

## 10000 Séismes bien localisés



## Résumé des Équations de la localisation sismique

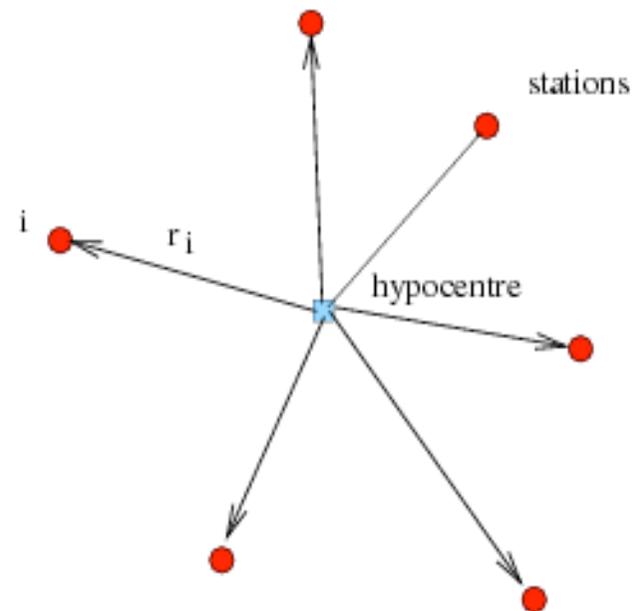
Nous utilisons un total de  $N$  stations sismologiques numérotées par  $i = 1 \dots N$ .

La position des stations est  $\vec{x}_i$

Le temps d'arrivée de l'onde P à chaque station est lu et noté  $t_{\text{obs},i}$ .

La position initiale de l'hypocentre est donnée par les quatre coordonnées:  $(\vec{x}^0, t^0)$ .

### Distribution de stations autour de l'hypocentre

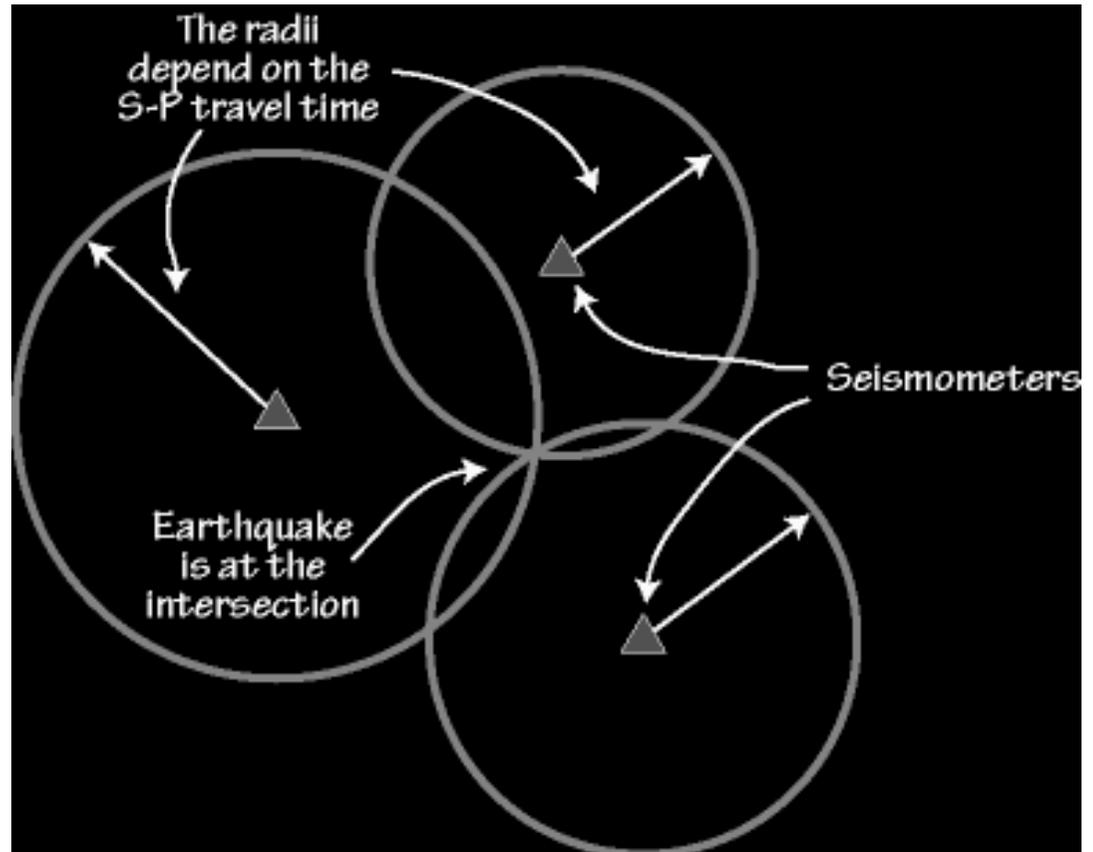


# Distances and Circles

- In this case, if you know the distance the earthquake is from the seismometer, you know the earthquake must be located on a circle centered on the seismometer, with a radius equal to the distance.

# Triangulation

- With three or more stations, you can locate the earthquake using triangulation.



- Nous définissons les résidus par la différence entre le temps observé et celui calculé:

$$r_i = t_{\text{obs},i} - t_{\text{calc},i} \quad (1)$$

où  $r_i$  est le résidu à la station  $i$

- Le temps calculé est déterminé par le tracé de rais. Dans notre cas très simple nous supposons que la vitesse des ondes est homogène et égal à  $c$ . Le temps de trajet calculé à la station  $i$  est donc:

$$t_{\text{calc},i} = t^0 + \frac{1}{c} \sqrt{\sum_k (x_{ik} - x_k^0)^2} \quad (2)$$

où  $c$  est la vitesse des ondes,  $x_{ik}$  est la composante  $k$  de la position de la station  $i$  et  $x_k^0$  est la composante correspondante de la position de l'hypocentre.

- **PROBLEME NONLINEAIRE:**

trouver le temps d'origine  $t_0$  et la position  $x_k^0$  de la source en minimisant la somme des résidus au carré:

$$\min_{\mathbf{m}} \chi = \sum_i (t_{\text{obs},i} - t_{\text{calc},i})^2$$

où  $\mathbf{m}$  est le vecteur modèle:  $\vec{m} = (\vec{x}^0, t^0)$ .

- La solution du problème non-linéaire est possible en recherchant le minimum par une méthode de type Monte Carlo. Ces méthodes sont de plus en plus utilisées en sismologie. Exemple: Réduit simulé, Algorithme Génétique, Méthode de voisinage, etc.

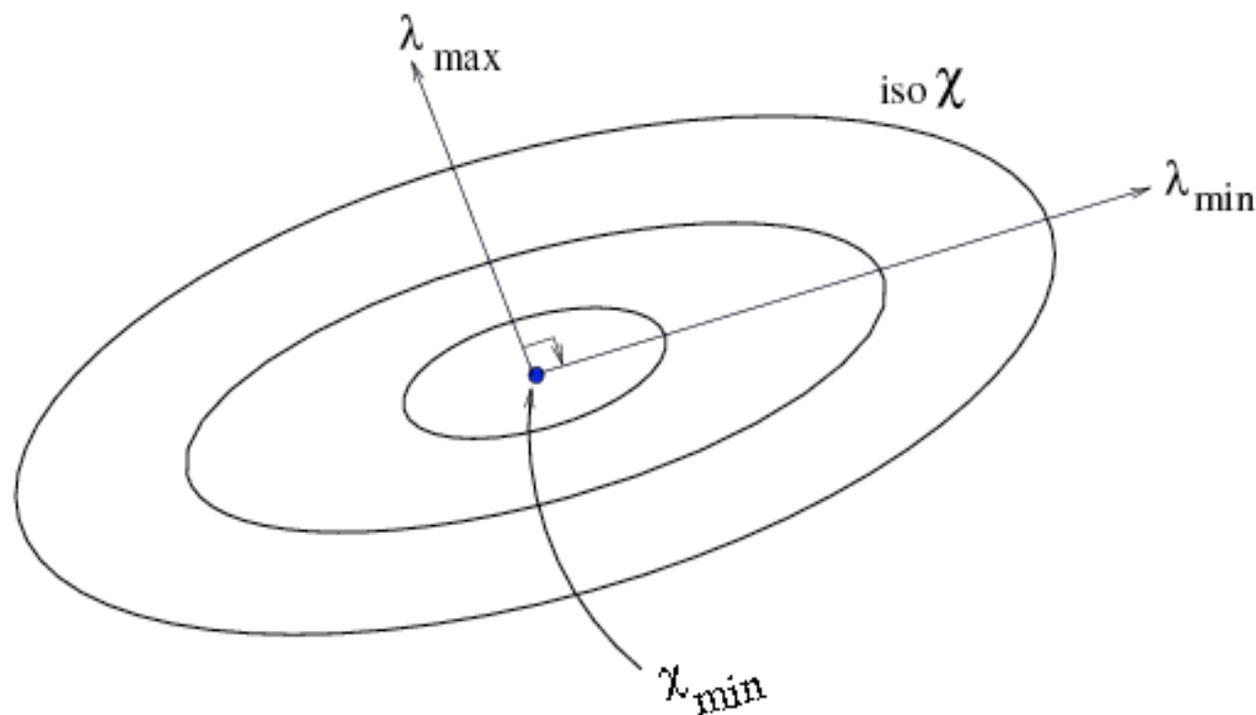


Figure 1: Géométrie du minimum de  $\chi$

### Méthode linéarisée ou de Newton

- Temps de trajet linéarisé. Nous approchons (2) par

$$t_{\text{calc},ij} = t_{\text{calc},ij}^0 + \delta t^0 - \frac{1}{c} \sum_k \frac{(x_{ik} - x_k^0)}{r_i} \delta x_k^0 \quad (3)$$

où  $t_{\text{calc},ij}^0$  temps origine initial.

$\delta x_k^0$  est la perturbation de la position de la source  
 $\delta t^0$  est la perturbation du temps d'origine.  
 et  $r_i$  distance entre la position actuelle de la source et la station  $i$ .

- Théorie sous forme de matrices

$$\delta \mathbf{d} = \mathbf{G} \delta \mathbf{m} \quad (4)$$

où  $\delta \mathbf{d}$  vecteur des résidus  $r_{ij} = t_{\text{obs},i} - t_{\text{calc},i}^0$ .

$\mathbf{G}$  matrice linéarisée aux éléments  $G_{ik} = \frac{(x_{ik} - x_k^0)}{cr_i}$

$\delta \mathbf{m}$  vecteur des perturbations de temps origine et position de la source  $(\delta x_k^0, \delta t^0)$ .

- Solution par moindres carrés du problème linéarisé.

Il faut inverser (4) par moindres carrés, sachant que  $G$  est une matrice rectangulaire avec beaucoup plus de rangées (données) que des colonnes (inconnues). Nous cherchons à minimiser la somme des carrés des résidus

$$\min_{\delta \mathbf{m}} \chi = \sum_i (\delta d_i - G_{ij} \delta m_j)^2$$

ou en forme matricielle:

$$\chi = (\delta \mathbf{d} - \mathbf{G} \delta \mathbf{m})^T (\delta \mathbf{d} - \mathbf{G} \delta \mathbf{m})$$

le minimum est calculé par la méthode des moindres carrés. Le résultat est tout simplement:

$$\delta \mathbf{m} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \delta \mathbf{d}$$

- Moindres carrés pondérés

Minimiser la forme quadratique

$$\chi = (\delta \mathbf{d} - \mathbf{G} \delta \mathbf{m})^T \mathbf{W} (\delta \mathbf{d} - \mathbf{G} \delta \mathbf{m})$$

$$\delta \mathbf{m} = (\mathbf{G}^T \mathbf{W} \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{W} \delta \mathbf{d} \quad (5)$$

où nous avons introduit une matrice de pondération  $\mathbf{W}$ .

- Inversion

Utilisant un “amortissement”  $\theta$  afin de régulariser l’inversion ( au cas où la matrice ne serait pas inversible)

$$\delta \mathbf{m}_{\text{est}} = [\mathbf{G}^t \mathbf{W} \mathbf{G} + \theta \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{W} \delta \mathbf{d} \quad (6)$$

La valeur idéale de  $\theta$  d’après Tiberi, serait

$$\theta = \frac{\sigma_d}{\sigma_m} \quad (7)$$

où  $\sigma_d$  est l’écart type des données

et  $\sigma_u$  est l’écart type souhaité pour le modèle.

