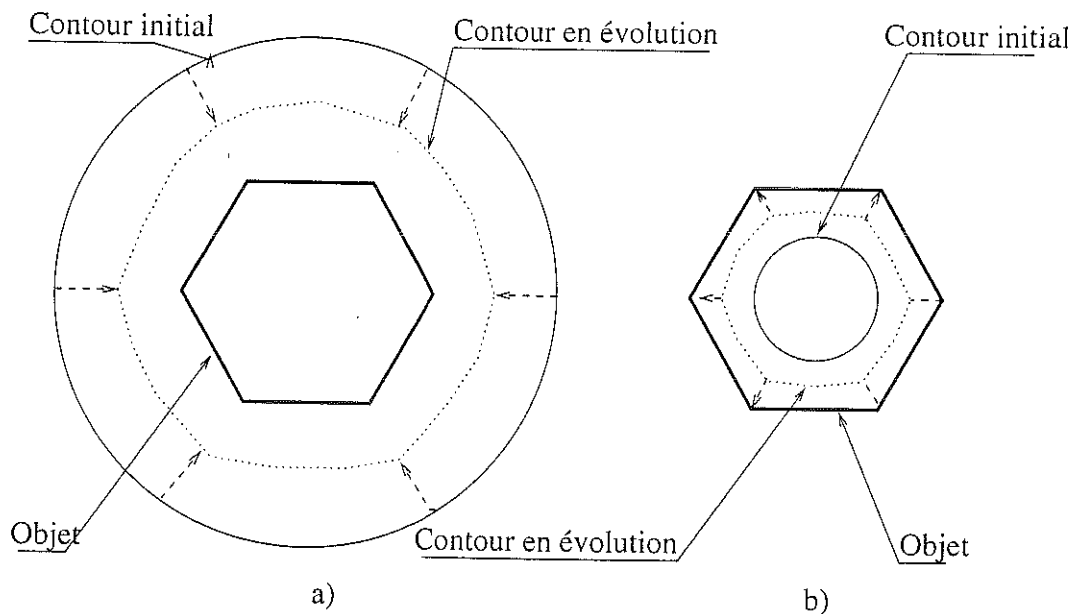


Figure 2.1. Segmentation au moyen d'un contour déformable. La segmentation peut se passer a) par contraction ou b) par expansion, selon que l'opérateur choisisse d'initialiser le contour déformable à l'extérieur ou à l'intérieur de l'objet.

Il s'agit d'une approche variationnelle : la déformation est en effet obtenue en minimisant le critère énergétique (2.1) défini de telle sorte qu'un minimum local est atteint lorsque le contour se trouve sur les bords de l'objet et vérifie des contraintes de régularité géométrique.

$$E(C(q)) = \left(\alpha \int_0^1 |C'(q)|^2 dq + \beta \int_0^1 |C''(q)|^2 dq \right) - \lambda \int_0^1 |\nabla I(C(q))|^2 dq. \quad (2.1)$$

L'énergie est essentiellement composée par deux termes : le premier, l'énergie interne, contrôle la régularité de la courbe avec son élasticité et sa rigidité ; le deuxième, l'énergie externe, permet l'attraction du snake vers la frontière de l'objet. L'approche classique ne permet pas de gérer un changement de topologie, c'est-à-dire de segmenter plusieurs objets à partir d'un seul contour. En plus, le contour initial doit être assez proche de l'objet pour pouvoir converger vers celui-ci. Enfin, la formulation du problème dépend de la paramétrisation choisie.

Une approche différente, par EDP, a été proposée par Caselles *et al.* [10] et Malladi *et al.* [14]. L'évolution du contour actif, appelé maintenant géométrique, est gouvernée par l'EDP dynamique suivante :

$$\frac{\partial C(q, t)}{\partial t} = F \cdot \vec{N}. \quad (2.2)$$

$C(q, t)$ est la courbe paramétrée à l'instant t ; \vec{N} est la normale intérieure unitaire à C au point q ; F est une vitesse donnée, imposant des contraintes de nature différente sur le contour déformable. F a la forme suivante :

$$F = g(|\nabla I(C)|)(c + k). \quad (2.3)$$

g est une fonction décroissante, appelée fonction d'arrêt, qui permet de stopper l'évolution du contour actif lorsqu'il arrive au niveau des bords de l'objet à segmenter. Elle peut avoir par exemple la forme suivante :

$$g(x) = \frac{1}{(1+x)^i} \quad i = 1 \text{ ou } 2. \quad (2.4)$$

k est le terme de courbure et il impose la régularité du front d'onde au cours de son évolution. c est la force ballon, introduite par Cohen [12], qui pousse isotropiquement le contour en provoquant son mouvement même si celui-ci est loin de l'objet : elle permet, donc, de régler le problème d'initialisation du modèle classique.

En reformulant l'équation (2.2) au moyen de la méthode des courbes de niveau introduite par Osher et Sethian [15], il est possible de régler le problème du changement de topologie. Le contour C est vu comme le niveau zéro d'une fonction 2D U , c'est-à-dire que $C(q, t)$ coïncide avec l'ensemble des points (x, y) tels que $U(x, y; t) = 0$ (*figure 2.2*).

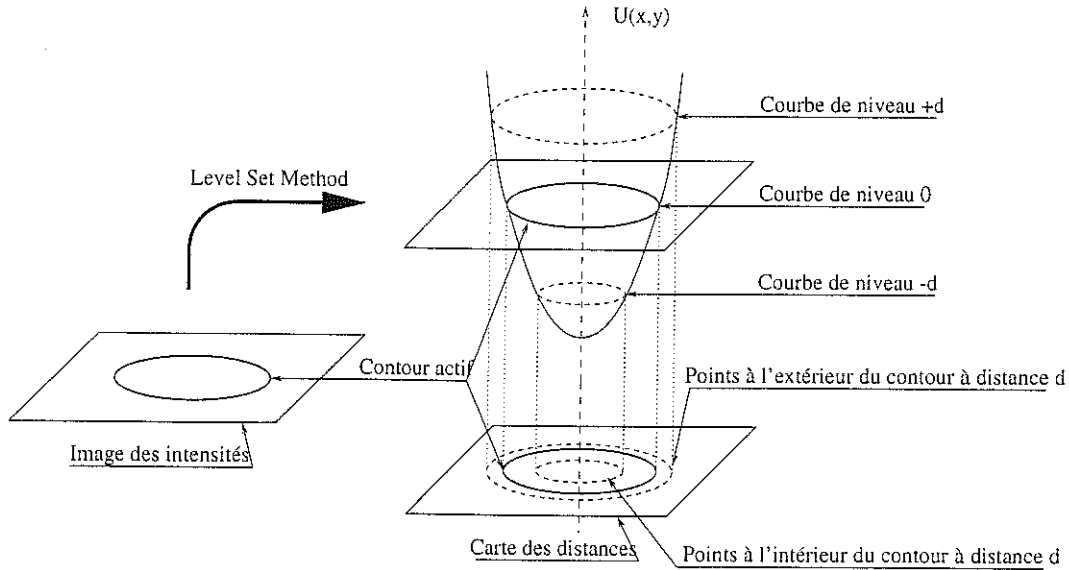


Figure 2.2. Méthode des courbes de niveau (Level Set Method). Le contour C est vu comme le niveau 0 de la surface $U(x, y)$. La courbe de niveau d correspond aux points qui se trouvent à distance d par rapport au contour C . Le signe de U nous indique les régions internes (-) et externes (+) au contour.

Grâce à la méthode par ensemble de niveau, la solution du problème dynamique (2.2), avec F donnée, revient à résoudre :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = F \cdot |\nabla U|. \quad (2.5)$$

En effet, la dérivée de $U(x, y; t)$ par rapport au temps t est donnée par $\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t}$. Comme $\frac{\partial C}{\partial t} = C_t = F \cdot \vec{N}$ et $\vec{N} = \frac{-\nabla U}{|\nabla U|}$, nous avons $\frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} = \langle \nabla U, C_t \rangle = \langle \nabla U, F \cdot \vec{N} \rangle = -F \cdot |\nabla U|$. Pour les points du contour C , U est toujours égal à zéro et donc sa dérivé par rapport au temps est nul. D'ici nous obtenons (2.5).

Le niveau zéro de la fonction U peut changer indifféremment de topologie sans impliquer différentes topologies de U (figure 2.3) : donc, il est possible d'effectuer la détection de plusieurs objets en n'ayant initialisé qu'un seul contour, ce qui n'est pas possible avec le modèle classique où il faut autant de contours déformables que d'objets à segmenter.

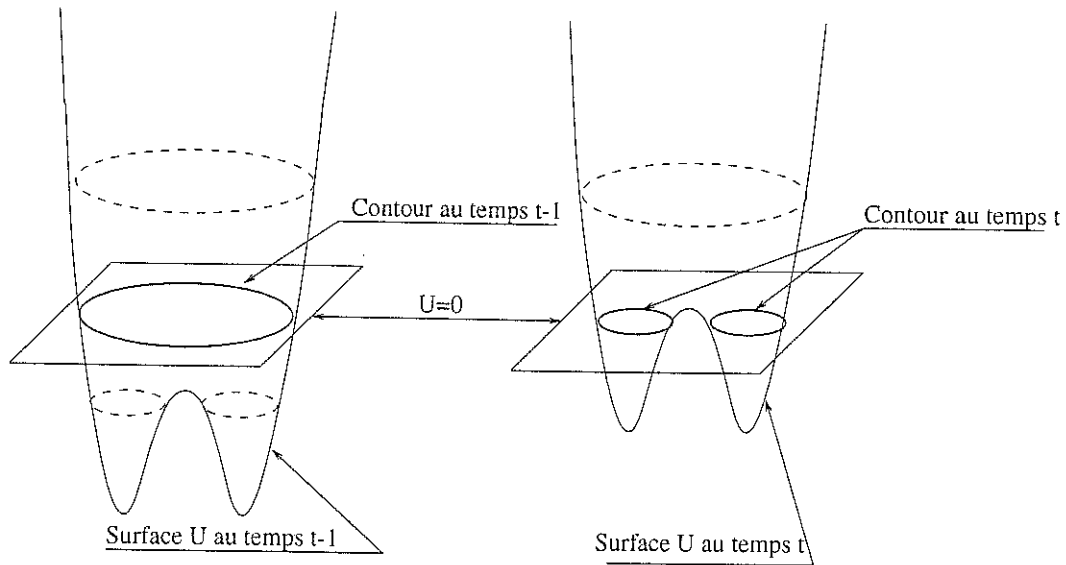


Figure 2.3. Changement de topologie au cours de l'évolution des courbes de niveau.

En remplaçant (2.3) dans (2.5), nous obtenons :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = g(|\nabla I|)(c + k)|\nabla U|. \quad (2.6)$$

avec $U(x, y; t = 0) = U_0(x, y)$. $U_0(x, y)$ est la courbe initiale de niveau zéro, définie à partir d'un contour fermé initial $C(t = 0) = C_0$. Précisément, on définit

$$U_0(x, y) = U(x, y; t = 0) = \pm d(x, y) \quad (2.7)$$

où $d(x, y)$ est la distance signée de (x, y) à C_0 . Il faut donc, à partir de C_0 , déterminer une carte des distances. Pour cela on utilise une distance de Chamfer [35]. Le signe de $d(x, y)$ est choisi en fonction de la région dans laquelle se trouve le point (x, y) : par convention, s'il se trouve à l'intérieur de la courbe, alors on choisira le signe - ; s'il est à l'extérieur, on prendra le signe +.

Le terme k représente la courbure de U . Nous avons $k = \text{div} \left(\frac{\nabla U}{|\nabla U|} \right)$.

En général, on introduit un paramètre δ dans l'équation (2.6) pour indiquer le seuil de discontinuité de l'intensité I à partir duquel on considère que la valeur de $\frac{|\nabla I|}{\delta}$ est suffisamment importante pour signaler la présence d'un contour. La formulation définitive d'un contour actif géométrique que nous considérons dans la suite est donc la suivante :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = g \left(\frac{|\nabla I|}{\delta} \right) (c + k) |\nabla U|. \quad (2.8)$$

Même si nous utilisons les contours actifs géométriques, nous voulons aussi rappeler l'approche géodésique de Caselles *et al.* [9]. Elle est en effet proche de celle de Malladi *et al.* [14] mais permet en plus de faire un lien entre les snakes classiques et les contours actifs géométriques.

