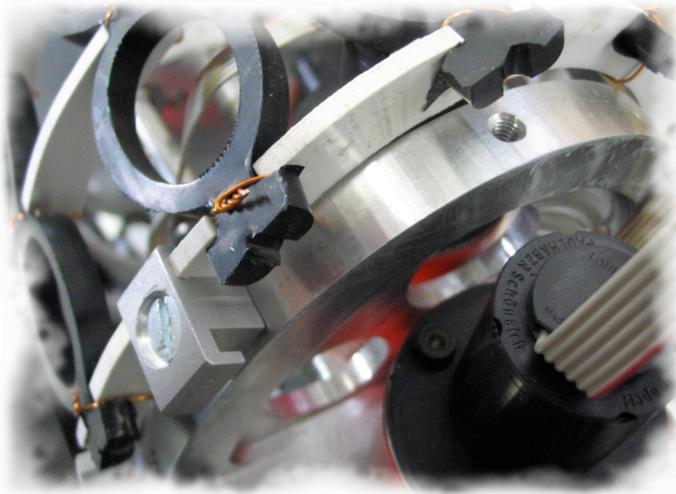


# Dynamique rapide d'un robot-anguille, comparaisons avec des simulations Navier-Stokes



**Auteurs:** Frédéric Boyer  
Mathieu Porez

**Laboratoire:** IRCCyN

**Lieu:** Sophia-Antipolis

**Date:** 2008

- 1 Introduction
- 2 Le modèle du corps
- 3 Modélisation dynamique de la nage anguilliforme
- 4 Correction du modèle réactif de Lighthill 3D
- 5 Dynamique externe
- 6 Algorithme rapide
- 7 Simulations et comparaisons

## La Robotique Sous-marine : jusque là...



- Robot sous- marin rigide:
- Gros systèmes manoeuvrant mais peu efficace
- De type torpille, efficace mais peu manoeuvrant
- Afin de lever ce « verrou technologique »:



On s'appuie sur l'observation du vivant

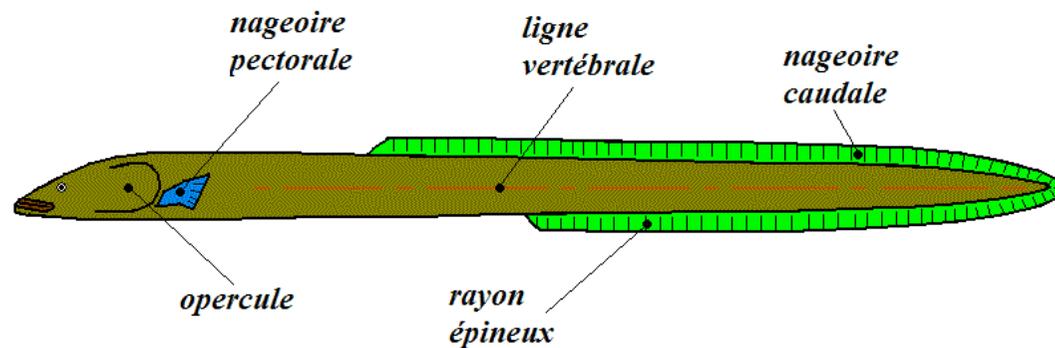
- En particulier l'anguille:



- efficace (migrateur)
- Manoeuvrant (hyper-redondant)

## L'Anguille Européenne (*Anguilla Anguilla*)

- Poisson de la famille des téléostéens (22000 espèces)



- Sa morphologie:

- Longiligne, fusion des nageoires
- 123 vertèbres optimum de manoeuvrabilité

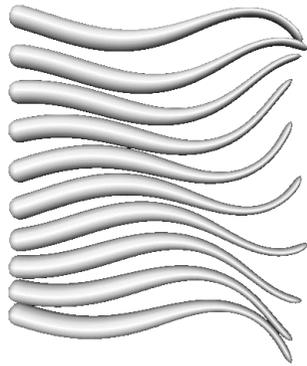
- Son type de nage:

- « anguilliforme »: Utilisation du corps pour se propulser

[Breder, 1926]

[Gray, 1933]

## La nage ondulatoire



Le mouvement transverse  
des sections du corps

- Le principe:

Propagation d'une onde de la tête vers  
la nageoire caudale d'amplitude croissante.