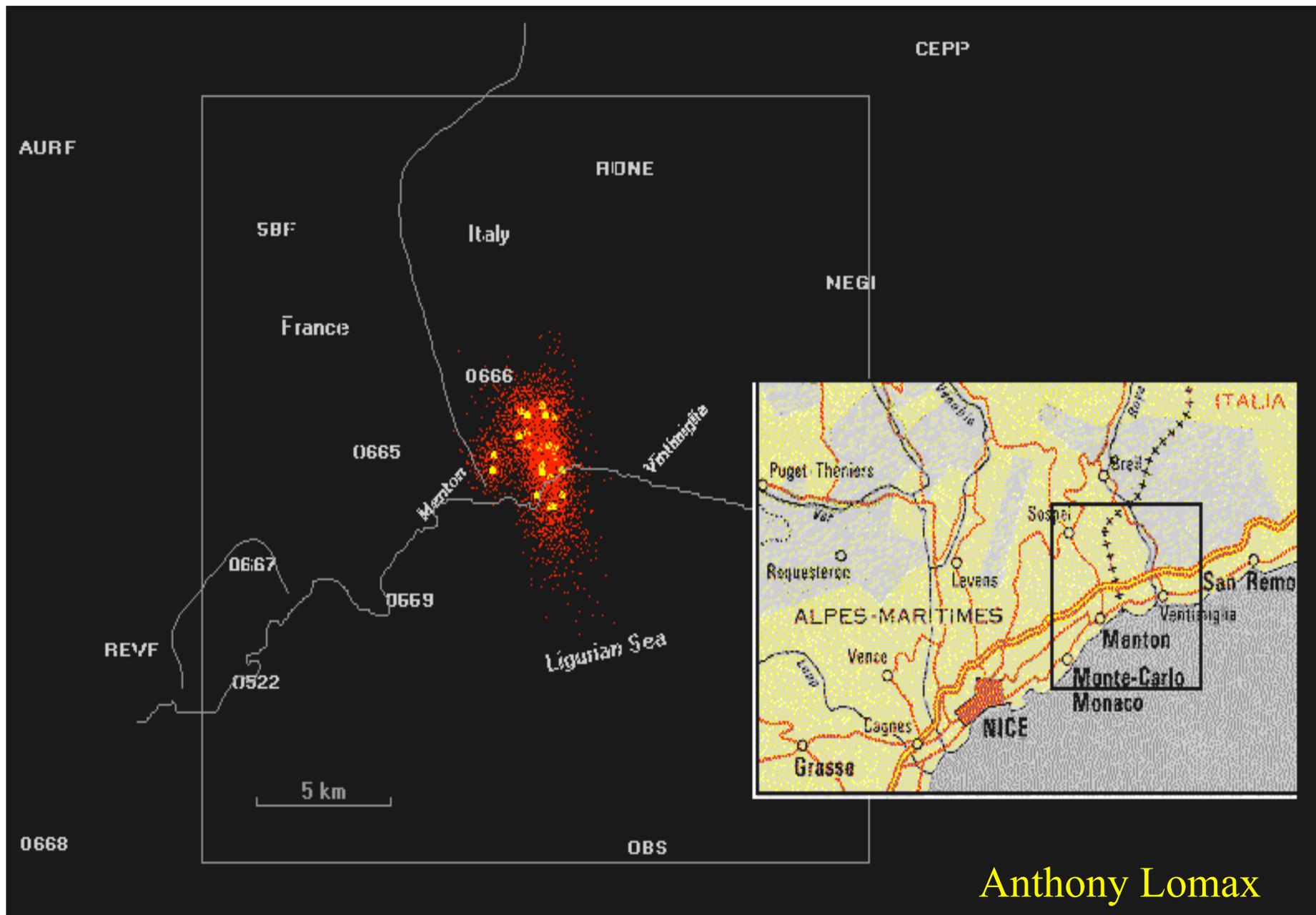
- Remplaçant (4) dans (7) on obtient la matrice de Résolution

$$\delta \mathbf{m}_{\text{est}} = \mathbf{R} \delta \mathbf{m}$$

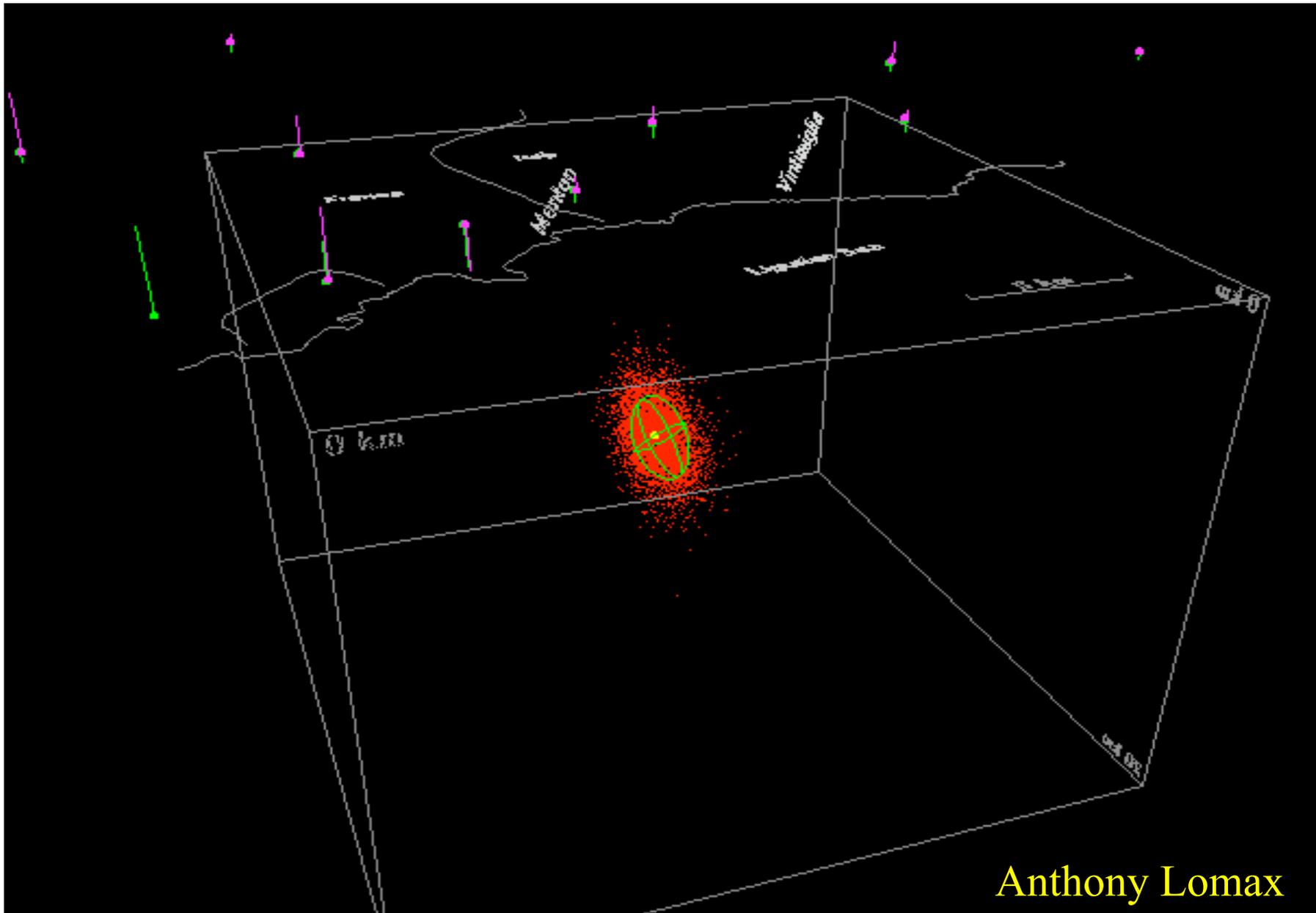
où

$$\mathbf{R} = [\mathbf{G}^t \mathbf{W} \mathbf{G} + \theta \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{G}^t \mathbf{W} \mathbf{G} \quad (8)$$