Considérons l'équation (2.1). Dans [11], il est montré que la suppression de la contrainte de rigidité (le terme pondéré par β) n'a que peu d'influence sur la régularité du contour déformable si celui-ci est initialement assez lisse. Caselles *et al.* montrent que minimiser (2.1) avec $\beta = 0$, après avoir introduit la fonction d'arrêt g , revient à minimiser $\int_0^1 g(|\nabla I(C(q))|) |C'(q)| dq$. En posant $ds = |C'(q)| dq$ on obtient $\int_0^{L(C)} g(|\nabla I(C(s))|) ds$ où $L(C)$ est la longueur euclidienne du contour C . Il s'agit donc de trouver la courbe $C(q)$ de longueur minimale qui satisfait les contraintes internes et externes posées : d'ici l'appellation de géodésique pour ce type de contours actifs.

Un contour actif géodésique évolue selon l'EDP dynamique suivante :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = g(|\nabla I|) k \vec{N} - (\nabla g \vec{N}) \cdot \vec{N}. \quad (2.9)$$

En introduisant la force ballon c et le paramètre δ , en utilisant la formulation par courbes de niveau, nous avons

$$\frac{\partial U}{\partial t} = g \left(\frac{|\nabla I|}{\delta} \right) (c + k) |\nabla U| + \nabla g \nabla U. \quad (2.10)$$

Cette équation comporte le terme $\nabla g \nabla U$, en plus par rapport à (2.8), qui a pour effet d'améliorer la convergence du contour lorsqu'il arrive près des bords des objets à segmenter.

La choix d'utiliser les contours actifs géométriques plutôt que géodésiques a été fait seulement pour raisons pratiques car nous disposions déjà de l'implémentation des premiers réalisée par S. Teboul [17, 18, 19].

2.2 La méthode d'estimation de base

La méthode d'estimation du mouvement à laquelle nous faisons référence [21, 22] appartient à la classe des méthodes différentielles. En particulier, elle

appartient à la sous-classe des méthodes pixels-récurrentes.

Les méthodes pixels-récurrentes s'attachent à travailler pixel par pixel en donnant un champ dense de vecteurs. Dans ce groupe nous trouvons les algorithmes basés sur les filtres de Wiener ou Kalman [36, 37, 38], ou des techniques basées sur la minimisation d'une fonctionnelle [23, 24]. La méthode d'estimation de base que nous avons utilisée fait partie de cette dernière classe.

Une méthode pixel-récurrente repose sur deux hypothèses concernant les images, la première portant sur la luminosité et la seconde sur le type de mouvement :

1. la lumière émise par un objet ne change pas au cours de son mouvement ;
2. chaque pixel se déplace d'une image à l'autre par translation.

L'hypothèse 1 est nécessaire car si cela n'est pas vérifié on ne pourra jamais avoir correspondance entre mouvement et flot optique. La deuxième hypothèse est une simplification mais pas contraignante : une rotation peut en effet toujours être vue comme le résultat d'un mouvement de translation de chaque pixel car ce mouvement est indépendant pour chacun d'eux.

L'algorithme de recherche des vecteurs de mouvement pour chaque pixel est construit à partir de ces hypothèses. Pour l'invariance de luminosité, si un pixel de coordonnées (i', j') de l'image au temps $t - 1$ se déplace au site (i, j) à l'instant t , nous pouvons écrire :

$$I(i', j'; t - 1) = I(i, j; t). \quad (2.11)$$

Si le mouvement est une translation, en indiquant le vecteur de déplacement avec $\vec{V}_{ij} = (u_{ij}, v_{ij})$, nous avons

$$(i - u_{ij}, j - v_{ij}) = (i', j') \quad (2.12)$$

et donc

$$I(i - u_{ij}, j - v_{ij}; t - 1) = I(i, j; t). \quad (2.13)$$

Pour chaque pixel, on peut définir la Displaced Frame Difference (DFD) :

$$DFD_{ij} = I(i, j; t) - I(i - u_{ij}, j - v_{ij}; t - 1). \quad (2.14)$$

Estimer le mouvement au point (i, j) revient alors à trouver le vecteur déplacement \vec{V}_{ij} soit en annulant la DFD, soit en minimisant son carré. Dans le deuxième cas, il s'agit de chercher V en tous sites (i, j) par minimisation du critère suivant :

$$J_1(\vec{V}) = \sum_{i,j} DFD^2(i, j). \quad (2.15)$$

Horn et Schunck [23] ont proposé de linéariser la DFD par un développement en série de Taylor-Lagrange jusqu'au premier ordre. On a

$$I(i - u_{ij}, j - v_{ij}; t - 1) \approx I(i, j; t) - I_x u_{ij} - I_y v_{ij} - I_t \quad (2.16)$$

où I_x , I_y et I_t sont les dérivées partielles de l'intensité respectivement par rapport à x , y et t . On récrit alors la (2.15) comme

$$J_1(\vec{V}) = \sum_{i,j} (I_x u_{ij} + I_y v_{ij} + I_t)^2. \quad (2.17)$$

La minimisation de (2.17) par rapport à (u, v) en tout point (i, j) est un problème mal posé dans le sens défini par Hadamard [39]. Afin de palier à cela, le problème est reformulé en utilisant la théorie de la régularisation [40]. On désigne par régularisation d'un problème mal posé l'introduction d'une information *a priori* sur la solution afin que son existence, son unicité et sa stabilité soient assurées. On définit donc un nouveau critère composé de deux termes : le premier, coïncidant avec (2.17), représente le terme d'adéquation aux données ; le second, noté $J_2(\vec{V})$ est la contrainte de régularisation. En particulier,

$$J_2(\vec{V}) = \sum_{i,j} \varphi(|\nabla \vec{V}|). \quad (2.18)$$

où φ est une fonction réelle nommée potentiel. Le nouveau critère est

$$J_1(\vec{V}) + \lambda^2 J_2(\vec{V}). \quad (2.19)$$

où λ est un paramètre de pondération entre les deux termes à minimiser.

Un choix judicieux de la fonction potentielle permet d'assurer la prise en compte de discontinuités de la solution. Dans un travail récent [16] il a été démontré que pour permettre cela la fonction φ doit vérifier les trois conditions suivantes :

$$1) \quad \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\varphi'(t)}{2t} = 1;$$

- 2) $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\phi'(t)}{2t} = 0;$
3) $\frac{\phi'(t)}{2t}$ continue et strictement décroissant sur $[0, +\infty[$.

La modélisation des discontinuités est faite en introduisant la variable auxiliaire b dans le terme de régularisation. Elle indique s'il y a ou non une discontinuité dans la direction du gradient de V : b proche de 0 en indique la présence, b proche de 1 l'absence. $J_2(\vec{V})$ devient donc

$$J_2(\vec{V}) = \sum_{ij} \varphi(|\nabla \vec{V}_{ij}|, b_{ij}). \quad (2.20)$$

Du théorème 1 de [16] on a

$$\varphi(|\nabla \vec{V}_{ij}|, b_{ij}) = b_{ij} |\nabla \vec{V}_{ij}|^2 + \psi(b_{ij}) \quad (2.21)$$

où ψ est une fonction strictement décroissante et convexe qui dépend de φ .

Pour régler le module du gradient et par conséquent décider le niveau de discontinuité à préserver, on introduit le paramètre δ_V . $|\nabla \vec{V}_{ij}|$ est remplacé par $\left| \frac{\nabla \vec{V}_{ij}}{\delta_V} \right|$, ce qui nous donne le critère définitif :

$$\begin{aligned} J(\vec{V}, b) &= J_1(\vec{V}) + \lambda^2 J_2(\vec{V}, b) \\ &= \sum_{i,j} (I_x u_{ij} + I_y v_{ij} + I_t)^2 \\ &\quad + \lambda^2 \sum_{i,j} \left(b_{ij} \left| \frac{\nabla \vec{V}_{ij}}{\delta_V} \right|^2 + \psi(b_{ij}) \right) \end{aligned} \quad (2.22)$$

Il faut donc minimiser (2.22) par rapport à $b \in [0, 1]$ et $\vec{V} = (u, v)$. Le minimum de $J(\vec{V}, b)$ par rapport à b avec \vec{V} fixé est donné directement par le théorème 1 de [16] :

$$b_{ij} = \frac{\varphi' \left(\left| \frac{\nabla \vec{V}_{ij}}{\delta_V} \right| \right)}{2 \left| \frac{\nabla \vec{V}_{ij}}{\delta_V} \right|} \quad (2.23)$$

Le minimum de (2.22) par rapport à \vec{V} avec b fixé est déterminé en résolvant, par l'algorithme du Gradient Conjugé [42], le système d'équations linéaires suivant :

$$\begin{cases} (I_x u + I_y v + I_t) I_x - \frac{\lambda^2}{\delta_V^2} \Delta_{pond}(bu) = 0 \\ (I_x u + I_y v + I_t) I_y - \frac{\lambda^2}{\delta_V^2} \Delta_{pond}(bv) = 0 \end{cases}$$

(2.24)

$\Delta_{pond}(bu)$ (respectivement $\Delta_{pond}(bv)$) est un Laplacien de u (respectivement de v) pondéré par les coefficients b :

$$-\Delta_{pond}(bu) = \begin{aligned} &u_{ij}(2b_{ij} + b_{i-1,j} + b_{i,j-1}) \\ &-u_{i+1,j}b_{ij} - u_{i,j+1}b_{ij} - u_{i-1,j}b_{i-1,j} - u_{i,j-1}b_{i,j-1} \end{aligned} \quad (2.25)$$

La minimisation globale est faite à l'aide de l'algorithme autoadaptatif ARTUR, proposé dans [16], qui résout alternativement les équations (2.23) et (2.24).

2.3 La méthode proposée

Pour simplifier, nous nous intéressons à un seul objet mobile de la scène. Nous distinguons l'objet qui nous intéresse par rapport au reste de la scène, que nous appellerons le fond. Nous segmentons l'objet sur les images d'intensité I aux temps $t-1$ et t . À partir de cette segmentation nous déduisons une méthode simple et efficace d'estimation du champ dense du flot optique.

La segmentation en intensité de l'objet d'intérêt dans les deux images considérées est faite au moyen d'un contour actif géométrique formulé à l'aide de la méthode des courbes de niveau. Nous montrons qu'à partir des cartes des distances finales, nous pouvons séparer la région intéressée par le mouvement de l'objet par rapport au fond.

Sur le fond, nous voulons obtenir un flot qui soit très fiablement estimé, c'est-à-dire avec les discontinuités bien localisées : pour cela, nous utilisons la méthode d'estimation de base (cf. 2.2). Puisque notre but est la segmentation du mouvement de l'objet, nous voulons obtenir un flot homogène sur ce dernier. Donc, dans la région intéressée par le mouvement de l'objet, nous utilisons une fonction potentiel quadratique. Or, le poids du terme de régularisation ne peut pas être le même dans les deux cas. Nous considérons donc deux paramètres différents de lissage (λ) à régler séparément. Tout cela nous conduit à la définition de deux critères totalement séparés sur l'objet et le fond.

Nous montrons que les cartes des distances permettent aussi de caractériser les régions occluses relatives à l'objet. En particulier, nous caractérisons la région recouverte dans la deuxième image : ici nous ne pouvons pas bien

estimer le flot puisque il s'agit d'une zone de la première image qui n'a pas de correspondance dans la deuxième. Nous fixons un flot nul ici. Remarquons qu'il serait aussi possible de localiser la région découverte, c'est-à-dire présente dans la deuxième image mais pas dans la première.

Nous abordons aussi le problème de l'estimation du flot optique associé aux objets caractérisés, dans leur intérieur, par une petite variance d'intensité. Bien que dans un contexte limité, c'est-à-dire en considérant les objets rigides bougeant sur un plan parallèle à celui de l'image, nous pouvons faire l'hypothèse suivante d'invariance des distances : pendant le mouvement, les pixels qui définissent un objet maintiennent la même distance par rapport à ses bords. Cela nous a permis d'utiliser l'information distance, au lieu de ou en combinaison avec l'intensité, pour conditionner localement le flot.

Un paragraphe sera consacré à la façon de régler les divers paramètres de la méthode.

2.3.1 Segmentation en intensité

La première étape de notre approche consiste à segmenter l'objet dans les images aux temps $t - 1$ et t . Nous utilisons pour cela un contour actif géométrique $C(t)$. En particulier, nous choisissons de faire une segmentation par contraction du contour déformable : il est donc nécessaire de définir C_0 à l'extérieur de l'objet. Le contour final C_f sera collé aux parois extérieures de l'objet. Il est défini implicitement par la courbe de niveau zéro de la surface finale U_f obtenue en faisant évoluer la surface initiale U_0 selon (2.8).