Réaction

Force axiale  
de propulsion  
(Poussée)

Lighthill propose d'expliquer la poussée:

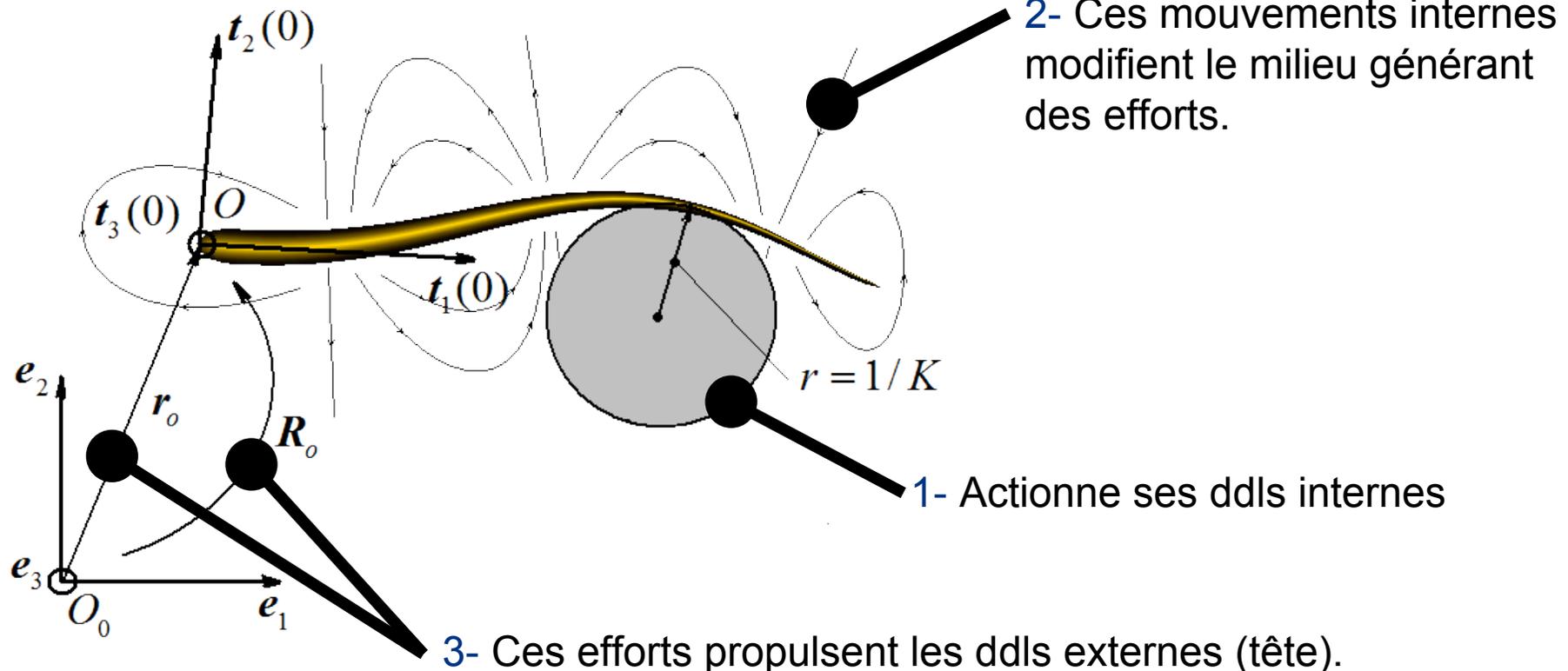
Combinaisons de 2 Modèles:

- Résistif: (effet de la viscosité);
- Réactif: (effet de l'inertie de l'eau).

Plus généralement: la nage est un « problème de locomotion »...

## « Problème de la Locomotion »

- Tout locomoteur pour se déplacer...



3 dynamiques associées...

## « Problème de la Locomotion »

- Notre Contribution / l'existant
  - Dans la grande majorité des modèles de la nage:
    - Les dynamiques interne et externe sont imposées.
    - La dynamique du milieu est résolue.
  - En ce qui nous concerne:

Les 3 dynamiques sont résolues:

- La dynamique externe : pour la locomotion
- La dynamique du milieu: pour le contact
- La dynamique interne: pour les couples de commande

# Le Modèle du Corps

la cinématique du prototype  
comme celle de l'animal:

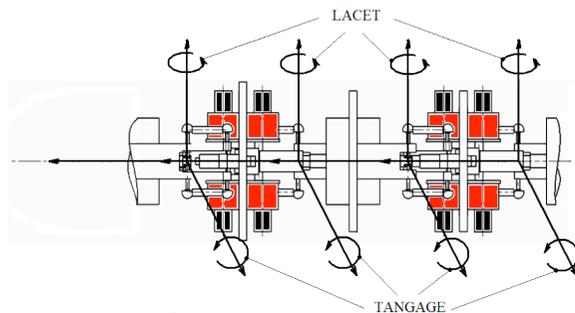


Complexe: 3D,  
nombreux ddls internes...