# Localisation d'un séisme aux Alpes Maritimes

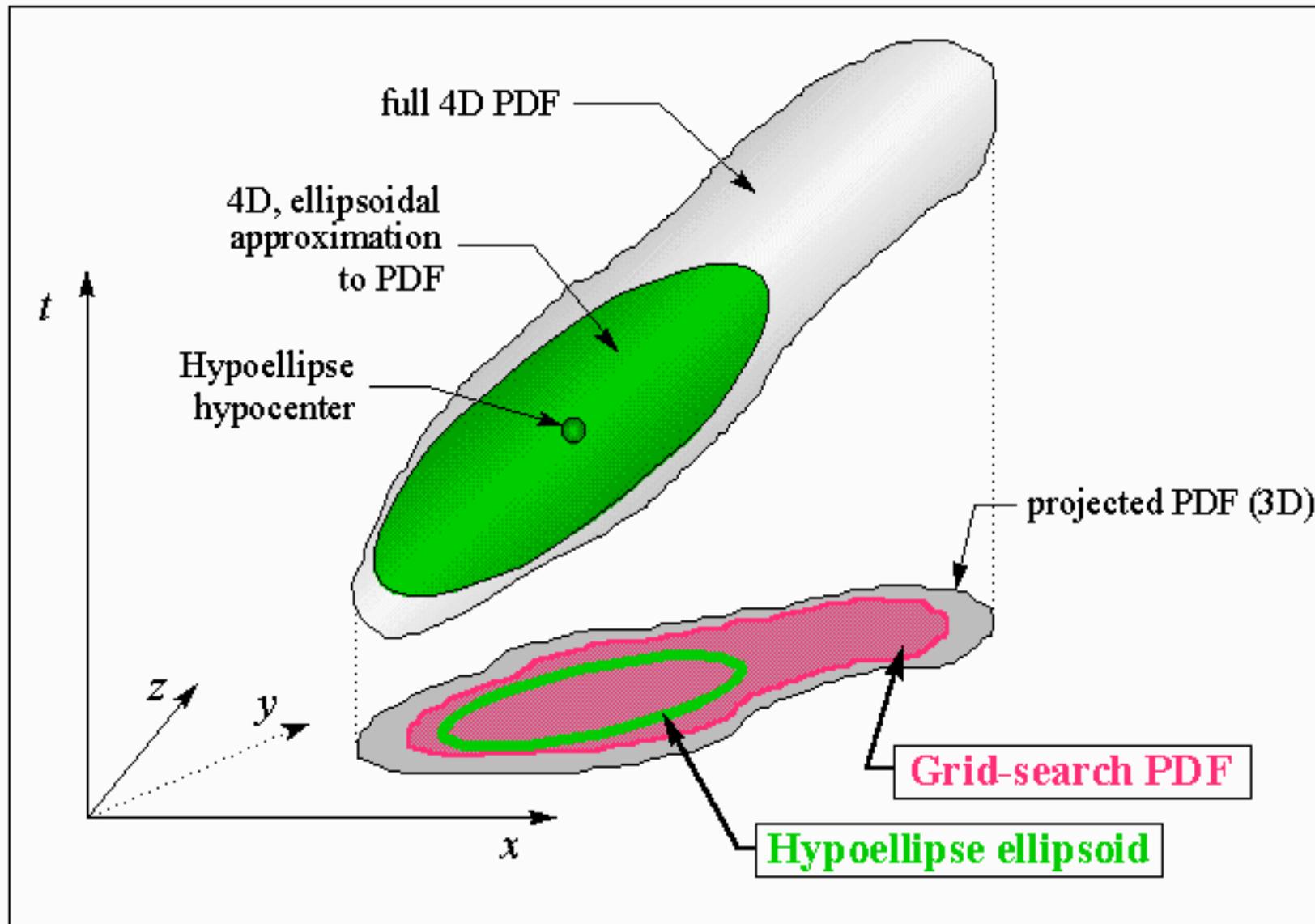


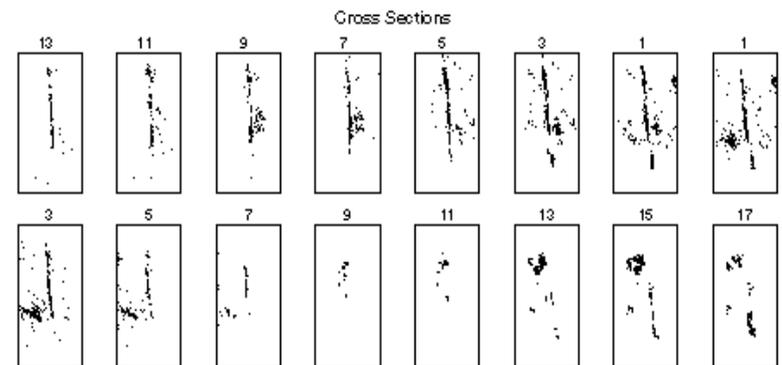
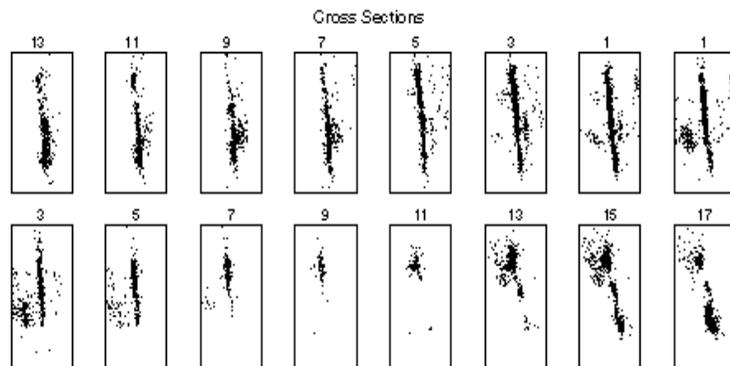
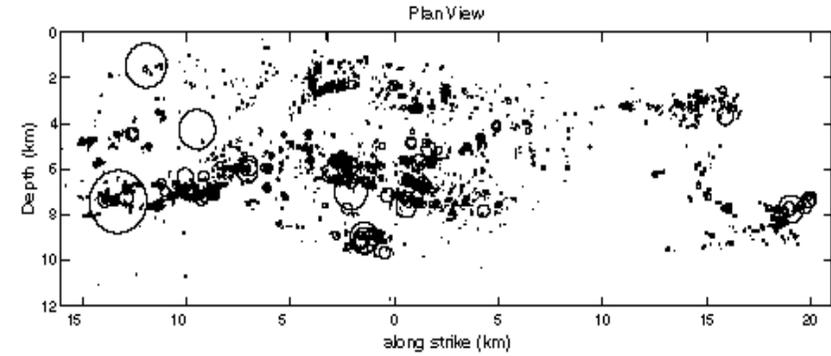
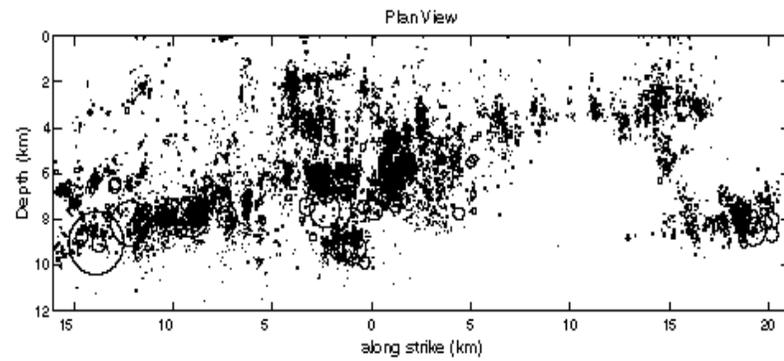
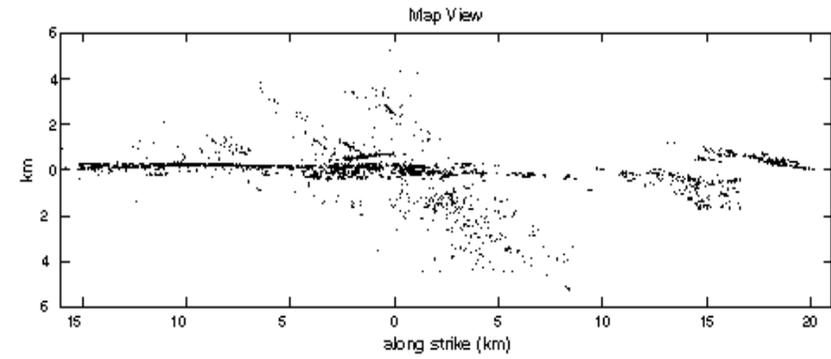
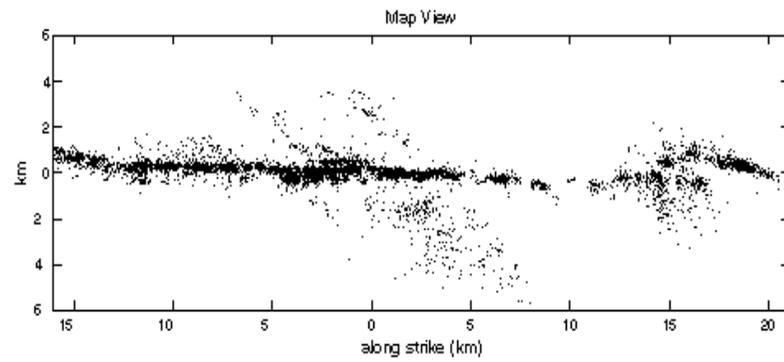
# Comparaison entre méthode linéaire et non-linéaire



Anthony Lomax

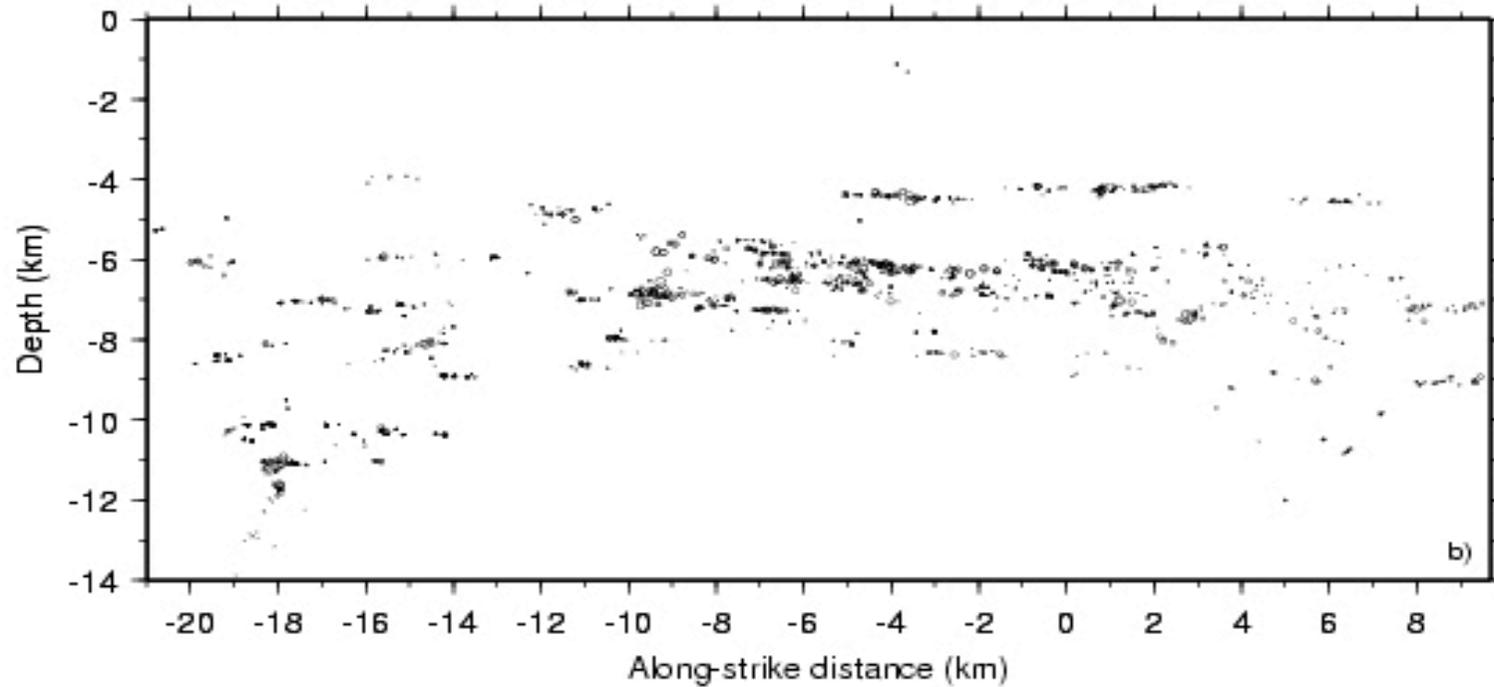
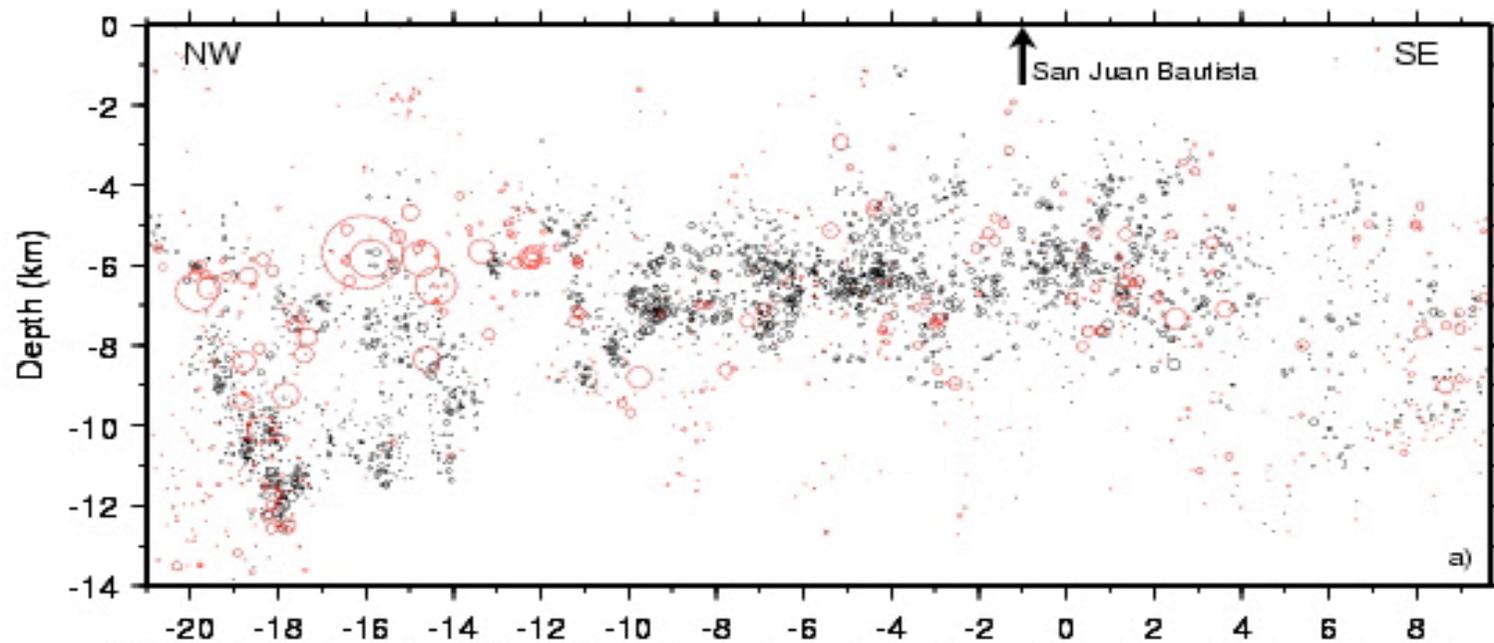
# Propriétés de la Fonction Coût





boxes are 6 km wide, 12 km deep. windows are 4 km long and centered on numbered distance along strike.

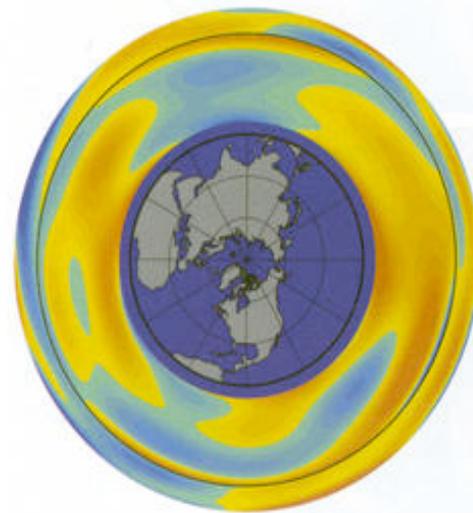
boxes are 6 km wide, 12 km deep. windows are 4 km long and centered on numbered distance along strike.



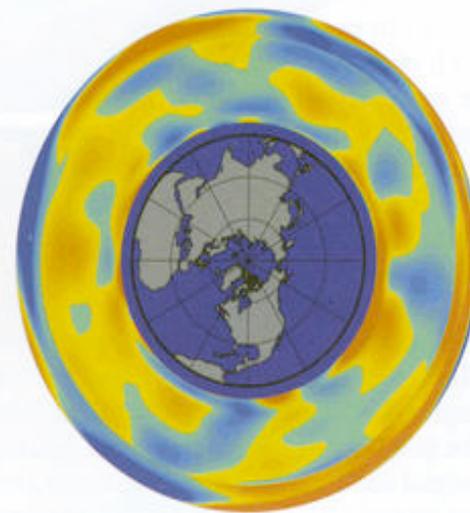
## Le premier modèle latéralement hétérogène M84C

Proposé par Dziewonski et Woodhouse (1985)  
Ce modèle contient des harmoniques d'ordre  $< 8$