U_f a, par rapport à C_f , les mêmes propriétés que U_0 par rapport à C_0 , c'est-à-dire :

$$\begin{aligned} U_f(i, j) = 0 &\Leftrightarrow (i, j) \in C_f; \\ U_f(i, j) > 0 &\Leftrightarrow (i, j) \text{ est à l'extérieur de } C_f(i, j); \\ U_f(i, j) < 0 &\Leftrightarrow (i, j) \text{ est à l'intérieur de } C_f(i, j); \end{aligned} \quad (2.26)$$

La carte D des distances à la courbe de niveau zéro final est définie par toutes les courbes de niveau de U_f :

$$d_{ij} = U_f(i, j). \quad (2.27)$$

2.3.2 Partitionnement des images

La deuxième étape consiste à partitionner les images en trois régions, F , O et R , au moyen des signes des distances finales associées aux deux images. Précisément :

$$\begin{aligned} F &= \{(i, j) : D(i, j; t-1) \geq 0 \cap D(i, j; t) \geq 0\} \\ O &= \{(i, j) : D(i, j; t-1) < 0\} \\ R &= \{(i, j) : D(i, j; t-1) \geq 0 \cap D(i, j; t) < 0\} \end{aligned} \quad (2.28)$$

Il s'avère que :

- F correspond à la région qui n'est pas intéressée par le mouvement de l'objet, région que l'on appelle le fond ;
- O est la région occupée par l'objet au temps $t-1$;
- R correspond à la région recouverte au temps t .

Un exemple de partitionnement des images des intensités, $I(t-1)$ et $I(t)$, au moyen des signes des distances associées, est montré dans la figure 2.4.

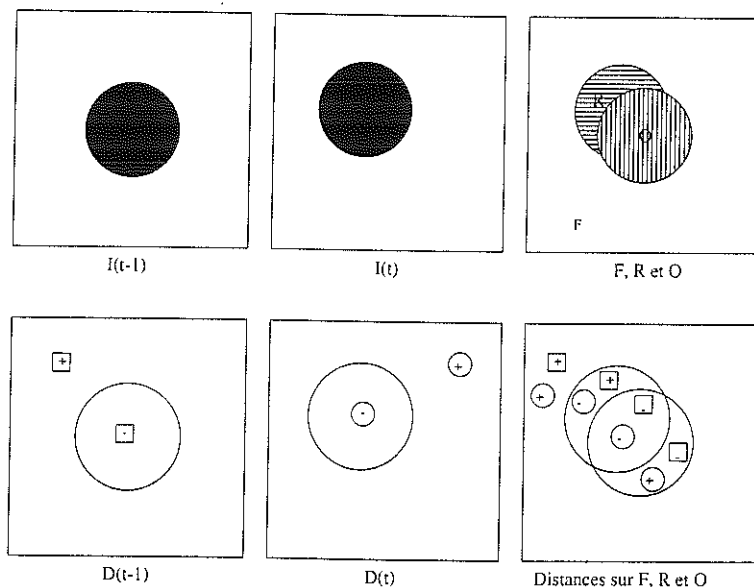


Figure 2.4. Partitionnement des images des intensités, $I(t-1)$ et $I(t)$, au moyen des cartes des distances associées, $D(t-1)$ et $D(t)$.

2.3.3 Estimation du flot optique

Un critère différent, pour l'estimation du flot optique, est défini pour chacune des régions F , O et R .

Sur F nous utilisons le critère de base :

$$J_F(\vec{V}, b) = \sum_{(i,j) \in F} (I_x u_{ij} + I_y v_{ij} + I_t)^2 + \lambda_F^2 \sum_{(i,j) \in F} \left(b_{ij} \left| \frac{\nabla \vec{V}_{ij}}{\delta_F} \right|^2 + \psi(b_{ij}) \right) \quad (2.29)$$

Il permet d'estimer d'une manière fiable le flot tout en préservant ses discontinuités.

Dans la région O nous utilisons une régularisation quadratique. En effet, nous cherchons un flot qui soit homogène et qui puisse globalement bien approximer le mouvement de l'objet.

En général, nous avons l'estimation d'un flot non nul où il y a un gradient d'intensité non nul. En correspondance d'un pixel où le gradient spatial en intensité est nul, un flot non nul est dû seulement au terme de régularisation. Pour attacher toujours le flot aux données, nous considérons aussi le gradient spatial en intensité calculé à partir des cartes des distances finales. Pour cela, en considérant le cas d'un objet rigide bougeant dans un plan parallèle à celui de l'image, nous posons l'hypothèse d'invariance des distances pour les pixels qui définissent l'objet. En autres mots, si un pixel de coordonnées (i', j') de l'image au temps $t - 1$ se déplace au site (i, j) à l'instant t , nous avons :

$$D(i', j'; t - 1) = D(i, j; t). \quad (2.30)$$

En considérant un déplacement translationnel $\vec{V}_{ij} = (u_{i,j}, v_{i,j})$, pour la 2.12 nous obtenons :

$$D(i - u_{ij}, j - v_{ij}; t - 1) = D(i, j; t). \quad (2.31)$$

En développant en série de Taylor-Lagrange jusqu'au premier ordre, nous avons :

$$D(i - u_{ij}, j - v_{ij}; t - 1) \approx D(i, j; t) - D_x u_{ij} - D_y v_{ij} - D_t \quad (2.32)$$

D_x , D_y et D_t étant les dérivées partielles des distances, respectivement par rapport à x , y et t . En substituant (2.32) in (2.30) nous avons :

$$D_x u_{ij} + D_y v_{ij} + D_t = 0 \quad (2.33)$$

À partir de (2.33), nous pouvons définir un terme d'attache aux données portant sur les distances. Estimer le flot optique à partir des distances revient en effet à minimiser la quantité $(D_x u_{ij} + D_y v_{ij} + D_t)^2$. Dans la région O , donc, nous définissons le critère suivant :

$$J_O(\vec{V}) = (1-p) \sum_{(i,j) \in O} (I_x u_{ij} + I_y v_{ij} + I_t)^2 + p \sum_{(i,j) \in O} (D_x u_{ij} + D_y v_{ij} + D_t)^2 + \lambda_O^2 \sum_{(i,j) \in O} |\nabla \vec{V}_{ij}|^2 \quad (2.34)$$

p est un paramètre réel de pondération entre les deux termes d'attache aux données, le premier reposant sur le gradient de l'intensité, le deuxième sur celui des distances.

Le minimum de (2.34) par rapport à $\vec{V}_{ij} = (u_{i,j}, v_{i,j})$ est déterminé en résolvant, par l'algorithme du Gradient Conjugé [42], le système d'équations linéaires suivant :

$$\begin{cases} (1-p)(I_x u + I_y v + I_t)I_x + p(D_x u + D_y v + D_t)D_x - \lambda_O^2 \Delta(u) = 0 \\ (1-p)(I_x u + I_y v + I_t)I_y + p(D_x u + D_y v + D_t)D_y - \lambda_O^2 \Delta(v) = 0 \end{cases} \quad (2.35)$$

où $\Delta(u)$ et $\Delta(v)$ sont respectivement les Laplaciens de u et de v .

Enfin, dans la région recouverte R nous fixons un flot nul.

2.3.4 Réglage des paramètres

Le choix des paramètres n'est pas trivial. Aucun d'entre eux est en effet fixé analytiquement. Pour leur réglage, donc, nous ne pouvons que donner des indications dictées par l'expérience.

2.3.4.1 Paramètres de l'algorithme de segmentation

Pour ce qui concerne la segmentation en intensité, en posant

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U^t - U^{t-1}}{dt} \quad (2.36)$$

dans (2.8), nous obtenons

$$U^t = U^{t-1} + dtg \left(\frac{|\nabla I|}{\delta} \right) (c + k) |\nabla U^{t-1}|. \quad (2.37)$$

L'algorithme des courbes déformables nécessite donc la saisie de trois paramètres : dt , δ et c .

Le premier, dt , est le pas de temps qui règle l'évolution du schéma. D'un coté, si sa valeur est trop petite, l'algorithme risque de s'arrêter tout de suite. Cela dépend du fait que le critère d'arrêt est défini sur la mesure de la déformation de la courbe entre deux itérations et une valeur petite de dt induit une infime déformation du contour actif. De l'autre coté, si la valeur du pas de temps est trop importante, le schéma (2.37) devient instable.

Le paramètre δ , qui constitue le seuil de discontinuité des intensités qui signale la présence d'un contour, peut être difficile à régler. En particulier, si un objet est bien contrasté au niveau de l'intensité, il n'y a pas beaucoup de difficulté à trouver un δ optimal, c'est-à-dire tel que le contour va se coller exactement à l'extérieur de l'objet à segmenter. Cela peut se faire, par exemple, en partant d'une valeur assez petite de δ et en l'augmentant progressivement jusqu'à obtenir le résultat voulu. Malheureusement, ceci n'est pas toujours le cas. Dans les séquences réelle, par exemple, souvent l'objet n'a pas les bords bien contrastés par rapport au fond. Il arrive alors qu'il n'existe pas une valeur optimale de δ , c'est-à-dire que le contour final ne peut pas correspondre exactement à l'objet. Cela empêche l'application de notre méthode d'estimation pour laquelle il faut disposer d'une segmentation correcte de l'objet aux temps $t - 1$ et t .

Enfin, la valeur de la force ballon c permet de régler la vitesse et la direction de convergence de (2.37). En particulier, pour une segmentation par contraction, c doit être positif. Si sa valeur est trop importante, le contour risque de traverser les bords de l'objet à segmenter, l'influence de la fonction d'arrêt g devenant négligeable par rapport à la sienne. Le problème d'un c trop petit se pose dans le cas où nous voulons segmenter un objet non convexe à partir d'un contour initial convexe. Le passage d'un contour convexe à un non convexe se traduit par un changement de signe de la courbure k . Or c doit être suffisamment importante pour permettre la conservation de la positivité du terme $(c + k)$.

En conclusion, les expérimentations de simulation que nous avons conduit, nous suggèrent que le seul paramètre vraiment critique par rapport à la

segmentation en intensité est représenté par δ . En effet, les valeurs idéales de dt et c ne diffèrent que très légèrement d'une image à une autre.

2.3.4.2 Paramètres de l'algorithme d'estimation

L'algorithme d'estimation consiste à minimiser séparément les critères (2.29) et (2.34), définir un flot nul sur R et combiner les résultats pour avoir le flot associé à toute l'image (la première). Les paramètres à fixer sont λ_F et δ_F , pour l'estimation dans la région F , et λ_O et p dans O .

Les paramètres λ_F et λ_O définissent le niveau de lissage de la solution, respectivement sur F et sur O . La façon de les fixer est différente sur les deux régions. Sur le fond nous avons intérêt à faire toujours dominer le terme d'attache aux données par rapport à celui de régularisation. Donc, λ_F est choisi en général petit. Pour λ_O la situation est différente car nous voulons obtenir un flot assez homogène. Il faudra choisir alors un λ_O toujours important pour avoir une solution très lisse sur O .

Le paramètre δ_F définit le niveau de discontinuité de la solution sur F . Il influence localement la valeur de la variable auxiliaire b qui constitue en fait la carte des discontinuités de la solution. b étant définie par (2.23), nous avons :

$$\begin{aligned} \delta_F \rightarrow 0 &\Rightarrow \left| \frac{\nabla I}{\delta_F} \right| \rightarrow +\infty \Rightarrow b \rightarrow 0 \\ \delta_F \rightarrow +\infty &\Rightarrow \left| \frac{\nabla I}{\delta_F} \right| \rightarrow 0 \Rightarrow b \rightarrow 1 \end{aligned} \quad (2.38)$$

Donc, δ_F est choisi plus ou moins important selon le plus petit ou le plus grand nombre de discontinuités recherchées dans la solution.

Enfin, en ce qui concerne p , l'idée est de lier sa valeur à la variance de l'intensité sur O . Quand dans cette région il y a des grandes zones avec gradient d'intensité nul, nous considérons prioritairement le gradient des distances pour conditionner localement le flot. Pour cela, le paramètre p est choisi plus ou moins grand selon la plus grande ou la plus petite extension de ces zones, c'est-à-dire la plus petite ou la plus grande variance de l'intensité sur O . Donc

$$p \sim \frac{1}{\text{VAR}\{I_O\}} \quad (2.39)$$

Nous fixons pour p une variabilité dans l'intervalle $[0, 1]$.

2.4 Résultats expérimentaux

La méthode proposée a été appliquée aussi bien sur des séquences synthétiques que sur une séquence réelle.