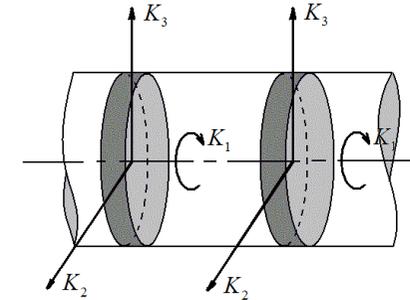
- Idée :

Anguille = Prototype = Poutre Cosserat

[Boyer, Porez, Khalil, 2006]



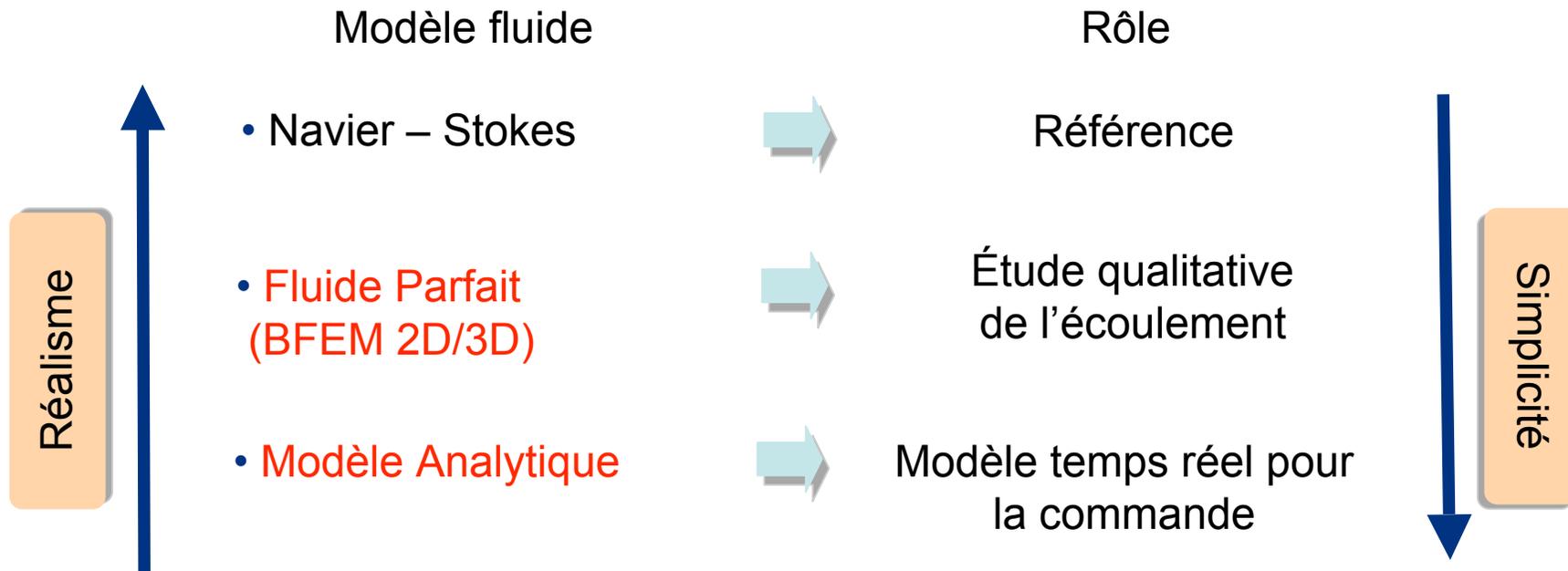
- Vertèbres
- Colonne vertébral
- coordonnées articulaires intervertébrales



- section transverse
- fibre neutre de la poutre
- Les déformations (courbures, torsion)