Perturbation des P



Perturbation des S



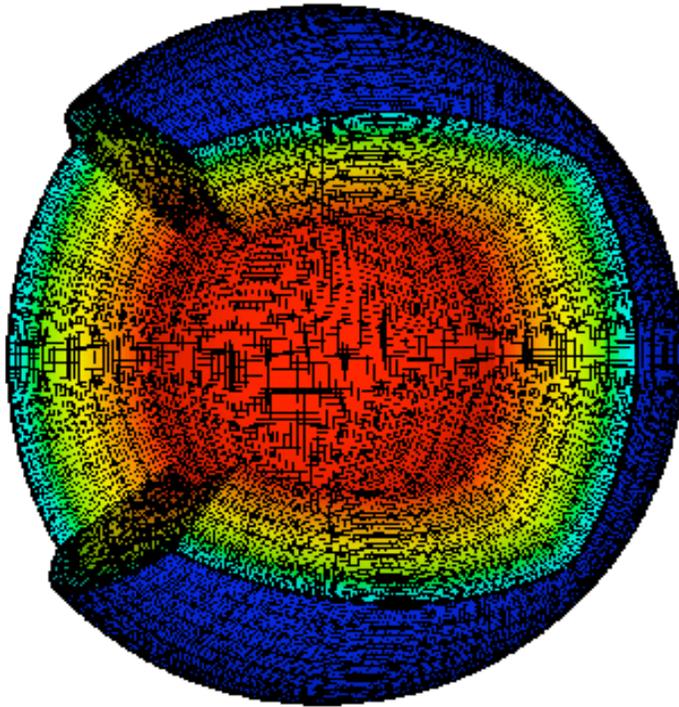
-4%

4%

D'après Dziewonski et al, 2000

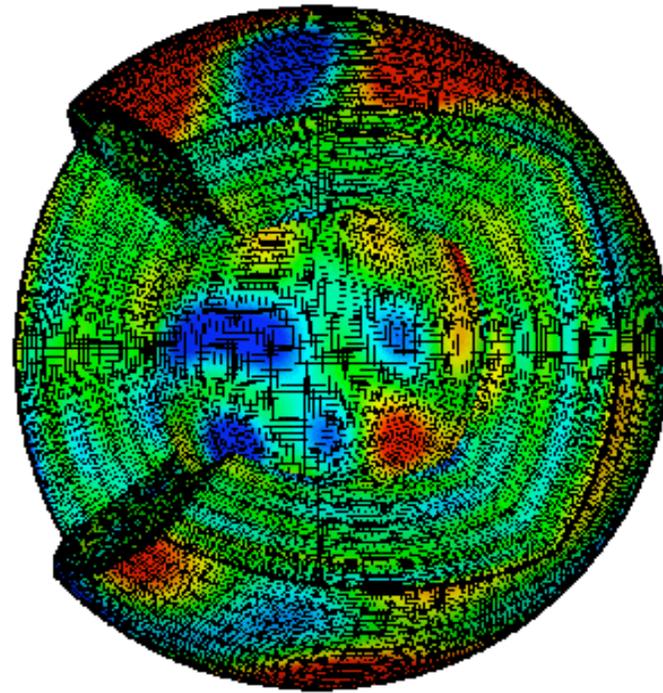
## Global models of P and S waves

PREM



Spherically symmetric

SAW12D



Laterally heterogeneous

D'après Chaljub et Vilotte, 1999

## Résumé des Équations de la Tomographie

- Résidus

$$r_{ij} = t_{obs,ij} - t_{calc,ij} \quad (1)$$

où  $i$  récepteur  
et  $j$  source

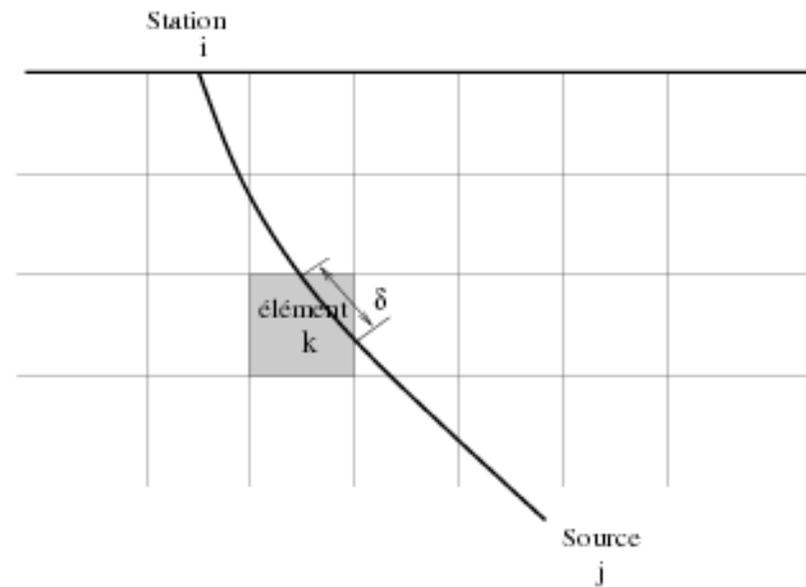


Figure 1: Géométrie des rais

- **Théorie linéarisée**

$$t_{\text{calc},ij} = t_{\text{calc},ij}^0 - \sum_k \frac{\ell_{ijk}}{v_{0,k}^2} \delta m_k \quad (2)$$

où  $t_{\text{calc},ij}^0$  temps calculé dans le modèle de référence  
 $\delta m_k = \delta v_k$  perturbation de vitesse dans le block  $k$   
 et  $\ell_{ijk}$  segment traversé par le rai  $ij$  dans le block  $k$ .

- **Théorie sous forme de matrices**

$$\delta \mathbf{d} = \mathbf{G} \delta \mathbf{m} \quad (3)$$

où  $\delta \mathbf{d}$  vecteur des résidus  $r_{ij}$ .

$\mathbf{G}$  matrice linéarisée aux éléments  $G_{ijk} = \ell_{ijk}/v_{0,k}^2$

$\delta \mathbf{m}$  vecteur des perturbations de vitesses  $\delta v_k$ .

- **Moindres carrés pondérés**

$$\mathbf{G}^T \mathbf{W} \delta \mathbf{d} = \mathbf{G}^t \mathbf{W} \mathbf{G} \delta \mathbf{m} \quad (4)$$

où nous avons introduit une matrice de pondération  $\mathbf{W}$ .

- **Inversion**

Utilisant un "amortissement"  $\theta$  afin de régulariser l'inversion ( au cas où la matrice ne serait pas inversible)

$$\delta \mathbf{m}_{\text{est}} = [\mathbf{G}^t \mathbf{W} \mathbf{G} + \theta \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{W} \delta \mathbf{d} \quad (5)$$

La valeur idéale de  $\theta$  d'après Tibéri, serait

$$\theta = \frac{\sigma_d}{\sigma_m} \quad (6)$$

où  $\sigma_d$  est l'écart type des données

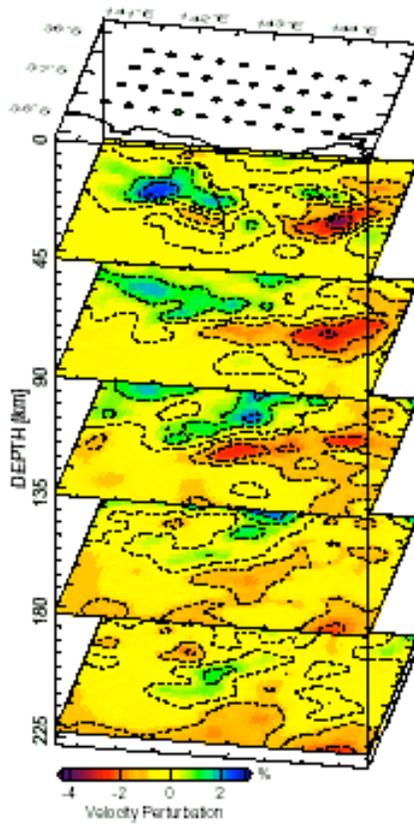
et  $\sigma_m$  est l'écart type souhaité pour le modèle.

- **Résolution**

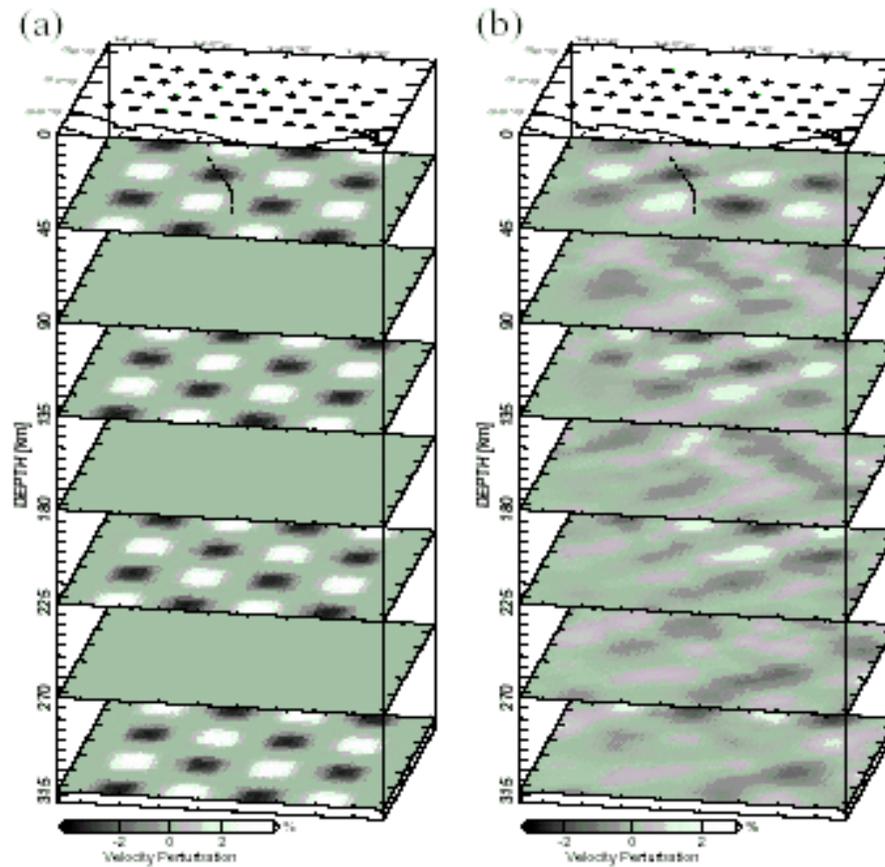
$$\mathbf{R} = [\mathbf{G}^t \mathbf{W} \mathbf{G} + \theta \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{G}^t \mathbf{W} \mathbf{G} \quad (7)$$