Le but de la première expérimentation est de montrer l'utilité des informations fournies par les distances. Nous considérons un cercle, avec une intensité constante, qui se déplace de quatre pixels à gauche et en haut sur un fond lui aussi constant. La dimension des images est 128×128 . La *figure 2.5* montre la première image de la séquence, la *figure 2.6a* le résultat obtenu en considérant seulement les intensités, la *figure 2.6b* avec seulement les distances. Les paramètres utilisés sont aussi indiqués.

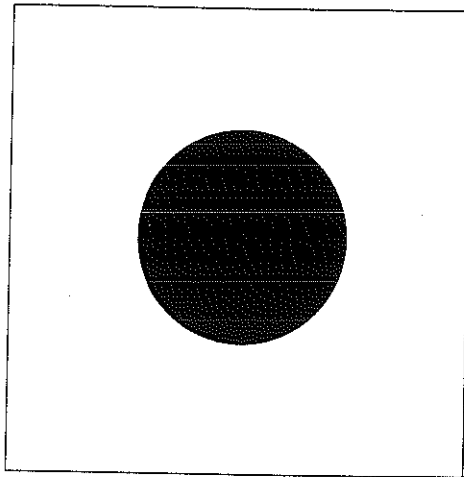


Figure 2.5 : première image de la séquence Cercle.

Dans ce cas, les valeurs de λ_F et δ_F ne sont pas importantes car, le fond étant constant, sur la région F le gradient est toujours nul et donc ici aussi le flot estimé est nul. En considérant les intensités, nous obtenons un gradient non nul en correspondance des bords de l'objet aux temps $t - 1$ et t . Le flot ici estimé est propagé à l'intérieur de l'objet par effet du terme de régularisation, mais cette propagation n'arrive qu'à intéresser une petite bande le long le bord du cercle. En considérant les distances, au contraire, nous arrivons à estimer un flot non nul sur toute la surface du cercle au temps $t - 1$.

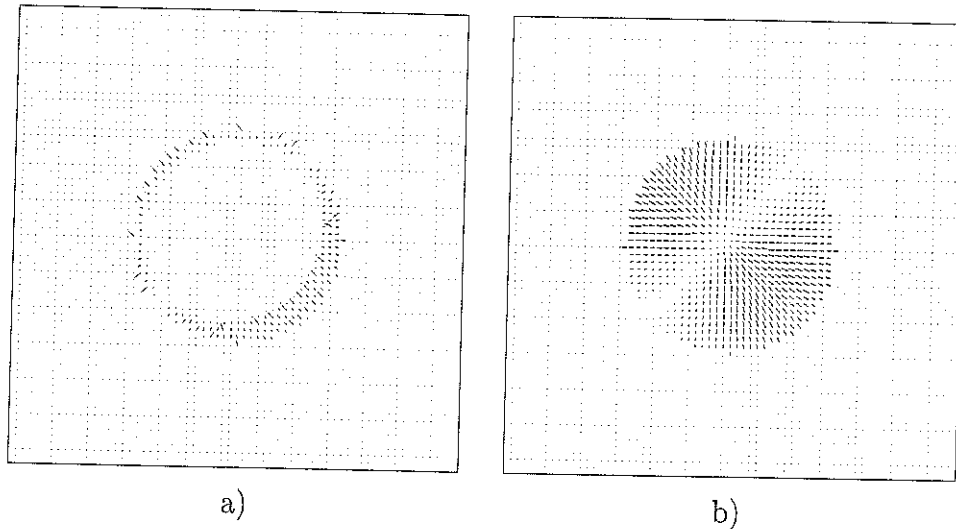


Figure 2.6. Flot optique estimé sur la séquence Cercle. Résultats obtenu en considérant, dans la région O , a) seulement les intensités ($p = 0.0$) et b) seulement les distances ($p = 1.0$). Les autres paramètres utilisés sont : $\lambda_F = 1.0$, $\lambda_O = 15.0$, $\delta_F = 1.0$.

Avec la deuxième expérimentation, nous avons introduit du bruit dans les deux images. Il s'agit d'un bruit additif gaussien avec moyenne 0 et variance 10 : le snr (en variance) résulte être 29.7db pour chaque image. Le résultat obtenu, en considérant seulement les distances, est montré dans la figure 2.7. Les paramètres utilisés sont aussi indiqués.

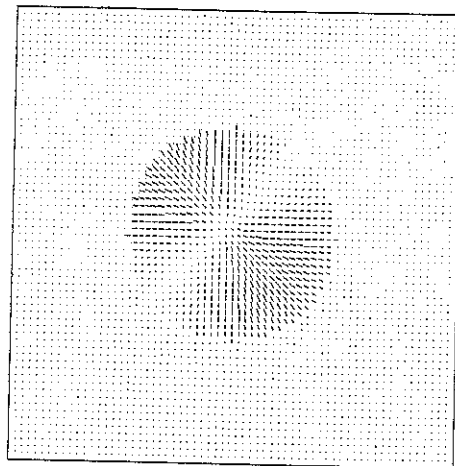


Figure 2.7. Flot optique estimé sur la séquence bruitée Cercle : résultat obtenu en considérant, dans la région O , seulement les distances ($p = 1.0$). Les autres paramètres utilisés sont : $\lambda_F = 50.0$, $\lambda_O = 15.0$, $\delta_F = 10.0$.

Dans ce cas, nous avons choisi des grandes valeurs pour λ_F et δ_F car nous savons que le flot estimé sur F est produit seulement par le bruit. Donc, sur F nous avons un flot très faible, parce que l'information fournie par les dérivées n'est pas dominante, et le flot est homogène parce que λ_F et δ_F sont assez grands.

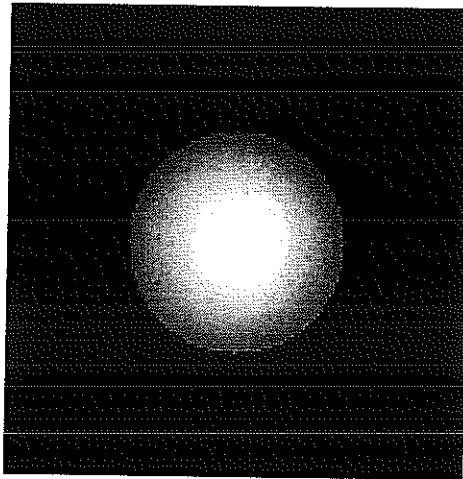


Figure 2.8 : première image de la séquence Sphère.

Maintenant, nous remplaçons le cercle avec une sphère d'intensité gaussienne. Sur les images il n'y a pas de bruit. L'intensité étant bien variable sur l'objet, nous pouvons choisir une valeur proche de 0 pour le paramètre p . La première image de la séquence est montrée dans la *figure 2.8*; le résultat, en considérant seulement les intensités, dans la *figure 2.9*. Les paramètres utilisés sont aussi indiqués.

Remarquons que, en considérant seulement les distances, nous avons le même résultat que dans le cas du cercle constant (*figure 2.6b*).

La séquence réelle que nous avons considérée, Parking Lot, nous a été mise à disposition par Patrick Pérez de l'IRISA : nous le remercions pour cela. La séquence montre deux voitures qui sont en train de sortir d'un parking. Sur le fond, il y a des arbres qui bougent à cause du vent. Nous avons choisi de segmenter seulement la voiture qui est en premier plan. La dimension des images est 224×224 . Les images choisies sont la première et la deuxième : la première est montrée en *figure 2.10*. Le résultat obtenu, en considérant intensités et distances, est montré dans la *figure 2.11*. Les paramètres utilisés sont aussi indiqués.

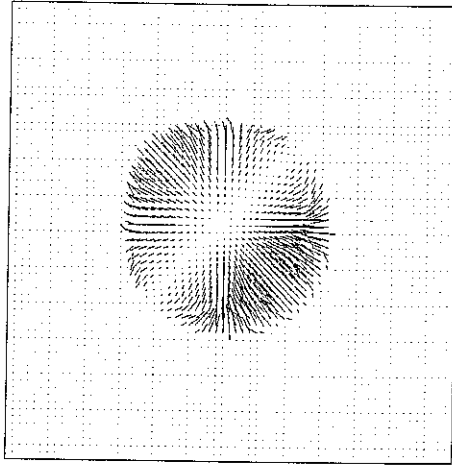


Figure 2.9. Flot optique estimé sur la séquence Sphère : résultat obtenu en considérant, dans la région O , seulement les intensités ($p = 0.0$). Les autres paramètres utilisés sont : $\lambda_F = 1.0$, $\lambda_O = 15.0$, $\delta_F = 1.0$.



Figure 2.10 : première image de la séquence Parking Lot.

Cette séquence nous a permis de révéler la limite de la méthode proposée dont nous avons déjà parlé en 2.3.4.1 : la difficulté de segmenter un objet mal contrasté au niveau de l'intensité. Or, une telle situation peut dépendre du bruit, et alors un filtrage des images avant la segmentation peut permettre de résoudre le problème, mais peut être aussi une caractéristique intrinsèque de l'image, comme dans le cas de la voiture. En effet, sur la partie en bas de la voiture il y a un grand contraste avec le fond mais dans la partie en haut le contraste est faible. Cela nous a empêché de trouver un δ optimal, la preuve en est que pour appliquer notre méthode d'estimation nous avons

recours à une segmentation faite à la main.

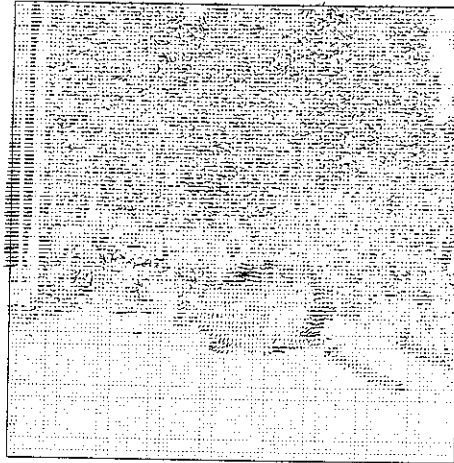


Figure 2.11. Flot optique estimé sur la séquence Parking Lot : résultat obtenu en considérant, dans la région O , intensités et distances. Les paramètres utilisés sont : $\lambda_F = 2.0$, $\lambda_O = 7.0$, $\delta_F = 0.5$, $p = 0.1$.

Pour ce qui concerne la validation des résultats numériques obtenus, dans le cas de séquences synthétiques nous avons comparé nos résultats avec le flot idéal associé à chacune. Cela n'a pas été possible dans le cas de Parking Lot car le flot idéal d'une séquence réelle n'est jamais disponible.

Dans le cas du cercle ou de la sphère, le flot idéal est le même et il est montré dans la *figure 2.12*.

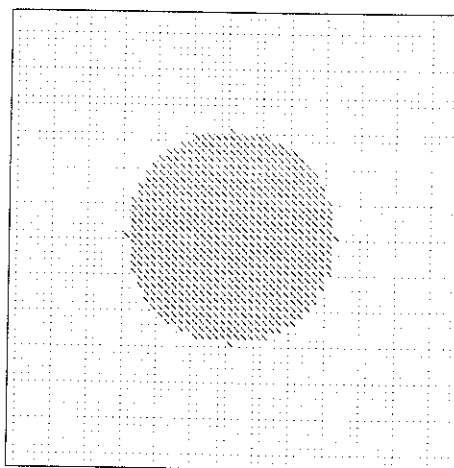


Figure 2.12 : flot idéal associé aux séquences Cercle et Sphère.

Comme nous pouvons le remarquer, les résultats obtenus sont assez différents par rapport au flot idéal : ceci est montré par les erreurs numériques relevées au niveau des modules et des directions des vecteurs. Le critère d'erreur utilisé pour les modules est le suivant :

$$E_{module} = \sqrt{(|V_{idéal}| - |V_{estimé}|)^2} \quad (2.40)$$

Celui utilisé pour les directions est le suivant :

$$E_{direction} = \arccos \left(\frac{u_{estimé}u_{idéal} + v_{estimé}v_{idéal} + 1}{\sqrt{|V_{estimé}|^2 + 1} \sqrt{|V_{idéal}|^2 + 1}} \right) \quad (2.41)$$

La moyenne (μ), la variance (σ^2) et l'écart type (σ) des erreurs relatives aux résultats des figures 2.6a, 2.6b, 2.7 et 2.9 sont montrées dans le tableau 2.1.