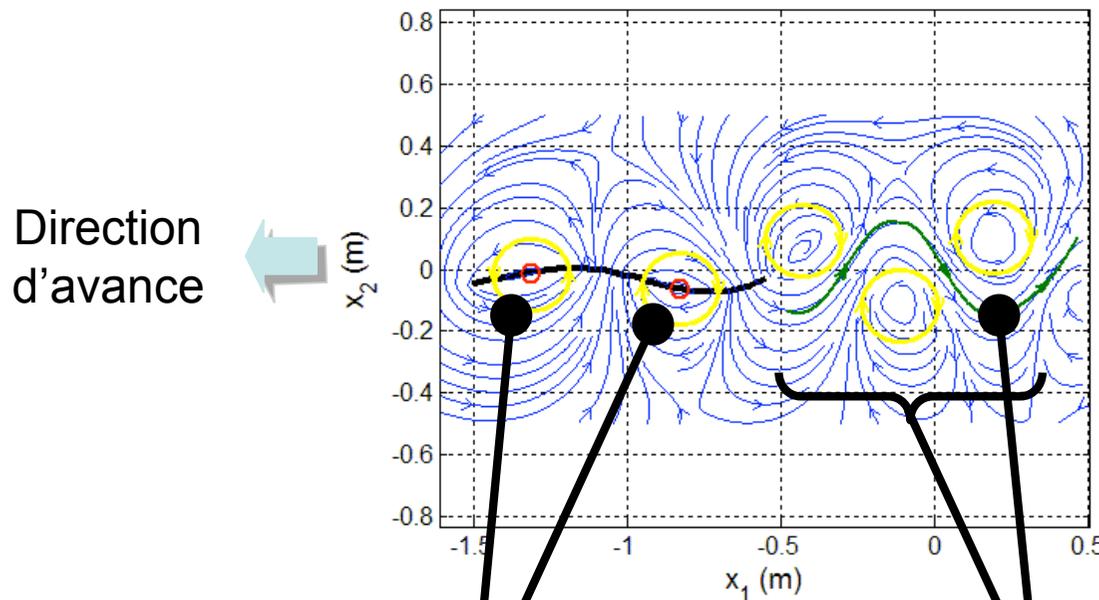
## Le Modèle du Fluide

- Approche hiérarchique de modélisation (dans le cadre du projet):



# Le Modèle du Fluide

- Fluide parfait 2-D, méthode des vortex



Hypothèses:

- Corps = Poutre
- Nage en ligne droite

- « Proto-vortex »

- « Starting-stopping vortex »

s'apparient

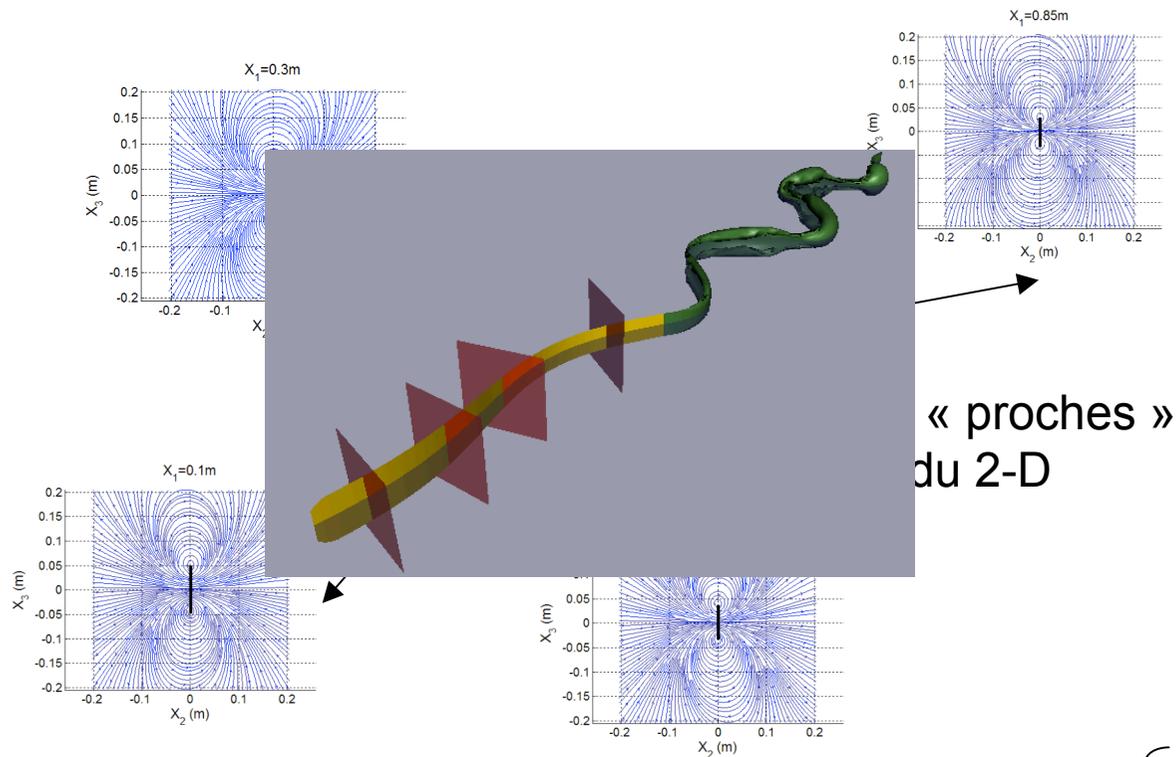
Sillage +  
« pompe »