# Testing tomographic inversion

Section under Victoria, AU

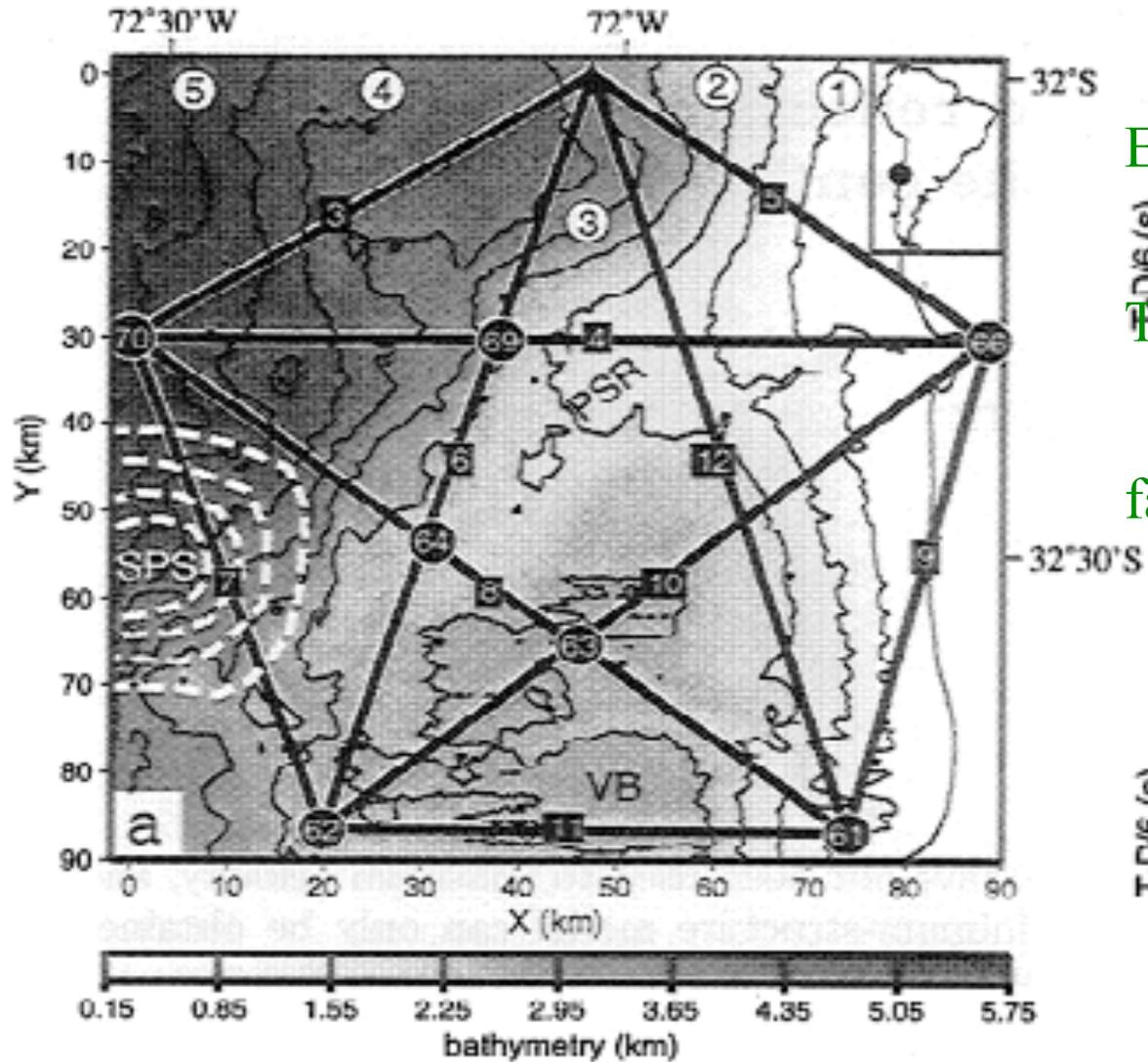


Checker board test



Not great! Grabert et al 2002

Tester la qualité de la tomographie est difficile



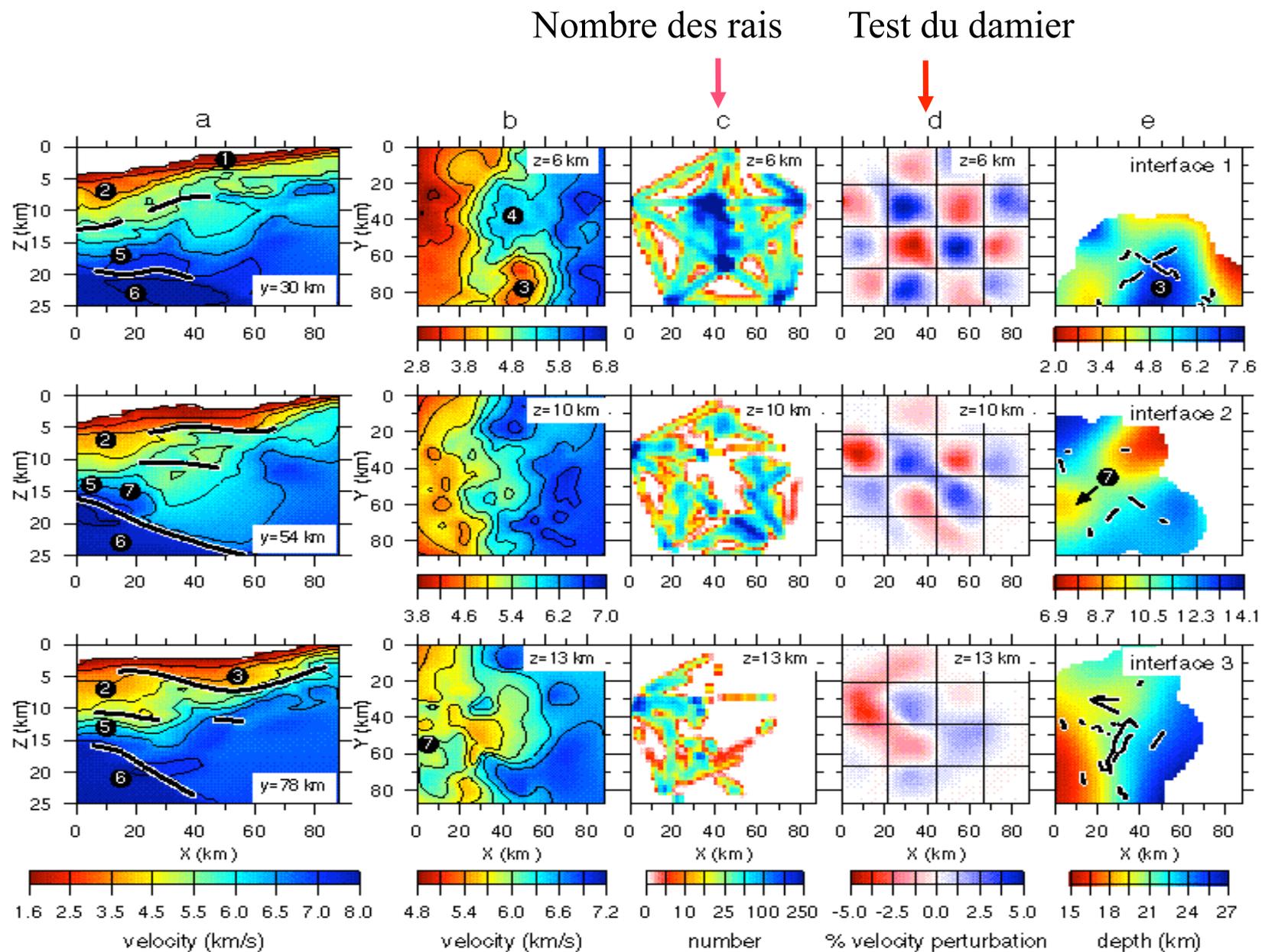
Example

Tomographie avec des OBS

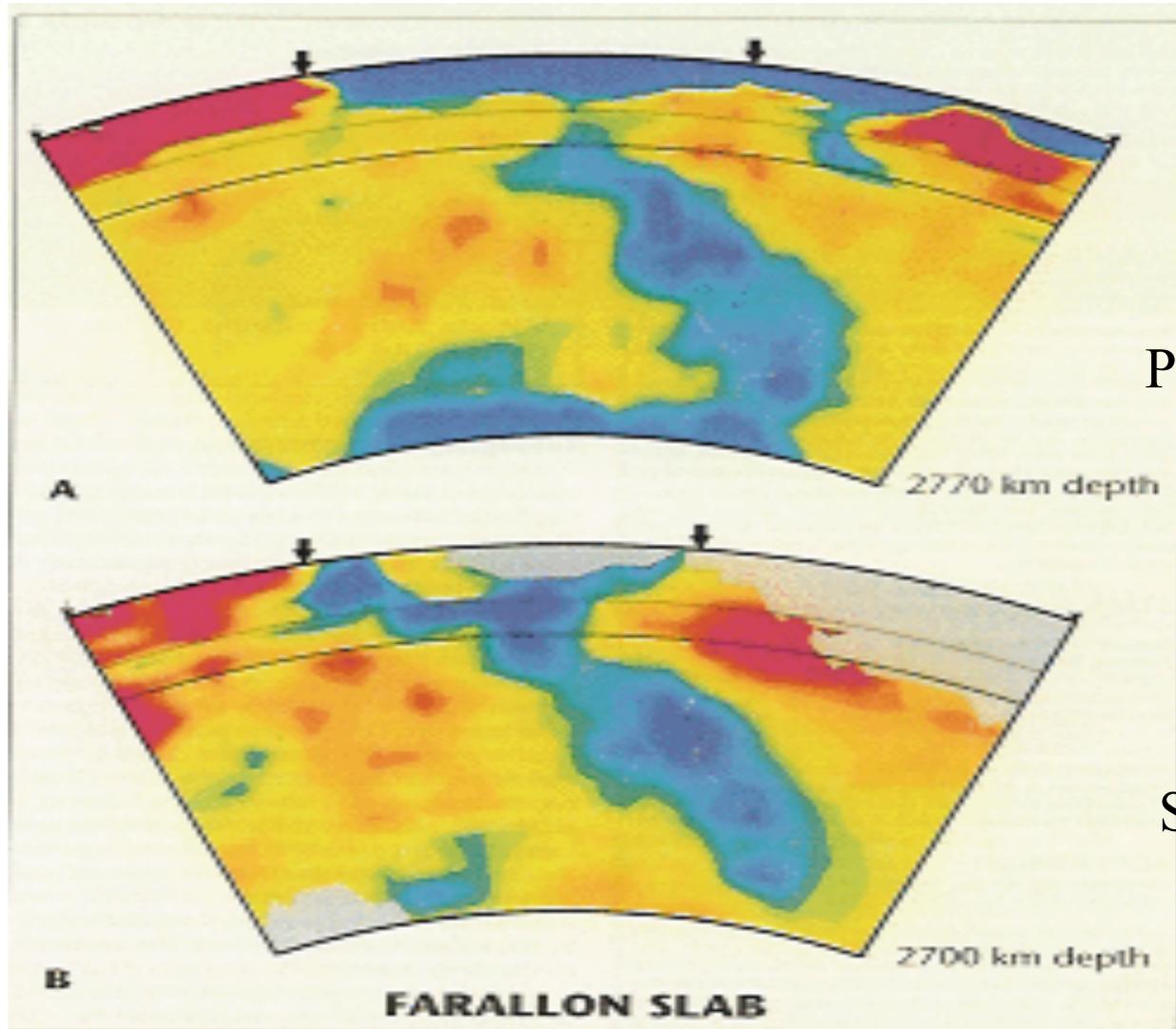
face à Valparaíso (Chili)