Figure	Région	Μοδulos			Directions		
		μ	σ^2	σ	μ	σ^2	σ
2.6a	image glob.	0.922519	4.136609	2.033866	12.258183	13.404004	3.661148
	F	0	0	0	0	0	0
	O	5.357868	0.260874	0.510758	71.193932	4.617004	2.148722
	R	0	0	0	0	0	0
2.6b	image glob.	0.758681	2.829912	1.682234	8.151826	6.711906	2.590735
	F	0	0	0	0	0	0
	O	4.406322	0.363085	0.602566	47.344738	6.595923	2.568253
	R	0	0	0	0	0	0
2.7	image glob.	0.982235	3.533925	1.879874	16.766569	8.650537	2.941179
	F	0.134126	0.006053	0.077804	7.587408	0.322800	0.568155
	O	5.075996	0.249468	0.499488	61.813248	5.827456	2.414012
	R	0	0	0	0	0	0
2.9	image glob.	0.536288	1.830094	1.352810	7.957286	7.930013	2.816028
	F	0	0	0	0	0	0
	O	3.114345	2.599804	1.612391	46.214878	15.197838	3.898440
	R	0	0	0	0	0	0

Tableau 2.1 : erreurs numériques relevées sur les résultats des figures 2.6a, 2.6b, 2.7 et 2.9 par rapport au flot idéal de figure 2.12.

2.5 Conclusion et perspectives

Dans ce chapitre, nous avons montré comment une segmentation en intensité des objets en mouvement, préalable, peut augmenter l'efficacité d'un

critère d'estimation du flot optique. En particulier, nous avons montré la contribution fournie au processus d'estimation par une segmentation en intensité réalisée au moyen d'un contour actif géométrique formulé à l'aide de la méthode des courbes de niveau.

Pour simplifier, nous nous sommes intéressé à un seul objet mobile de la scène.

Une première importante contribution de la segmentation est la simple localisation des zones occluses. Nous avons montré comme les cartes des distances finales, obtenues en segmentant en intensité cet objet dans les deux images considérées pour l'estimation du flot, permettent de distinguer trois régions, d'importance différente, que nous avons traitées séparément : le fond, la région occupée par l'objet dans la première image et celle recouverte dans la deuxième image. Nous avons déjà remarqué qu'il serait possible aussi de caractériser la région découverte.

Une deuxième contribution de la segmentation concerne la possibilité d'utiliser directement l'information distance pour l'estimation du flot dans la région occupée par l'objet dans la première image. Cela permet de palier le problème de l'estimation du flot dans cette zone lorsque l'objet est caractérisé par une variance d'intensité trop petite. Cependant, la possibilité d'inclure l'information distance dans le processus d'estimation du flot optique est limitée par l'hypothèse que l'objet soit rigide et qu'il bouge sur un plan parallèle à celui de l'image.

La nécessité d'une segmentation correcte en intensité de l'objet aux temps $t-1$ et t représente la principale limite à l'application de la méthode d'estimation que nous avons présentée. Il faut que les contours finaux détectés soient exactement collés extérieurement aux parois de l'objet, sinon les régions définies sur la base des signes des distances finales perdent leur signification.

L'extension de la méthode proposée pour la localisation des régions occluses au cas de plusieurs objets en mouvement est possible mais coûteuse. Le problème dérive de la nécessité de distinguer les zones d'occlusions objet-objet en plus des zones d'occlusion objet-fond. Cela est possible si l'on dispose d'une carte des distances pour chaque objet en mouvement et pour chaque image.

Enfin, l'extension de l'hypothèse d'invariance des distances dans le cas de plusieurs objets en mouvement n'est pas triviale. Il faudrait que le contour

de chaque objet mobil maintienne la même forme pendant le mouvement, ce qui est assuré par l'hypothèse de rigidité dans le cas que nous avons considéré. Dans le cas de plusieurs objets, pendant le mouvement, le contour relatif à un objet peut changer de forme lorsque l'objet devient partiellement couvert par un autre.

Chapitre 3

Segmentation du flot optique au moyen d'un contour actif

La segmentation du flot optique est souvent une étape primaire dans le domaine du traitement de séquences d'images. Récemment, plusieurs méthodes ont été proposées pour traiter ce problème, par exemple [1, 2, 3, 4].

Usuellement, les schémas pour la segmentation du mouvement utilisent des informations fournies par le gradient spatial du flot pour extraire les régions homogènes que l'on suppose correspondre aux objets en mouvement dans la scène. La segmentation du flot optique est un problème mal posé, au même que l'estimation du flot optique, et donc il exige une régularisation.

Il y a des approches [1, 4] où la régularisation est faite au moyen de contraintes sur les formes à extraire. Donc, on utilise des prototypes de formes, les templates déformables [32], pour conditionner fortement la structure *a priori* et la variabilité des formes.

Dans d'autres approches [1, 3], la régularisation est faite au moyen des contours actifs (cf. 2.1).

Or, un contour actif peut mieux s'adapter à la forme des objets qu'un template déformable. D'une manière générale, les objets en mouvement, peuvent se déformer en suivant les images. Donc, un contour actif permet une segmentation plus précise qu'un template déformable. C'est pour cela que le schéma de segmentation que nous proposons dans ce chapitre est basé sur l'utilisation d'un contour actif.

Souvent, dans les séquences d'images, les objets en mouvement ne sont pas caractérisés par des bords (au sens du mouvement) très nets. En effet, l'information mouvement n'est pas disponible partout : elle dépend de l'angle entre le gradient d'intensité et la direction de mouvement. Dans le passé,

des chercheurs [6, 7, 8] ont déjà proposé d'utiliser, dans le processus de segmentation du mouvement, les informations fournies par les bords d'intensité combinées avec celles fournies par les bords de mouvement. Nous suivons cette idée en montrant que l'on peut obtenir des améliorations dans la segmentation si on considère des combinaisons des gradients de l'intensité et du flot.

Notre but final est de définir un algorithme d'estimation et segmentation conjointes du flot optique.

D'un côté, pour obtenir une bonne segmentation il faut que le flot optique soit très fiablement estimé (c'est-à-dire avec les discontinuités bien localisées), ce qui est difficile car l'estimation du flot optique est un problème extrêmement mal posé. De l'autre côté, nous pouvons parvenir à une bonne estimation si nous avons des informations sur la localisation des objets en mouvement. Donc, estimation et segmentation sont intimement liées et une amélioration des résultats globaux peut être obtenue en couplant les deux processus, c'est-à-dire en faisant estimation et segmentation conjointement.

Nous disposons déjà d'une méthode robuste d'estimation du flot optique, qui tient compte des contours des objets en mouvement [21]. Nous nous intéressons dans ce chapitre à la partie segmentation de ce flot optique. Comme la méthode d'estimation du flot optique utilise un modèle de contours, il sera possible ensuite de réinjecter les informations issues de la phase de segmentation, dans la procédure d'estimation.

Nous montrons ici la manière de réaliser la segmentation du mouvement avec un contour actif en combinant les informations flot et intensité.

Le chapitre débute par la présentation du schéma de base pour la segmentation du flot au moyen d'un contour actif. Dans la suite nous présentons deux approches différentes pour rendre la segmentation plus fiable en considérant le gradient du flot combiné avec celui de l'intensité. Nous montrons les résultats obtenus sur une séquence réelle et enfin nous tirons nos conclusions.

3.1 Schéma de base

Nous proposons de réaliser la segmentation du flot optique en utilisant un contour actif géométrique formulé à l'aide de la méthode par ensemble de niveau (cf. 2.1). Pour l'estimation du mouvement, nous adoptons la méthode de base présentée dans le paragraphe 2 du chapitre précédent. Dans la suite de ce chapitre, nous considérons l'information flot $V = (u, v)$ disponible de

même que l'intensité I de la première des deux images utilisées pour l'estimation.

Considérons donc de nouveau l'équation (2.8). Pour la segmentation du flot il suffit de remplacer $|\nabla I|$ par $|\nabla V|$. Nous obtenons

$$\frac{\partial U}{\partial t} = g(|\nabla V|) (c + \text{curv}(U)) |\nabla U| \quad (3.1)$$

où $|\nabla V| = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + v_x^2 + v_y^2}$. Nous avons choisi

$$g(x) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x}{\delta}\right)^2} \quad (3.2)$$

Le paramètre δ représente le seuil de discontinuité de V que nous considérons suffisant pour signaler la présence d'un bord au sens du mouvement.

Un contour évoluant selon l'équation (3.1) permet seulement une segmentation correcte des objets caractérisés par des bords (au sens du mouvement) très nets, c'est-à-dire des objets qui sont bien contrastés au niveau du mouvement.

Malheureusement, dans la plupart des situations les objets en mouvement ne sont pas bien contrastés au niveau du mouvement et donc il n'est pas toujours possible de trouver un δ qui assure une segmentation correcte. Par exemple, quand le gradient d'intensité est orthogonal à la direction de mouvement, le mouvement ne peut pas être estimé et donc une segmentation basée seulement sur le mouvement ne peut pas être correcte. Or, les objets en mouvement engendrent des bords d'intensité qui peuvent aider à la segmentation du champ mouvement. Cela suggère d'utiliser aussi le gradient de l'intensité, en plus de celui du flot, pour régler l'évolution du contour actif.

Dans le prochain paragraphe nous proposons deux façons différentes de combiner le gradient du flot avec celui de l'intensité.

3.2 Amélioration du schéma de base

L'idée pour améliorer le schéma de base est de définir la fonction d'arrêt g sur une combinaison des gradients du flot et de l'intensité. Pour cela nous avons analysé deux possibilités.

3.2.1 Somme pondérée des gradients du flot et de l'intensité

La première alternative que nous avons considérée est d'additionner les deux gradients. Nous observons qu'une simple somme n'est pas un bon choix car le gradient d'intensité a une échelle de variation plus grande que celle du gradient du flot. Si nous prenons $(|\nabla V| + |\nabla I|)$ comme argument de la fonction g , l'évolution du contour est prioritairement gouvernée par l'intensité alors que nous sommes intéressé par une segmentation au sens du mouvement. Pour résoudre ce problème, nous proposons un changement d'échelle pour les deux gradients. Nous prenons une nouvelle amplitude *new - champ* pour les deux gradients en définissant

$$\begin{aligned} |\nabla I_{new}| &= \alpha_I |\nabla I| + \beta_I \\ |\nabla V_{new}| &= \alpha_V |\nabla V| + \beta_V \end{aligned} \quad (3.3)$$

avec

$$\begin{aligned} \alpha_I &= \frac{new - champ}{|\nabla I|_{max} - |\nabla I|_{min}} \\ \beta_I &= \frac{|\nabla I|_{min}}{|\nabla I|_{min} - |\nabla I|_{max}} \\ \alpha_V &= \frac{new - champ}{|\nabla V|_{max} - |\nabla V|_{min}} \\ \beta_V &= \frac{|\nabla V|_{min}}{|\nabla V|_{min} - |\nabla V|_{max}} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Pour simplifier, nous ne considérons pas les termes de translation β_I et β_V . Donc, nous définissons la fonction d'arrêt g sur la quantité $(\alpha_V |\nabla V| + \alpha_I |\nabla I|) = (|\nabla \hat{V}| + |\nabla \hat{I}|)$. Nous avons le schéma suivant :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = g(|\nabla \hat{I}| + |\nabla \hat{V}|) (c + curv(U)) |\nabla U| \quad (3.5)$$

3.2.2 Définition d'une image vectorielle

La deuxième possibilité que nous avons examinée pour combiner les gradients du flot et de l'intensité nous a été inspirée par le récent travail de Sapiro [5] concernant la segmentation d'objets dans des images à valeurs vectorielles au moyen d'un contour actif géométrique.

Nous allons tout d'abord rappeler les principaux résultats obtenus par Sapiro. Considérons une image vectorielle

$$\begin{aligned} \Phi : \mathbb{R}^2 &\rightarrow \mathbb{R}^m \\ (x, y) &\mapsto (\Phi_1(x, y), \dots, \Phi_m(x, y)) \end{aligned} \quad (3.6)$$

La différence des valeurs de l'image en deux points $P = (x^0, y^0)$ et $Q = (x^1, y^1)$ est donnée par

$$\Delta\Phi = \Phi(P) - \Phi(Q). \quad (3.7)$$

Quand la distance Euclidienne $d(P, Q)$ entre P et Q tend vers zéro, la différence devient

$$d\Phi = \Phi_x dx + \Phi_y dy \quad (3.8)$$

et sa norme quadratique est donnée par

$$d\Phi^2 = \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \|\Phi_x\|^2 & \Phi_x \cdot \Phi_y \\ \Phi_y \cdot \Phi_x & \|\Phi_y\|^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Cette forme quadratique est appelée *première forme fondamentale* [31].