Réaction

Force  
de poussée

# Le Modèle du Fluide

- Fluide parfait 3-D, Méthode des anneaux de vortex



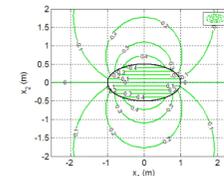
## Hypothèses

- Corps = plaque
- nage en ligne droite

« proches »  
du 2-D



solutions analytiques



Modèle « tranche par tranche »

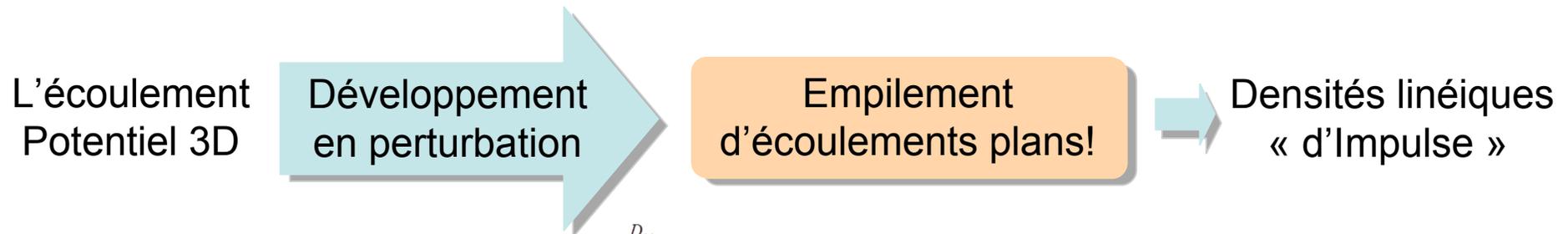


- S.B.T., [Munk, 1924]
- E.B.T. [Lighthill, 1960]

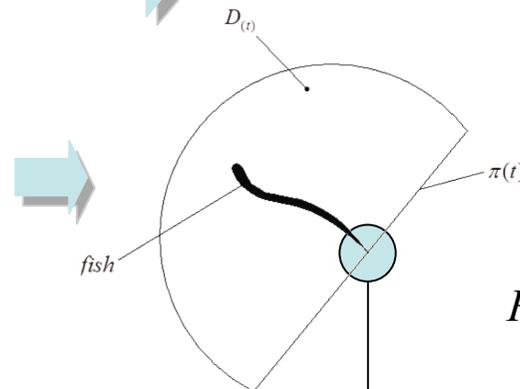
# Le Modèle du Fluide

- « Elongated Body Theory » de J. Lighthill [Lighthill, 1960,1969,1970,1971]

Extension de la S.B.T. aux corps déformables en petites perturbations



Via le théorème de L'EC appliqué à la matière dans  $D$



On obtient la poussée:

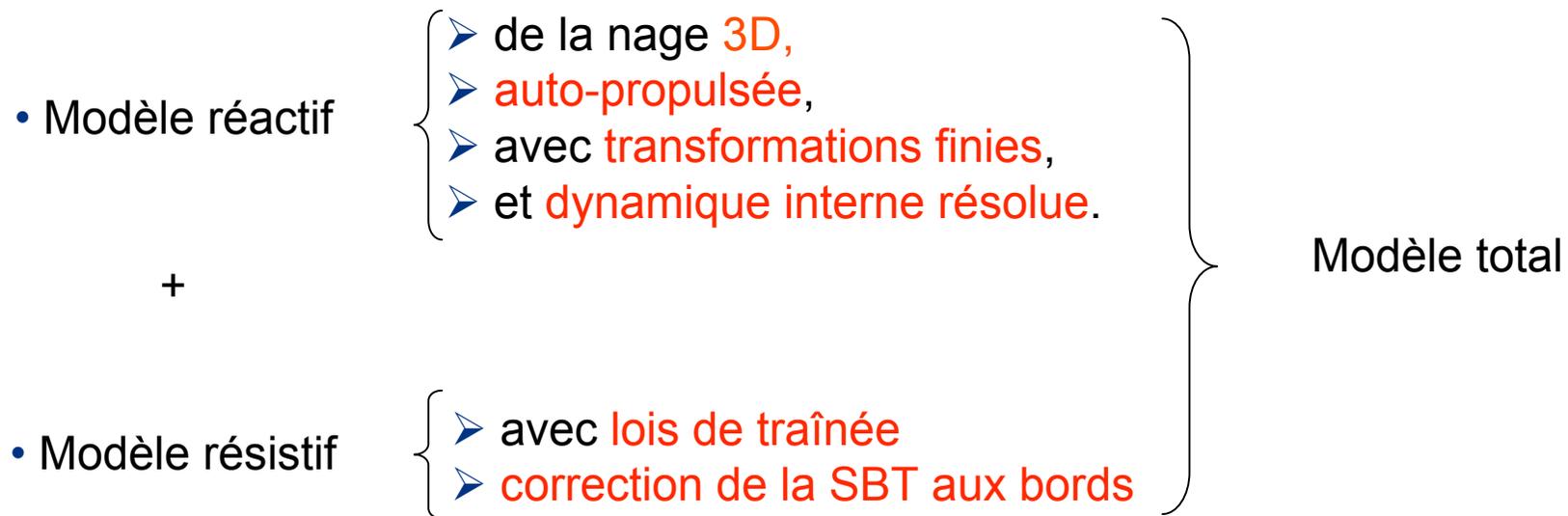
$$P = \frac{\partial}{\partial t} \int_0^1 m V_2 \frac{\partial h}{\partial x_1} dx_1 + \left[ m V_2 \left( U \frac{\partial h}{\partial x_1} - \frac{1}{2} V_2^2 \right) \right]_{x_1=1}$$

Bord de fuite droit

Termes de frontières du à l'exclusion du sillage de l'équilibre

## Le modèle ici Proposé

- Extension de l'approche analytique de « Lighthill » au cas :



## Le modèle ici Proposé

... Pour cela:

Principe d'Hamilton appliqué à toute la matière contenue dans le volume de Lighthill

1. Calcul des variations sur un groupe de Lie (Poincaré)
2. Idem. sur un espace de courbes paramétrées sur un groupe (Cosserat)
3. Extension du principe d'Hamilton à un système ouvert (corps+fluide stratifié)

- 1 Introduction
- 2 Le modèle du corps
- 3 Modélisation dynamique de la nage anguilliforme
- 4 Correction du modèle réactif de Lighthill 3-D
- 5 Dynamique externe
- 6 Algorithme rapide
- 7 Simulations et comparaisons

# Le modèle du corps (cinématique)

Locomoteur hyper-redondant



Anguille = Prototype = Poutre Cosserat

[Boyer, Porez, Khalil, 2006]

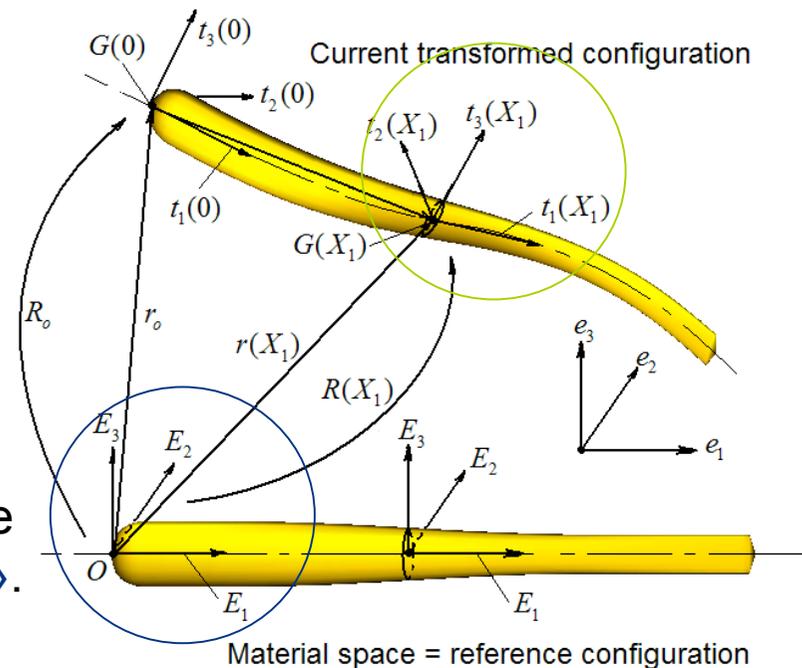
$$\mathcal{C} \square \{g : X_1 \in [0,1] \mapsto g(X_1) \in SE(3)\}$$