Zelt et al, GRL, 1999

# Tester la qualité de la tomographie est difficile



# L'image que nous a convaincu

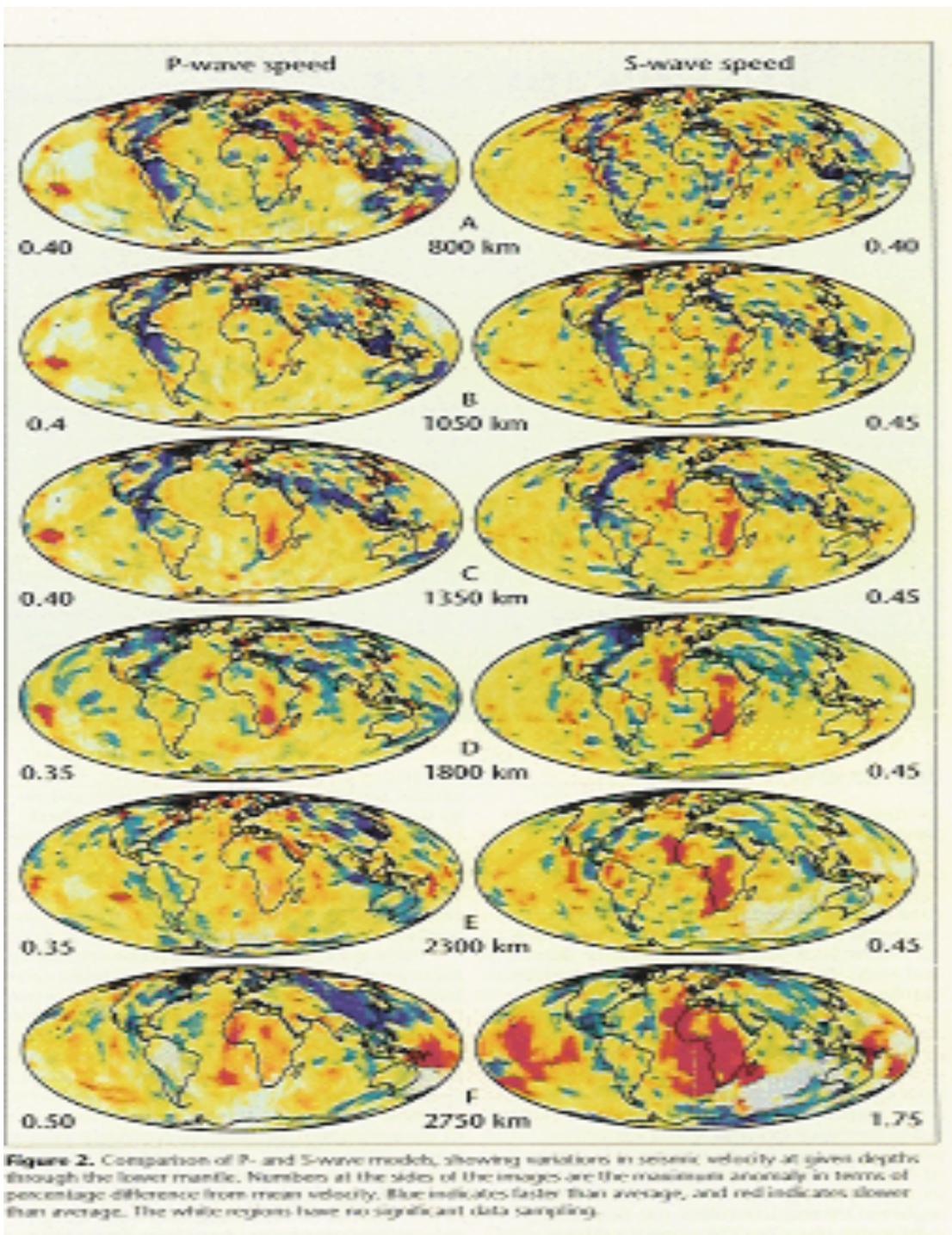


Section along 30°N

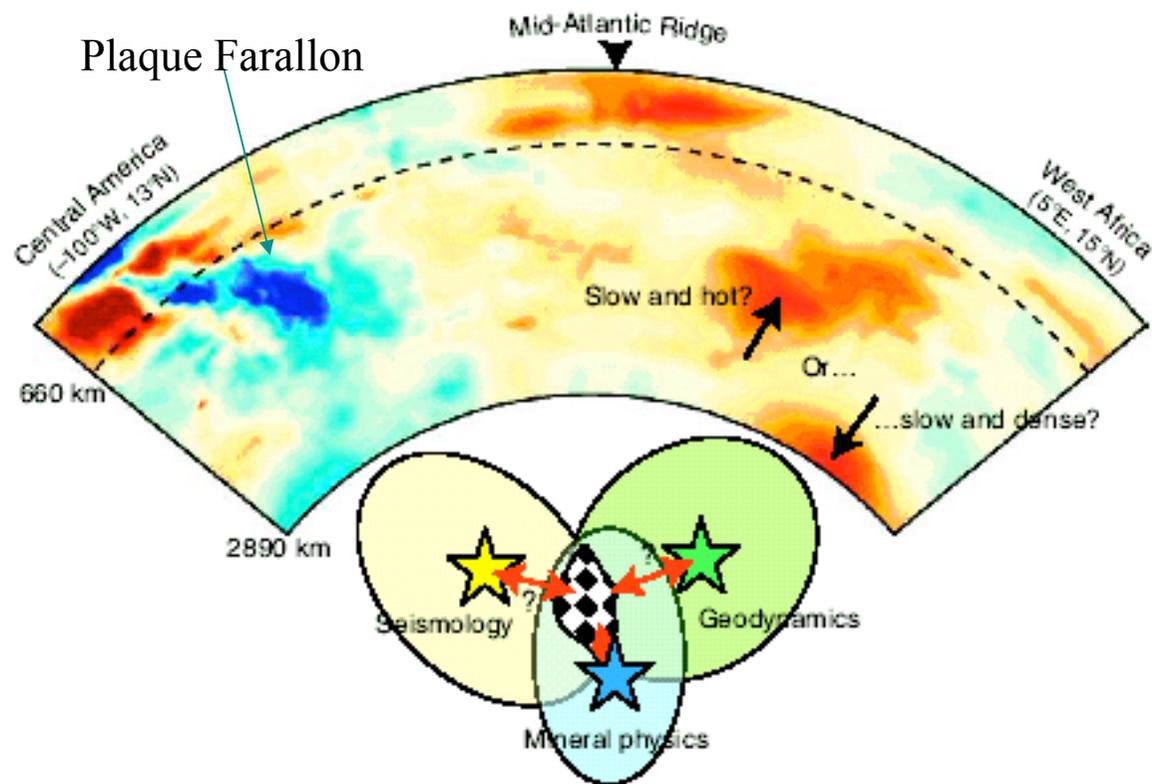
P waves

Grand,  
van der Hilst,  
Widiyantoro

S waves

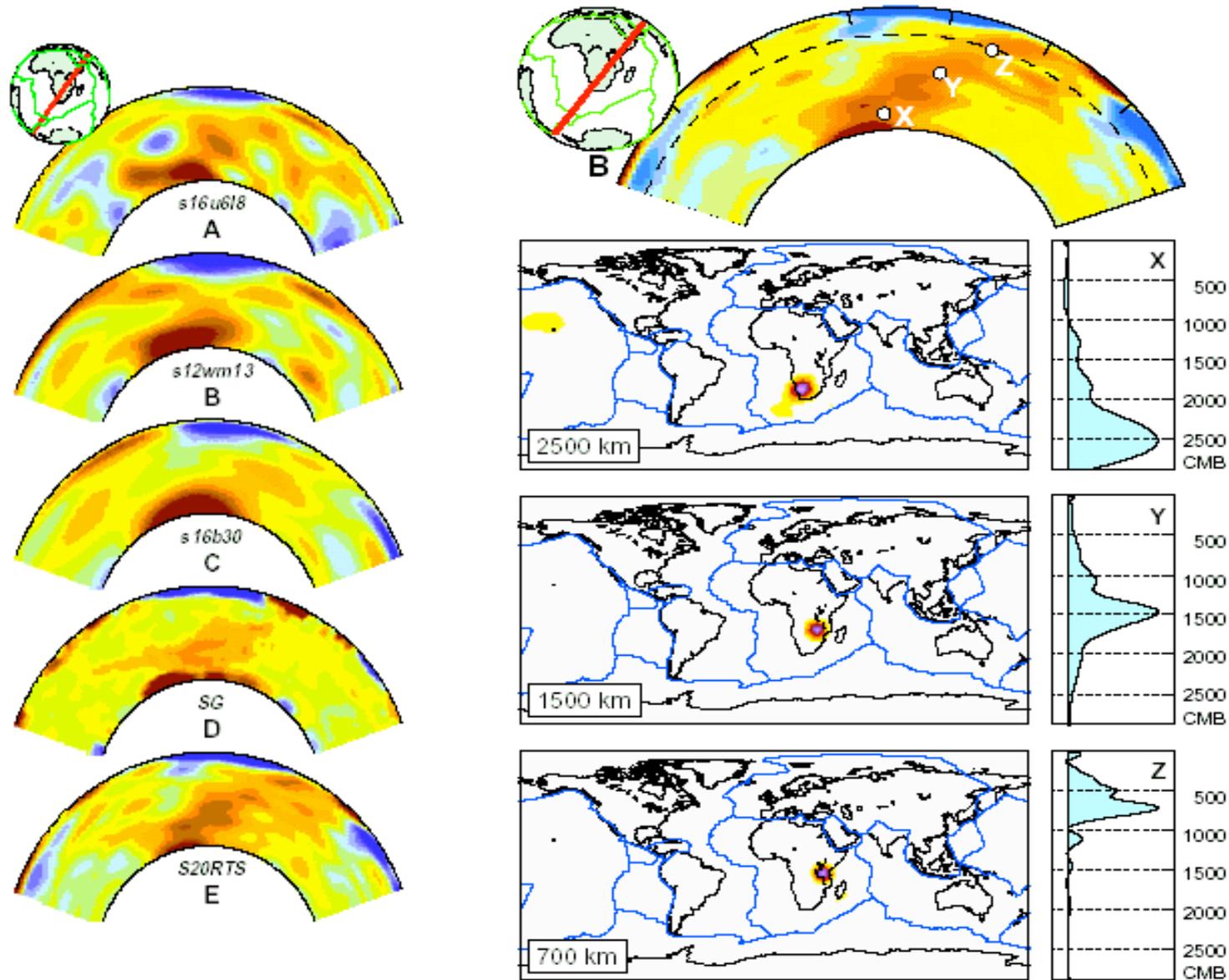


Le manteau d'après  
Grand et al, 1997



**Mantle view in motion.** (Top) Primary (*P*)-wave speed variations in the mantle between Central America and Africa, from Earth's surface to the core-mantle boundary (~2890-km depth). The blue structure on the left depicts the slab of subducted lithosphere of the former Farallon tectonic plate, which dips very deep into the mantle, whereas the red structures on the right mark the low wave speeds deep beneath West Africa. Trampert *et al.* (7) argue that the traditional view that slow wave speed implies high temperatures (and thus positively buoyant material) is not always correct and that deep in the mantle slow wave speed may be due to higher intrinsic density (negatively buoyant material). The tomographic model (30) shown here is constructed from the travel times of different primary wave types (*P*, *PP*, *pP*, *PKP*, *PP-P*, and *Pdiff*—the letters denote various geometries of body wave propagation), using finite frequency sensitivity kernels and an irregular grid parameterization. (Bottom) Optimal fits to incomplete data sets (stars) are not unique, often strongly influenced by prior assumptions and regularization, and not necessarily accurate. For quantitative data and model integration, common ground (checkered area) must be found by exploring uncertainty. Trampert *et al.* (7) perform a full model space search and error analysis.

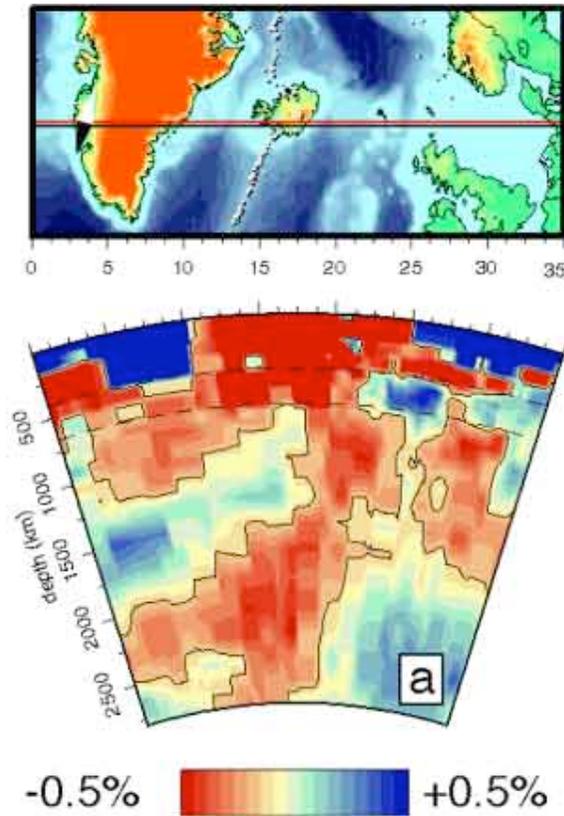
Est-ce une plume, est-ce un swell (gonflement) ?