Pour un vecteur unitaire $\hat{v} = (\cos \theta, \sin \theta)$, $d\Phi^2(\hat{v})$ représente le taux de variation de l'image dans la direction \hat{v} . Les extrêmes de la forme quadratique (3.9) sont obtenus dans les directions des vecteurs propres. Les valeurs propres sont données par

$$\lambda_{\pm} = \frac{\|\Phi_x\|^2 + \|\Phi_y\|^2 \pm \sqrt{(\|\Phi_x\|^2 - \|\Phi_y\|^2)^2 + 4(\Phi_x \cdot \Phi_y)^2}}{2} \quad (3.10)$$

et les vecteurs propres sont $(\cos \theta_{\pm}, \sin \theta_{\pm})$ où les angles θ_{\pm} sont donnés (modulo π) par

$$\begin{aligned} \theta_+ &= \frac{1}{2} \arctan \frac{2(\Phi_x \cdot \Phi_y)}{\|\Phi_x\|^2 - \|\Phi_y\|^2} \\ \theta_- &= \theta_+ + \frac{\pi}{2} \end{aligned} \quad (3.11)$$

θ_+ est la direction de variation maximale et λ_+ le taux de variation maximal associé. De la même façon, θ_- et λ_- sont respectivement la direction de variation minimale et le taux de variation minimal. Pour des images en niveaux de gris, c'est-à-dire avec $m = 1$, $\lambda_+ \equiv \|\nabla\Phi\|^2$, $\lambda_- \equiv 0$ et $(\cos \theta_+, \sin \theta_+)$ est parallèle au vecteur $\nabla\Phi$. Dans le cas des images vectorielles, au contraire, $\lambda_- \neq 0$ et la "hauteur" d'un bord n'est pas donnée simplement par le taux de variation maximal λ_+ . Sapiro suggère qu'une première approximation de contour pour une image vectorielle doit être une fonction $f = f(\lambda_+, \lambda_-)$. Un choix possible est $f = f(\lambda_+ - \lambda_-)$ car pour $m = 1$ elle se réduit au détecteur de bords basé sur le gradient. De là, Sapiro conclut qu'un choix correct pour la fonction d'arrêt g dans le cas des images vectorielles

est une fonction décroissante de la différence $(\lambda_+ - \lambda_-)$. Enfin, il donne la définition de contour actif pour des images couleur (ou vectorielles) :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = g(\lambda_+ - \lambda_-) (c + \text{curv}(U)) |\nabla U| + \nabla U \cdot \nabla g \quad (3.12)$$

Dans notre cas, l'idée est de définir une image vectorielle à partir des informations relatives à l'intensité et au flot dont nous disposons. Nous définissons la nouvelle image vectorielle $\Phi(x, y) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \Phi(x, y) &= (\alpha_I I(x, y), \alpha_V u(x, y), \alpha_V v(x, y)) \\ &= (\hat{I}(x, y), \hat{u}(x, y), \hat{v}(x, y)) \end{aligned} \quad (3.13)$$

où α_I et α_V sont calculés selon (3.4). Nous définissons la fonction d'arrêt g sur la différence entre les taux de variation maximal (λ_+) et minimal (λ_-) de cette nouvelle image. Les taux λ_+ et λ_- sont calculés selon (3.10) avec :

$$\begin{aligned} \|\Phi_x\|^2 &= \hat{I}_x^2 + \hat{u}_x^2 + \hat{v}_x^2 \\ \|\Phi_y\|^2 &= \hat{I}_y^2 + \hat{u}_y^2 + \hat{v}_y^2 \\ \Phi_x \cdot \Phi_y &= \hat{I}_x \hat{I}_y + \hat{u}_x \hat{u}_y + \hat{v}_x \hat{v}_y \end{aligned} \quad (3.14)$$

En considérant de nouveau la formulation (2.8) et la nouvelle définition de la fonction d'arrêt, nous obtenons le critère de segmentation suivant :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = g(\lambda_+ - \lambda_-) (c + \text{curv}(U)) |\nabla U|. \quad (3.15)$$

3.3 Résultats expérimentaux

Nous avons conduit un certain nombre d'expérimentations sur des séquences synthétiques et réelles. En particulier, ici nous présentons des résultats intéressants obtenus sur la séquence réelle Parking Lot présentée au paragraphe 2.3.5. Comme nous l'avons déjà remarqué, il s'agit d'une séquence difficile à segmenter en intensité car les objets de la scène ne sont pas bien contrastés au niveau d'intensité. De plus, la segmentation du mouvement est aussi difficile car les objets mobiles de la scène ne sont pas bien contrastés sur ce plan non plus. Nous montrons les résultats obtenus en adoptant les deux critères proposés, (3.5) et (3.15), ainsi que ceux obtenus avec les critères (2.8) et (3.1).

Le flot optique estimé entre les deux premières images de la séquence, en adoptant le critère d'estimation de base présenté en 2.2, est montré par

la *figure 3.1a*. Le mouvement de la caméra entre les deux vues rend le flot assez complexe. Nous compensons ce mouvement en considérant le flot estimé sur le bord gauche de l'image et en le soustrayant à celui estimé sur le reste de l'image. À partir du flot compensé, nous corrigeons la deuxième image et nous estimons de nouveau le flot. Le champ de mouvement obtenu par ce procédé est présenté sur la *figure 3.1b*. Nous utilisons ce flot pour la segmentation.

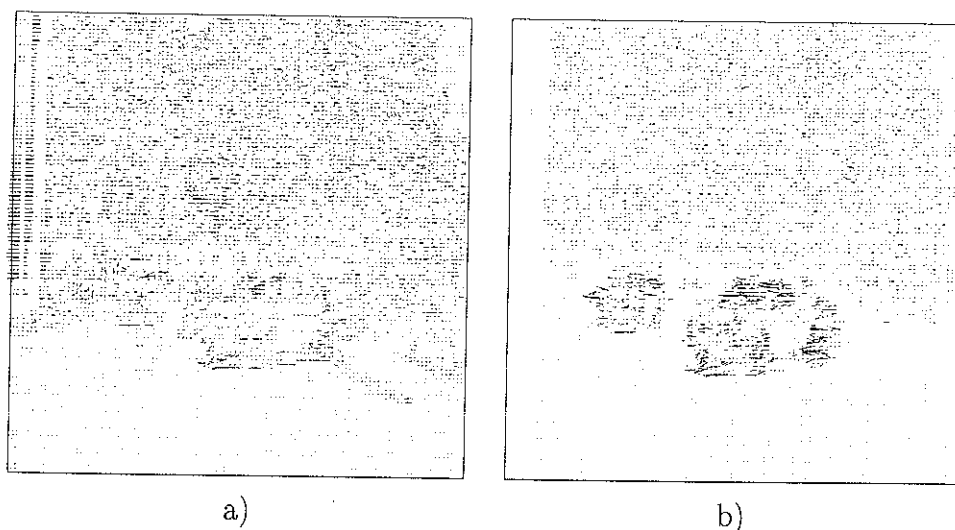


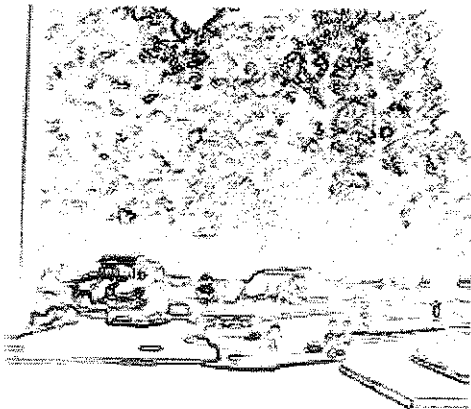
Figure 3.1 : flot estimé a) sur les premières deux images originales de la séquence ParkingLot et b) sur la première image originale et la deuxième reconstruite après la compensation du mouvement de la camera.

Nous nous limitons pour le moment à la segmentation de la voiture au premier plan. Pour cela, nous considérons un contour initial montré par la *figure 3.2*.

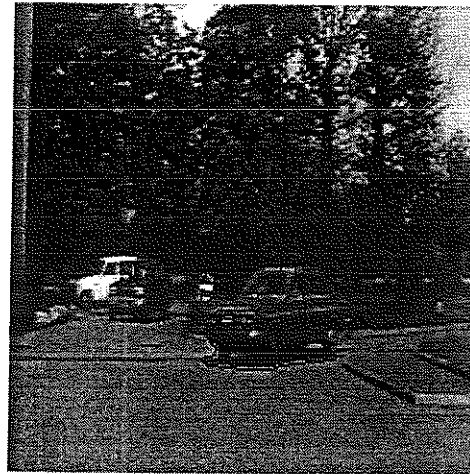
D'abord, nous montrons qu'une segmentation en intensité de la voiture n'est pas possible. Considérons donc le critère (2.8). La *figure 3.3a* montre une carte des valeurs de la fonction $g(|\nabla I|)$ obtenue avec un δ fixé visuellement, c'est-à-dire qui permet une bonne représentation des bords détectés. La représentation d'une valeur est plus ou moins foncée selon qu'elle est plus ou moins proche de zéro. Une valeur proche de zéro signale un point d'arrêt pour le contour. Comme il est possible de le voir dans la *figure 3.3b*, après un certain nombre d'itérations, le contour traverse les parois de l'objet.



Figure 3.2 : contour initial utilisé pour la segmentation de la seule voiture au premier plan.



a)



b)

Figure 3.3. Segmentation en intensité de la voiture au premier plan (critère (2.8)) : a) carte des valeurs de la fonction d'arrêt $g(|\nabla I|)$; b) le contour actif traverse les parois de la voiture dans la partie droit de la capote et sur la calandre.

Nous avons une situation similaire en cherchant à segmenter la voiture au sens du mouvement. Considérons le critère (3.1). La *figure 3.4a* montre une carte des valeurs de la fonction $g(|\nabla V|)$ obtenue de nouveau avec un δ visuel. Sur la *figure 3.4b* nous pouvons voir que dans ce cas aussi, après un certain nombre d'itérations, le contour traverse les parois de la voiture au niveau du toit et sur le capot.

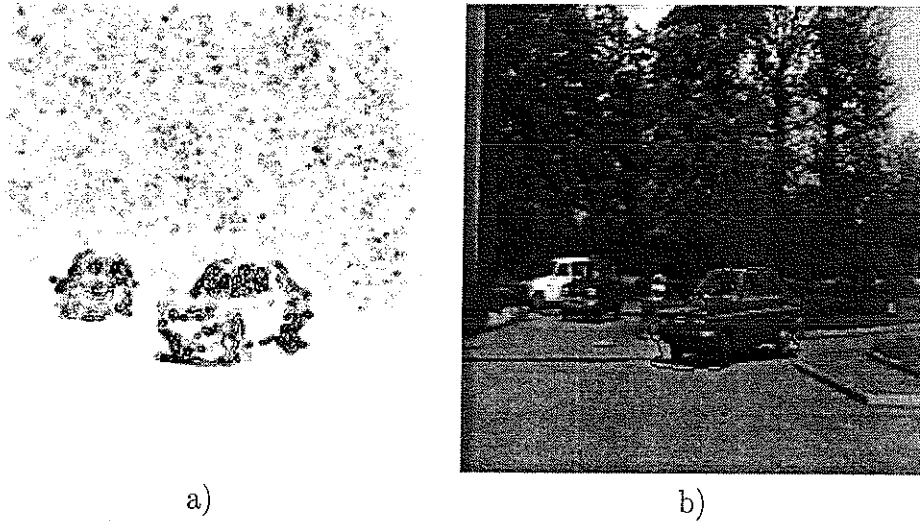
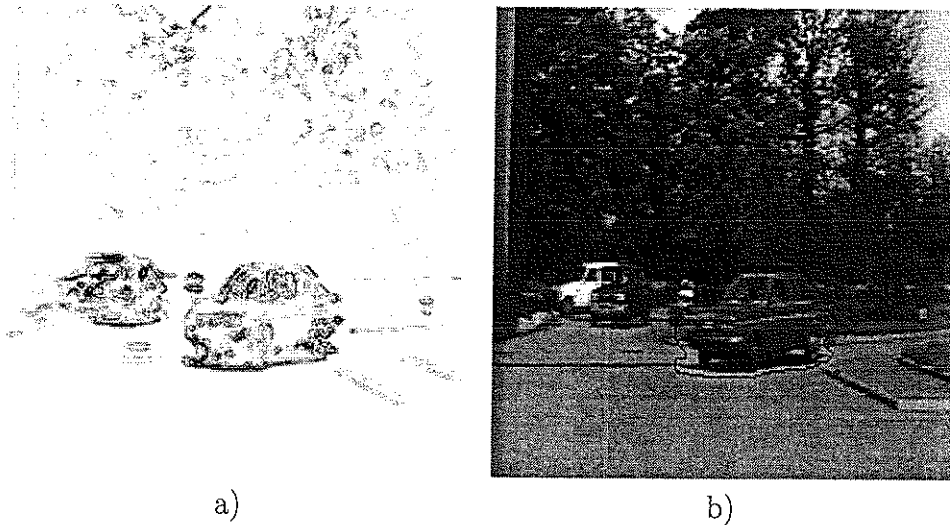