$$g(X_1) = \begin{pmatrix} R(X_1) & r(X_1) \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Tenseur rotation

vecteur position

du repère mobile attaché à la section transverse d'abscisse  $X_1$  par rapport au « repère Galiléen ».



## Le modèle du corps (cinématique)

Avec cette géométrie de  $\mathcal{C}$ , la cinématique est définie par...

- Le champ de torseur cinématique

$$\mu = \frac{\partial g}{\partial t} \cdot g^{-1} = \begin{pmatrix} \omega \\ v \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^3 \begin{pmatrix} \Omega_i t_i \\ V_i t_i \end{pmatrix}$$



- $\omega$  : vitesse angulaire
- $v$  : vitesse linéaire

- Le champ de torseur de déformation

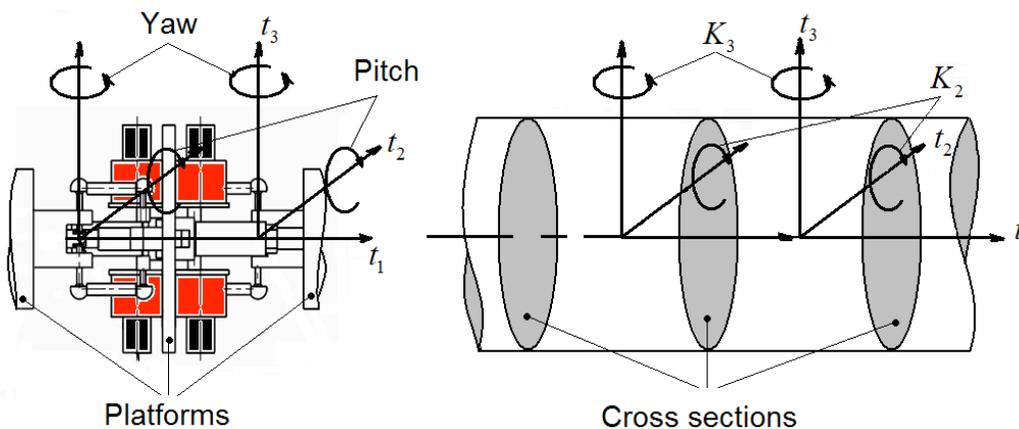
$$\chi = \frac{\partial g}{\partial X_1} \cdot g^{-1} = \begin{pmatrix} k \\ \gamma \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^3 \begin{pmatrix} K_i t_i \\ \Gamma_i t_i \end{pmatrix}$$



- $k$  : courbure
- $\gamma$  : extension + cisaillement transverse

# Le modèle du corps (cinématique)

A chaque cinématique inter-vertébrale correspond une cinématique de poutre...



Ici: liaison cardan



Corps = Poutre de

- Kirchhoff
- inextensible
- sans torsion

On impose les contraintes suivantes:

$$\chi = \begin{pmatrix} k \\ \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_d(t) \\ t_1 \end{pmatrix} = \chi_d(t)$$

Courbures imposées:

$$k_d(t) = K_{d,2}(t)t_2 + K_{d,3}(t)t_3$$

 Tangage ,  Lacet

## Le modèle du corps (cinétique)

- Afin plus tard, de dériver la dynamique de la nage via le principe d'Hamilton...

- Le lagrangien du corps

$$L(B) = T(B) - U(B)$$

- L'énergie cinétique

$$T(B) = \int_0^1 T_b dX_1 = \frac{1}{2} \int_0^1 \mu \cdot (I_b \cdot \mu) dX_1$$

$$I_b = \begin{pmatrix} I_b & 0 \\ 0 & m_b \end{pmatrix}$$

$$I_b = \rho_b \sum_{i=1}^3 J_i t_i \otimes t_i \quad m_b = \rho_b A \sum_{i=1}^3 t_i \otimes t_i$$