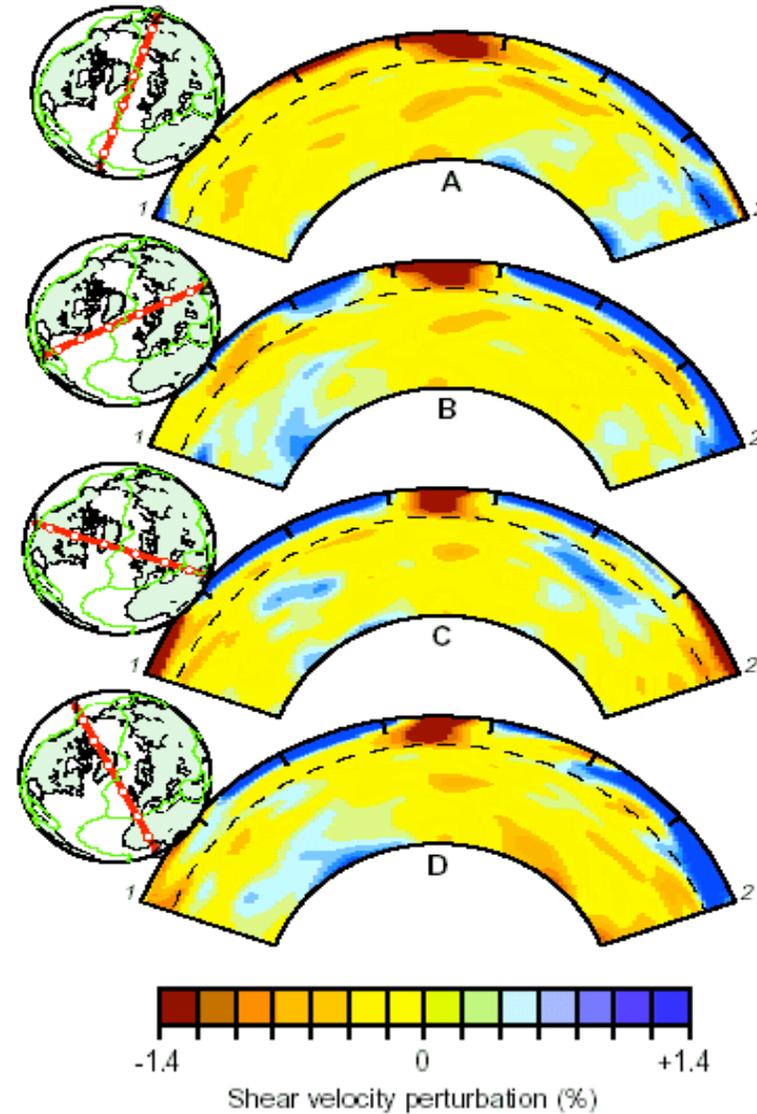
Ritsema et al, Science 1999

# Ce qu'un peu de couleur peu faire ...

## Echelle saturée



## Echelle non saturée



## The most recent view

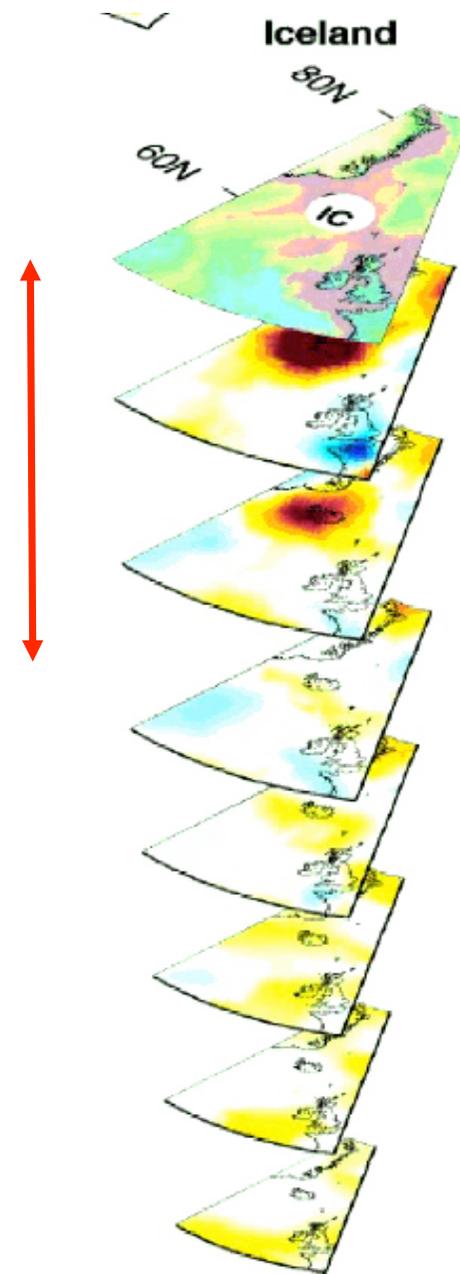
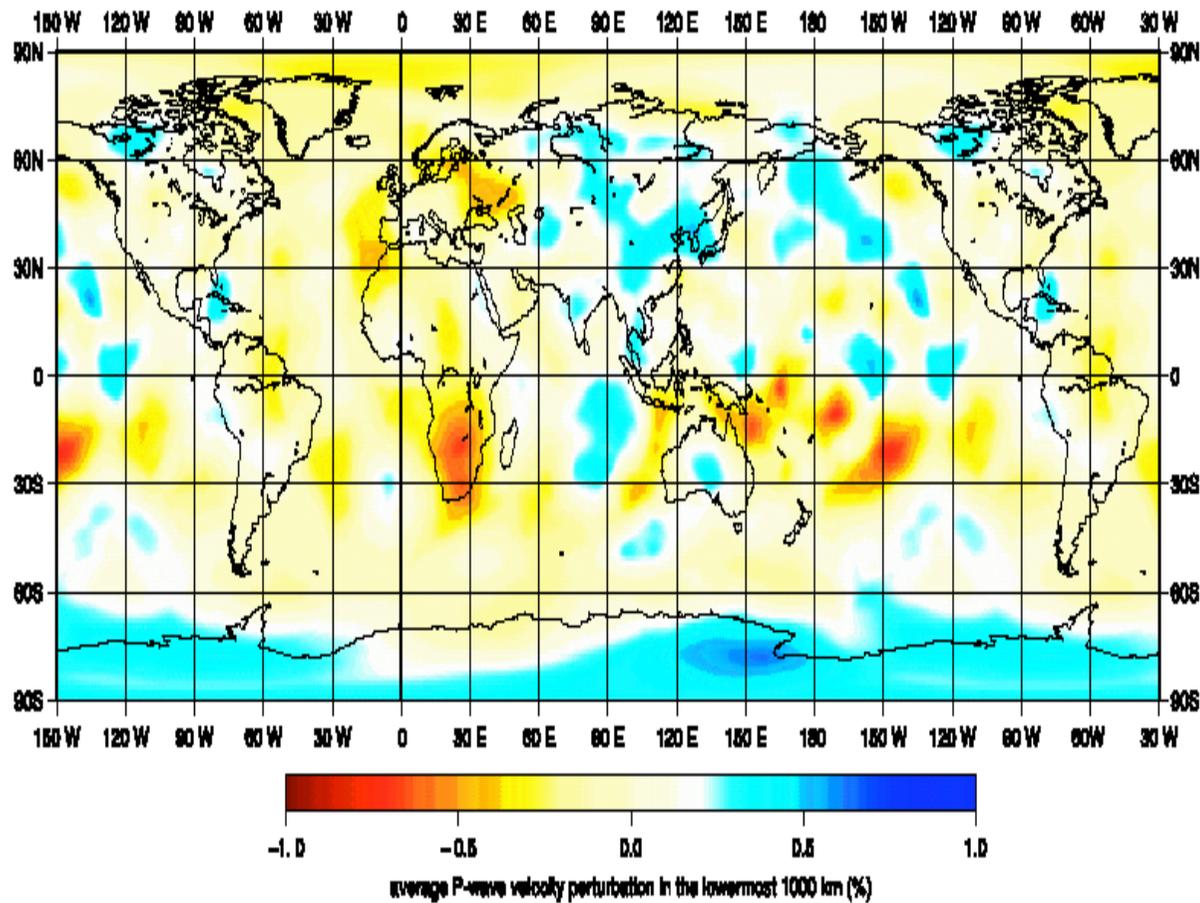
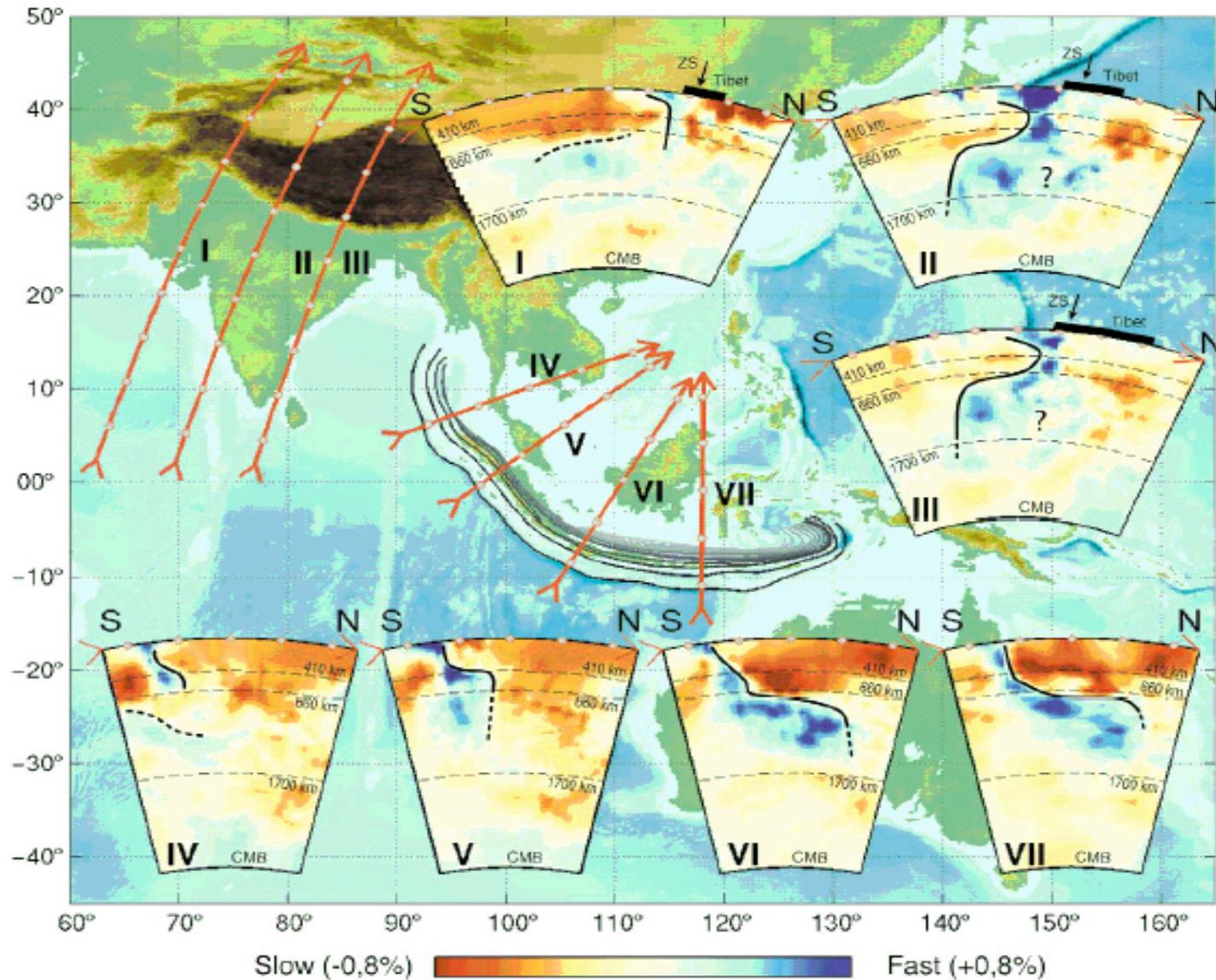


Fig. 1. Vertical average over the lowermost 1000 km of the mantle of the relative velocity perturbation  $\delta v/v_p$ . The averaging emphasizes features that are continuous with depth. Map has been wrapped around to have complete views of both the Atlantic and the Pacific oceans.