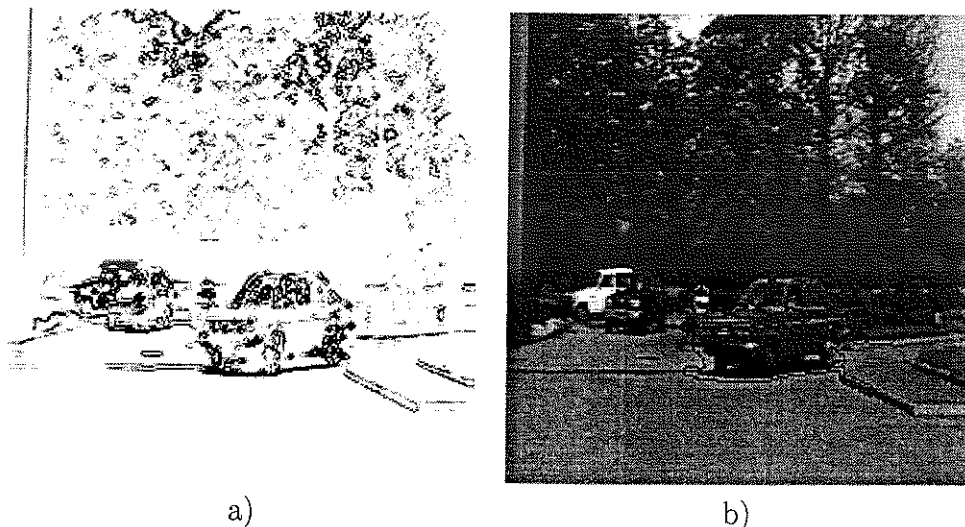
Figure 3.4. Segmentation au sens du mouvement de la voiture au premier plan (critère (3.1)) : a) carte des valeurs de la fonction d'arrêt $g(|\nabla V|)$; b) le contour actif traverse les parois de la voiture au niveau du toit et sur le capot.

Venons maintenant aux deux critères que nous avons présenté dans le paragraphe 3.2. Considérons le critère (3.5). La *figure 3.5a* montre une carte des valeurs de la fonction $g(|\nabla \hat{V}| + |\nabla \hat{I}|)$ obtenue toujours avec un δ fixé de manière visuelle. Nous pouvons remarquer que les contours détectés sont les mêmes que sur la *figure 3.4a* mais en plus d'autres sont relevés par l'utilisation du gradient de l'intensité. Ces derniers sont moins nets que sur la *figure 3.3a* à cause du changement d'échelle. De toutes façons le point important est que sur la calandre de la voiture, où il n'y avait pas de contours sur la *figure 3.4a*, nous les avons maintenant détectés. Dans la *figure 3.5b* nous pouvons voir que dans ce cas le contour ne traverse pas les parois de la voiture en permettant ainsi une segmentation correcte. Toutefois, nous observons que il y a aussi un segment correspondant au panneau d'accès interdit : ceci n'est pas un objet mobile de la scène et sa segmentation est dû au fait que ses bords sont caractérisés par un gradient d'intensité important. Pour éviter des situations de ce type, dans la méthode future d'estimation et segmentation conjointes, l'intensité sera prise en considération seulement dans un deuxième temps, après une segmentation initiale grossière basée uniquement sur le gradient du flot.



a) b)
 Figure 3.5. Segmentation de la voiture au premier plan (critère (3.5)) : a) carte des valeurs de la fonction d'arrêt $g(|\nabla\hat{V}| + |\nabla\hat{I}|)$; b) contour final. Les paramètres utilisés sont les suivantes : $\delta = 97$, $c = 1$, $dt = 0.15$.

L'application du critère (3.15) ne permet pas une segmentation correcte de la voiture, de même que les critères (2.8) et (3.1). La *figure 3.6a* montre une carte des valeurs de la fonction $g(\lambda_+ - \lambda_-)$. Nous pouvons remarquer que maintenant les bords détectés sont beaucoup plus nets que dans tous les cas précédents. Par contre les discontinuités des bords sont plus marquées. Cela empêche de nouveau une segmentation correcte de la voiture car le contour traverse ses parois (*figure 3.6b*).



a) b)
 Figure 3.6. Segmentation de la voiture au premier plan (critère (3.15)) : a) carte des valeurs de la fonction d'arrêt $g(\lambda_+ - \lambda_-)$; b) le contour traverse les parois

de la voiture sur le capot.

Enfin, nous présentons le meilleur résultat de segmentation que nous avons obtenu sur la séquence Parking Lot en adoptant le critère (3.5). Nous considérons maintenant un contour initial englobant les deux voitures en mouvement (*figure 3.7a*). Au cours de l'évolution (*figures 3.7b, 3.7c et 3.7d*), le contour change de topologie et il engendre trois différents segments : le contour final est montré par la *figure 3.7d*.

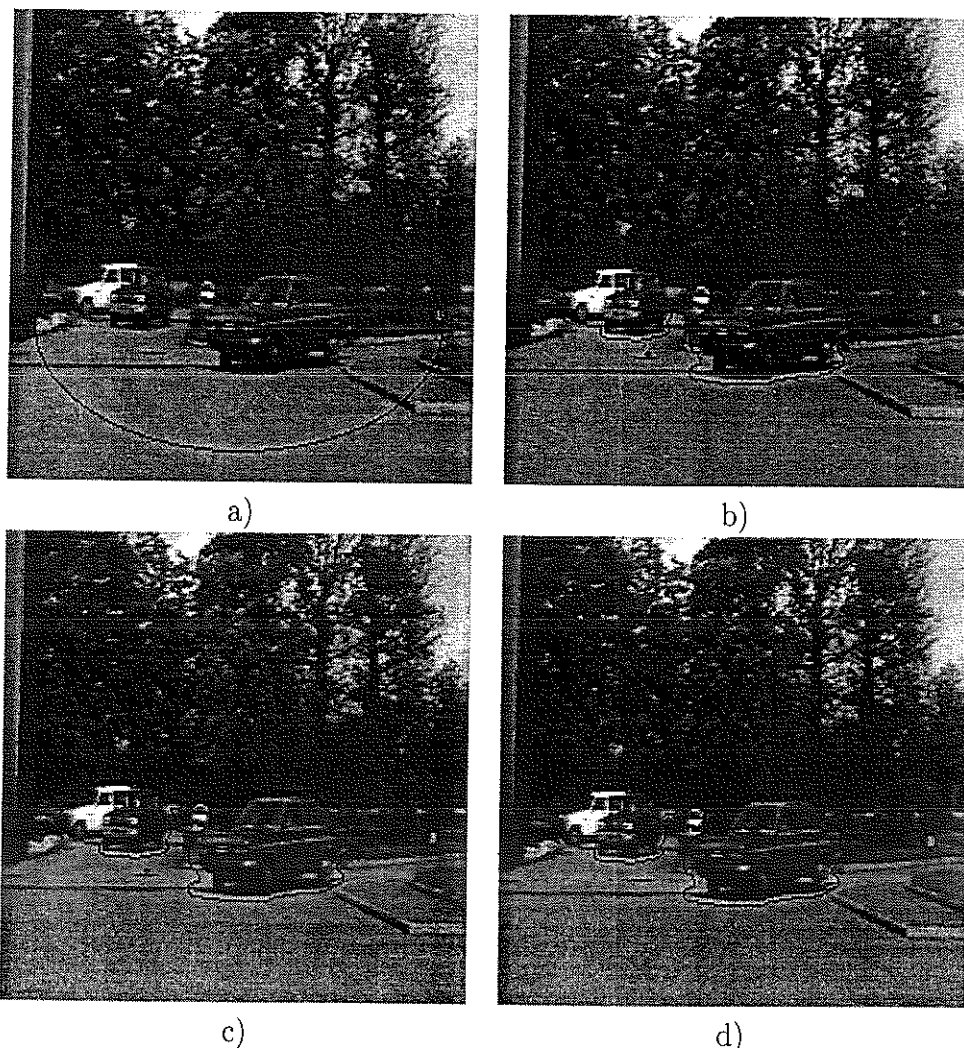


Figure 3.7. Segmentation des deux voitures en mouvement (critère (3.5)) : a) contour initial ; b) c) deux étapes intermédiaires de l'évolution du contour ; d) contour final. Les paramètres utilisés sont les suivants : $\delta = 100$, $c = 1$, $dt = 0.15$.

Notons que nous obtenons de nouveau le segment correspondant au pan-

neau d'accès interdit : comme nous l'avons déjà dit, il ne s'agit pas d'un objet en mouvement mais sa segmentation est due au grand gradient d'intensité qui caractérise ses bords. Pour la même raison, le contour final correspondant à la voiture au deuxième plan englobe aussi la voiture à l'arrêt.

3.4 Conclusion et perspectives

Dans ce chapitre, nous avons montré la manière de réaliser la segmentation du flot optique au moyen d'un contour actif géométrique.

Le schéma de base, présenté en 3.1, permet de segmenter correctement seulement les objets en mouvement qui sont bien contrastés au niveau du flot. Ce schéma peut être amélioré en considérant le gradient d'intensité en plus de celui du flot. Dans 3.2 nous avons proposé deux façons différentes de combiner les deux types d'information.

Le critère (3.5) nous a permis d'obtenir deux résultats intéressants (*figures 3.5b et 3.7d*) sur la séquence réelle Parking Lot, une séquence dans laquelle les objets en mouvement ne sont pas bien contrastés ni au niveau de l'intensité ni à celui du flot. Notamment, nous remarquons que la combinaison des gradients de l'intensité et du flot au moyen de la somme pondérée proposée en 3.2.1 nous a permis d'avoir des informations non relevées autrement dans les cas où nous avons considéré les deux gradients séparément (*figures 3.3a, 3.4a et 3.5a*). Les résultats obtenus démontrent la validité de l'approche suivie mais montrent aussi son inconvénient principal, c'est-à-dire le fait d'obtenir aussi des segments correspondants à objets fixes de la scène dont les bords sont caractérisés par un gradient d'intensité important.

Le critère (3.15) ne nous a pas permis d'obtenir une segmentation correcte (*figures 3.6b*). D'un côté, les bords détectés sont beaucoup plus nets que dans le cas de toutes les autres approches présentées. Cela permet de régler mieux l'évolution du contour car l'effet d'une variation du paramètre δ est beaucoup plus évident. D'un autre côté, le fait d'avoir une classification plus nette des contours augmente le contraste entre présence et absence d'information. Cependant, la décision est plus brutale et correspond presque à une modèle booléen de contour. Or, sur des images réelles, faiblement contrastées et bruitées, on préfère un modèle plus "souple" que le booléen, c'est-à-dire utilisant une variable continue en 0 et 1, permettant des nuances d'informations entre la présence ou non d'un contour. Ainsi, dans un algorithme global itératif, la présence du contour pourra être validée et renforcée ou, au contraire, il disparaîtra. Avec le modèle (3.15), la décision de la présence ou

non du contour est prise au début de l'algorithme, brutalement, et est alors irrévocable : certains contours sont définitivement perdus.

Concluons en rappelant que notre futur but est d'utiliser les critères (3.5) et (3.15) comme composant d'une méthode pour effectuer conjointement l'estimation et la segmentation du mouvement. L'idée, inspirée des récents résultats obtenus en régularisation avec préservation des bords [17, 18], est de dériver deux EDPs couplées :

- 1) une première équation pour l'estimation en utilisant une diffusion anisotrope [20] guidée par les bords (au sens du mouvement) déterminés par la deuxième équation ;
- 2) une deuxième équation pour faire évoluer un contour actif ; l'évolution du contour est guidée par une fonction de vitesse, dépendante de l'image, qui arrête automatiquement le contour sur les discontinuités détectées par la première équation.

Les équations (3.5) et (3.15) seront utilisées comme deuxième équation.