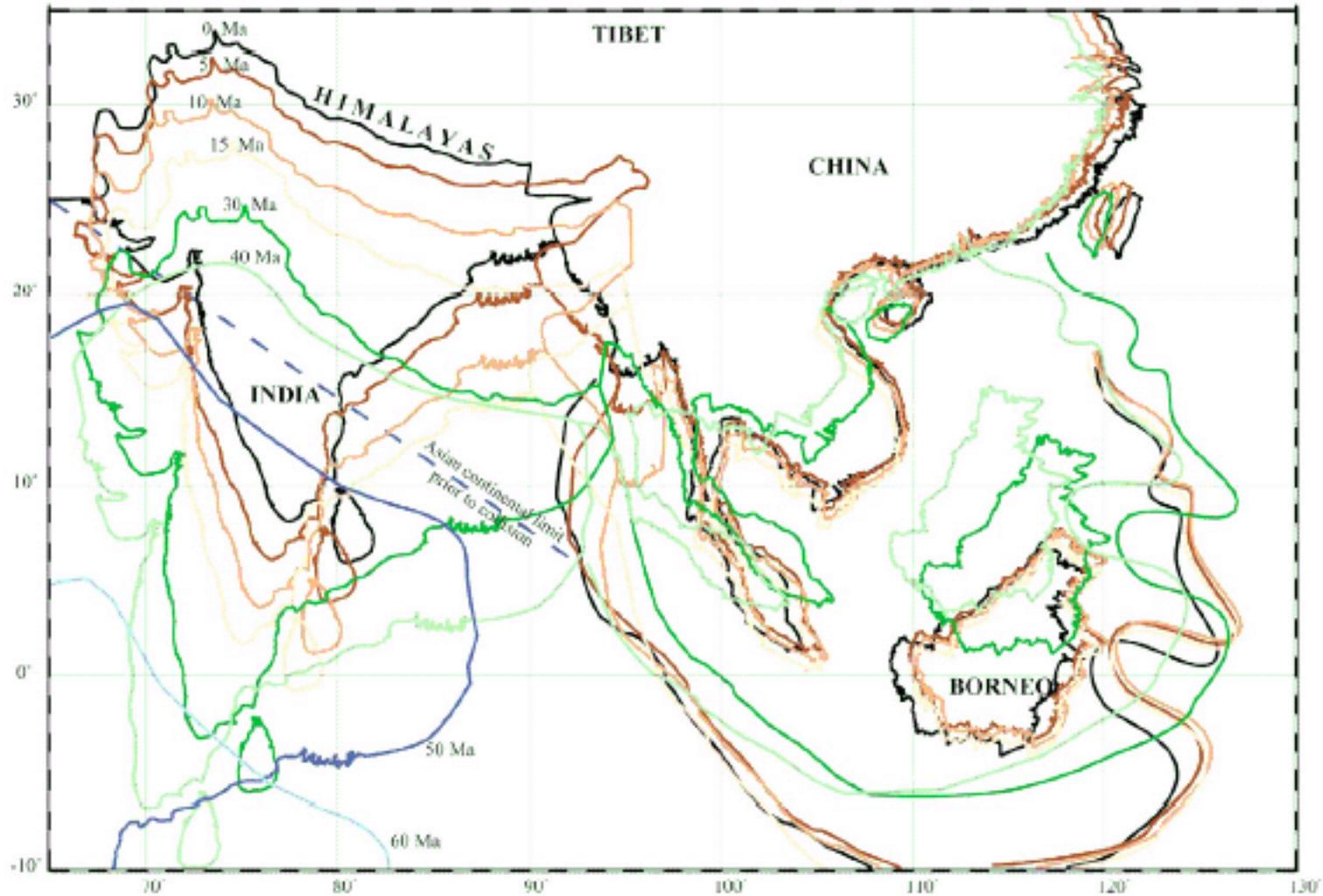
From Montelli et al Science 2004

# Une vue très moderne de l'Asie et du Tibet



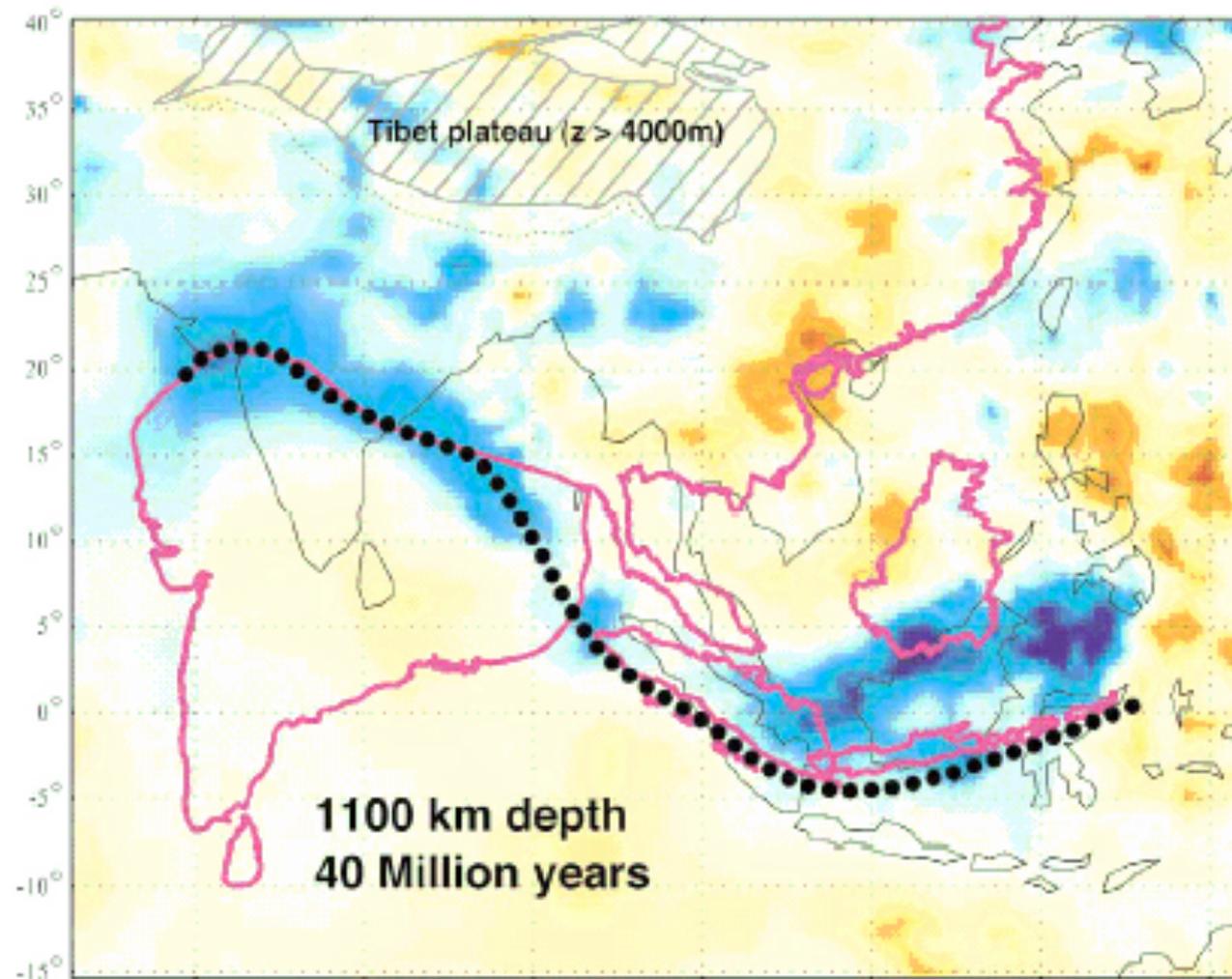
Replumaz et al

## Plate motion during the last 50 Myears



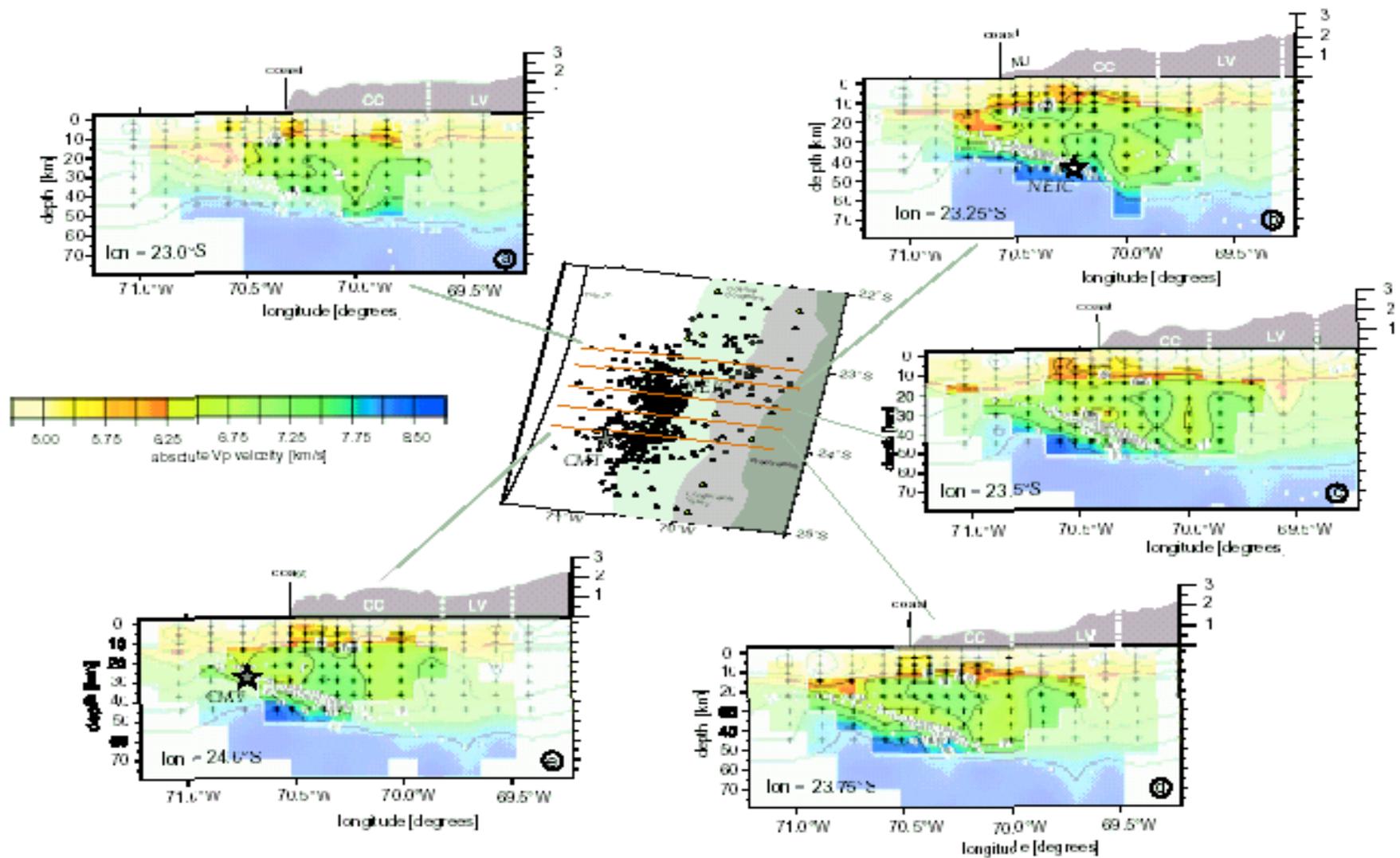
Replumaz et al

## La grande zone de subduction il y a 40 Ma

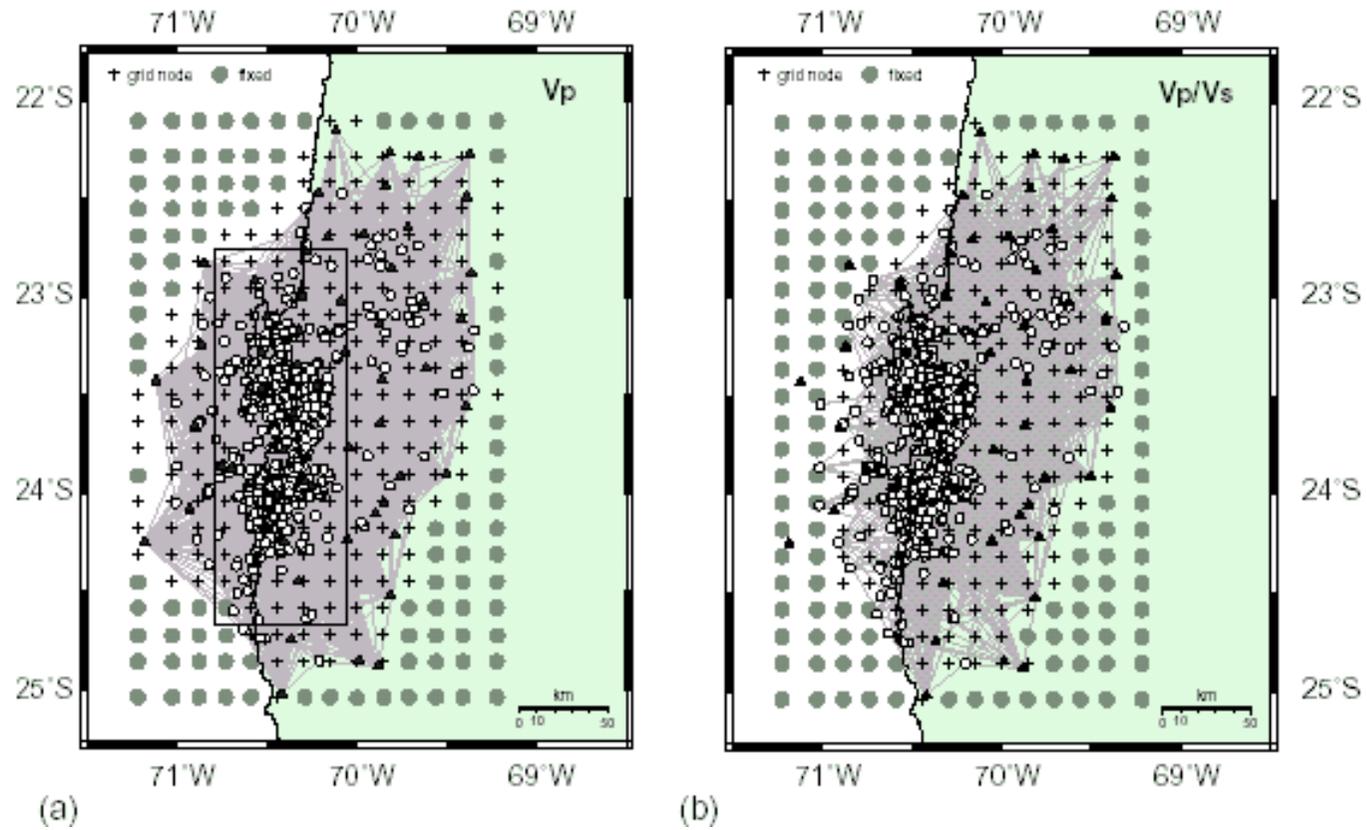


Replumaz et al

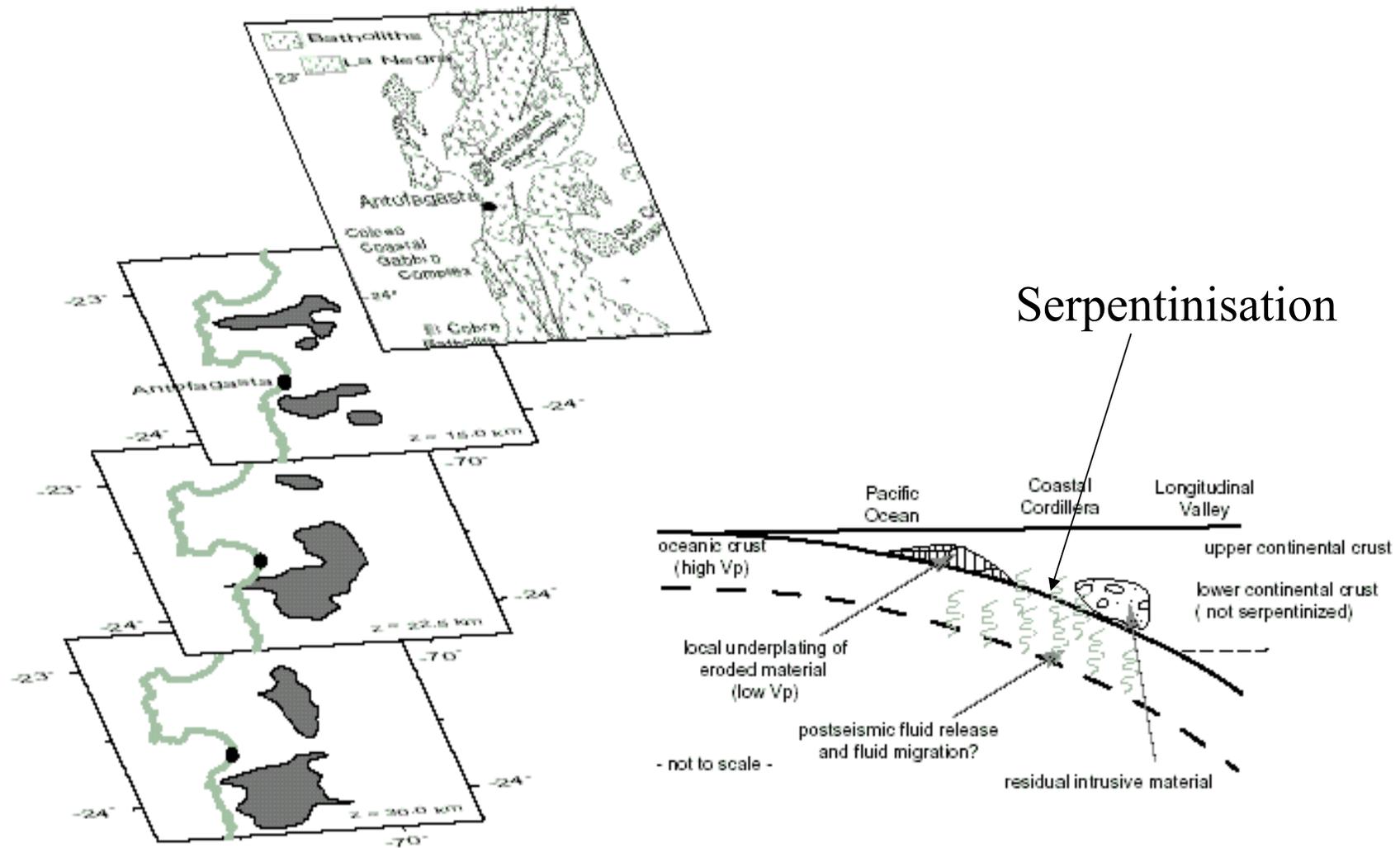
# Local earthquake tomography



## The available data



## A simple interpretation of the images



Husen et al JGR 1999