Conclusion générale

Le leitmotiv de ce rapport est l'utilisation des contours actifs dans le contexte de l'estimation et de la segmentation du flot optique.

Dans le chapitre 2 nous avons montré qu'une segmentation préalable en intensité des objets en mouvement, réalisée au moyen d'un contour actif géométrique formulé à l'aide de la méthode des courbes de niveau, permet d'augmenté l'efficacité d'un critère d'estimation du flot optique. En particulier, elle permet la gestion simple des zones d'occlusion. De plus, en considérant qu'un seul objet mobile de la scène, rigide et en mouvement sur un plan parallèle à celui de l'image, nous avons montré que l'introduction directe de l'information distance dans le processus d'estimation permet de palier le problème de l'estimation du flot quand l'objet considéré est caractérisé par un gradient d'intensité trop petit. Cependant, une segmentation correcte en intensité des objets mobiles de la scène n'est pas toujours possible car ils peuvent être mal contrastés au niveau de l'intensité : alors, la méthode d'estimation et segmentation que nous avons proposé devient inapplicable.

Dans le chapitre 3, nous avons montré la manière de réaliser la segmentation du flot optique au moyen d'un contour actif géométrique formulé à l'aide de la méthode des courbes de niveau.

La seule information fournie par le flot optique ne suffit pas pour assurer une segmentation correcte au sens du mouvement car elle n'est pas disponible partout. L'idée a été alors d'exploiter aussi l'information fournie par l'intensité.

Nous avons proposé deux façons alternatives de combiner les deux type d'information : une somme pondérée des gradients d'intensité et du flot ou la définition d'une image vectorielle avec comme bandes l'intensité, la première et la deuxième composante du flot optique. En considérant la somme pondérée des gradients, nous avons obtenu des résultats importants sur la séquence réelle Parking Lot, une séquence dans laquelle les objets en mouvement ne sont pas bien contrastés ni au niveau de l'intensité ni à celui du flot.

Précisément, nous avons obtenu une sur-segmentation des objets mobiles de la scène, c'est-à dire que les objets mobiles résultent bien segmentés mais en plus il y a des segments correspondents à objets fixes dont les bords sont caractérisés par un gradient d'intensité important.

Le deuxième critère que nous avons proposé, ne nous a pas permis d'obtenir une segmentation correcte dans le cas de la séquence Parking Lot.

Notre futur but est d'utiliser un des critères proposés dans le chapitre 3 comme composant d'une méthode pour effectuer conjointement l'estimation et la segmentation du mouvement. Pour éviter d'obtenir des segments correspondents aux objets fixes de la scène dont les bords sont caractérisés par un gradient d'intensité important, l'intensité sera prise en considération seulement dans un deuxième temps, après une segmentation initiale grossière basée uniquement sur le gradient du flot.

Bibliographie

- [1] E. Mémin, P. Pérez, *Dense Estimation and Object-Based Segmentation of the Optical Flow with Robust Techniques*, IRISA, Publication Interne n. 991, March 1996.
- [2] C. Stiller, *Object-Based Estimation of Dense Motion Fields*, IEEE Trans. on Image Processing, Vol. 6, No. 2, February 1997.
- [3] N. Paragios, R. Deriche, *A PDE-based Level-Set Approach for Detection and Tracking of Moving Objects*, INRIA, Rapport de Recherche n. 3173, May 1997.
- [4] C. Kervrann, F. Heitz, *Statistical Model-Based Segmentation of Deformable Motion*, IEEE Int. Conf. on Image Processing, Vol. 1, pp. 937-940, Lausanne (Switzerland), September 1996.
- [5] G. Sapiro, *Color Snakes*, HP Laboratories, Technical Report HPL-95-113, September 1995.
- [6] M. J. Black, *Combining Intensity and Motion for Incremental Segmentation and Tracking Over Long Image Sequences*, ECCV, pp. 485-493, 1992.
- [7] F. Heitz, P. Bouthemy, *Multimodal motion estimation and segmentation using Markov random fields*, Proc. IEEE Int. Conf. on Pattern Recognition, pp. 378-383, June 1990.
- [8] W. B. Thompson, *Combining motion and contrast for segmentation*, IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. PAMI-2, pp. 543-549, September 1980.
- [9] V. Caselles, R. Kimmel, G. Sapiro, *Geodesic Active Contours*, 5th International Conference of Computer Vision, 1995.
- [10] V. Caselles, F. Catté, T. Coll, F. Dibos, *A geometric model for active contours in image processing*, Numerische Mathematik, No. 66, pp. 1-31, 1993.
- [11] V. Caselles, R. Kimmel, G. Sapiro, *Geodesic Active Contours*, IJCV, 22(1), pp. 61-79, 1997.

- [12] L. Cohen, *On Active Contour Models and Balloons*, Computer Vision, Graphics and Image Processing : Image Understanding, Vol. 53, No. 2, pp. 211-218, March 1991.
- [13] M. Kass, A. Witkin, D. Terzopoulos, *Snakes : Active Contour Models*, International Journal of Computer Vision, Vol. 1, pp. 321-331, 1988.
- [14] R. Malladi, J.A. Sethian, B.C. Vermuri, *Shape Modeling with Front Propagation : A Level Set Approach*, IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 17, No. 2, February 1995.
- [15] Osher et Sethian, *Fronts Propagating with Curvature-Dependant Speed : Algorithms Based on Hamilton-Jacobi Formulations*, Journal of Computational Physics, No. 79, pp. 12-49, 1988.
- [16] P. Charbonnier, L. Blanc-Féraud, G. Aubert, M. Barlaud, *Deterministic Edge-Preserving Regularization in Computed Imaging*, IEEE Trans. on Image Processing, February 1997.
- [17] S. Teboul, L. Blanc-Féraud, G. Aubert, M. Barlaud, *Variational Approach for Edge-Preserving Regularization using Coupled PDE's*, to appear in IEEE Trans. on Image Processing in March 1998.
- [18] S. Teboul, L. Blanc-Féraud, G. Aubert, M. Barlaud, *Segmentation and Edge-Preserving Restoration*, IEEE Trans. on Image Processing, Vol. 2, pp. 470-473, Santa Barbara, October 1997
- [19] S. Teboul, L. Blanc-Féraud, G. Aubert, M. Barlaud, J. Darcourt *Contour Déformables et Reconstruction Tomographique en Imagerie Médicale*, 16ème Colloque GRETSI sur le Traitement du Signal et des Images, Grenoble, September 1997.
- [20] P. Perona, J. Malik, *Scale-Space and Edge Detection Using Anisotropic Diffusion*, IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 12, No. 7, pp. 629-639, 1990.
- [21] L. Blanc-Féraud, M. Barlaud, T. Gaidon, *Motion estimation involving discontinuities in a multiresolution scheme*, Optical Engineering, Vol. 32, No. 7, pp. 1475-1482, 1993.
- [22] G. Malichar, *Compression de séquences d'images*, rapport de stage de DEA VAR, Université de Nice-Sophia Antipolis, Juin 1995.
- [23] B. K. P. Horn, B. G. Schunck, *Determining Optical Flow*, Artificial Intelligence, Vol. 17, pp. 185-203, 1981.
- [24] B. K. P. Horn, B. G. Schunck, *Robot Vision*, MIT Press, Cambridge, MA, 1986.
- [25] D. Le Quang, A. Zaccarin, S. Caron, *Object-oriented coding using successive motion field segmentation and estimation*, IEEE Int. Conf. on Image Processing, Vol. 1, pp. 207-210, Washington (USA), October 1995.

- [26] Y. Wang, X. Hsieh, J. Hu, O. Lee *Region segmentation based on active mesh representation of motion : Comparison of parallel and sequential approaches*, IEEE Int. Conf. on Image Processing, Vol. 2, pp. 185-188, Washington (USA), October 1995.
- [27] R. G. Le Kermode, A. B. Lippman, *Coding for content : Enhanced resolution from coding*, IEEE Int. Conf. on Image Processing, Vol. 3, pp. 460-463, Washington (USA), October 1995.
- [28] J. Murayama, T. Miyauchi, N. Shiota, *Image sequence coding using a contour-based method*, IEEE Int. Conf. on Image Processing, Vol. 1, pp. 546-549, Washington (USA), October 1995.
- [29] K. E. Mathews, N. M. Namazi, *Simultaneous motion parameter estimation and image segmentation using EM algorithms*, IEEE Int. Conf. on Image Processing, Vol. 1, pp. 542-545, Washington (USA), October 1995.
- [30] T. Saito, T. Komatsu, Y. Akimoto, *Global motion segmentation for mid-level representation of moving images*, IEEE Int. Conf. on Image Processing, Vol. 2, pp. 402-405, Washington (USA), October 1995.
- [31] É. Kreyszig, *Differential Geometry*, University of Toronto Press, 1959.
- [32] U. Grenander, *General Pattern Theory*, Oxford Univ. Press, 1993.
- [33] R. M. Harilack, L. G. Shapiro, *Image segmentation techniques*, Comp. Vision Graph. and Image Proc., Vol. 29, pp. 100-132, 1985.
- [34] J. M. Morel, S. Solimini, *Variational Methods in Image Segmentation*, Birkhauser, Boston, 1994.
- [35] G. Borgefors, *Hierarchical Chamfer Matching : A Parametric Edge Matching Algorithm*, IEEE Trans. on Pattern Analysis and Mach. Intel., Vol. 10, No. 6, November 1988.
- [36] J. Biemond, L. Looijenga, D. E. Boekee, *A pel-recursive Wiener-based displacement estimation algorithm*, Signal Proc. 13, pp. 339-412, 1987.
- [37] J. M. Driessen, L. Borockzky, J. Biemond, *Pel-recursive motion field estimation from image sequences*, J. Vis. Commun. and Image Represent., 1991.
- [38] D. R. Walker, K. R. Rao, *Improved pel-recursive motion compensation*, IEEE Trans. Commun. 32(10), pp. 1128-1134, 1984.
- [39] M. Bertero, T. Poggio, V. Torre, *Ill-Posed problems in Early Vision*, Proceedings of IEEE, Vol. 76, no. 8, August 1988.
- [40] A. N. Tikhonov, *Regularization of Incorrectly Posed Problem*, Soviet Mathematic Dolk., Vol. 4, pp. 1624-1627, 1963.

- [41] J. J. Clark, A. L. Yuille, *Data Fusion for Sensory Information Processing System*, Kluwer Academic Publishers, 1990.
- [42] R. Fletcher, C. M. Reeves, *Function minimization by conjugate gradients*, Computer J., Vol. 7, No. 2, pp. 149-154, 1964.
- [43] ISO/IEC JTC1 CD 11172, *Information Technology - Coding of Moving Pictures and Associated Audio for Digital Storage Media Up to About 1.5 Mbit/s - Part2 : Coding of Moving Pictures Information*, Technical Report, 1991.
- [44] ISO/IEC JTC1/SC29/WG11, *Motion Picture Expert Group. MPEG-II tesmodel 4*, Technical Report, 1993.
- [45] D. J. Fleet, A. D. Jepson, *Computation of Normal Velocity from Local Phase Information*, IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, pp. 379-386, San Diego, August 1990.
- [46] R. Eagleson, *Group-theoric Analysis of Local Flow Characteristic while Visually Tracking a Textured Surface*, Proc. Int. Conf. on Image Analysis and Processing, Positano (Italy), September 1989.
- [47] L. Jacobson, H. Wechsler, *Derivation of Optical Flow using a Spatiotemporal-Frequency Approach*, Computer Vision and Image Processing, Vol. 38 :29-65, 1987
- [48] S. Geman, G. Reynolds, *Constrained Restoration and the Recovery of Discontinuity*, IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., Vol. PAMI-14, No. 3, pp. 367-383, March 1992.
- [49] A. Kumar, A. R. Tannenbaum, G. J. Balas, *Optical Flow : A Curve Evolution Approach*, IEEE Trans. on Image Processing, Vol. 5, No. 4, pp. 598-610, April 1996.
- [50] F. Guichard, L. Rudin, *Accurate Estimation of Discontinuous Optical Flow by Minimizing Divergence Related Functional*, IEEE International Conference on Image Processing, Vol. 1, pp. 497-500, Lausanne (Switzerland), September 1996.
- [51] P. Nesi, *Variational approach to optical flow estimation managing discontinuities*, Image and Vision Computing, Vol. 11, No. 7, September 1993.
- [52] I. Cohen, *Nonlinear Variational Method for Optical Flow Computation*, Proceeding of 8th SCIA, pp. 523-530, June 1993.