- L'énergie potentielle

$$U(B) = \int_0^1 U_b dX_1 = \int_0^1 \lambda \cdot (\chi - \chi_d) dX_1$$

Torseur cinétique: 
$$\begin{pmatrix} \sigma_b \\ p_b \end{pmatrix} = \frac{\partial T_b}{\partial \mu} = \begin{pmatrix} I_b \cdot \omega \\ m_b \cdot v \end{pmatrix}$$

Torseur interne: 
$$\begin{pmatrix} c \\ n \end{pmatrix} = \lambda = \frac{\partial U_b}{\partial \chi}$$

- 1 Introduction
- 2 Le modèle du corps
- 3 **Modélisation dynamique de la nage anguilliforme**
- 4 Correction du modèle réactif de Lighthill 3-D
- 5 Dynamique externe
- 6 Algorithme rapide
- 7 Simulations et comparaisons

## Le modèle du fluide (cinématique)

Afin d'obtenir un modèle temps réel pour la commande, le modèle de contact est basé sur...

- Première simplification



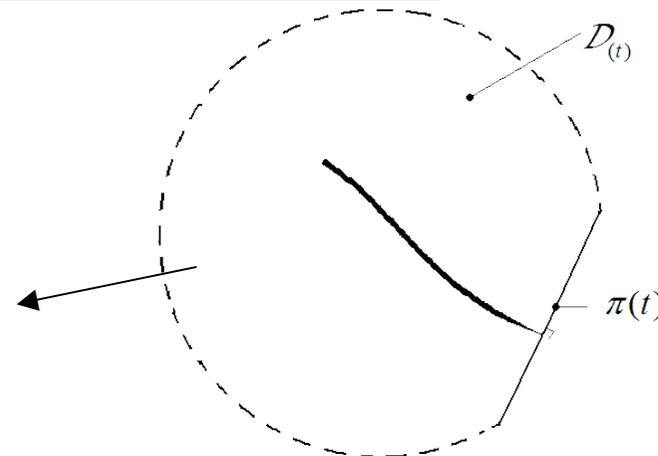
Le fluide est considéré:

- non visqueux,
- incompressible,
- irrotationnel sauf dans le sillage



Seul le fluide contenu dans  $\mathbf{D}$  est isolé

Ecoulement potentiel: 
$$\begin{cases} x \in \mathbf{D}, \Delta\phi = 0 \\ x \in \partial\mathbf{B}, \nabla\phi \cdot \mathbf{n} = v \cdot \mathbf{n} \end{cases}$$



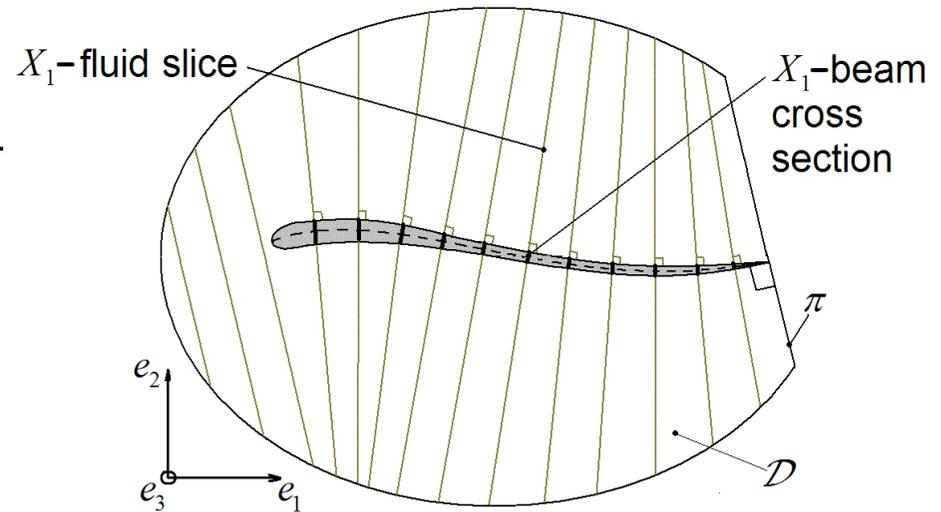
# Le modèle du fluide (cinématique)

- Seconde simplification

Tenant compte de la finesse du corps + petites courbures:



Stratification du fluide



- Ecoulement 3D dans  $D$

$$\begin{cases} \Delta\phi = 0 \\ \nabla\phi \cdot \bar{n} = v \cdot \bar{n} \end{cases}$$



- Ecoulements 2D dans les tranches de fluide

$$\forall X_1 \in [0, 1], \begin{cases} \Delta\bar{\phi}_{X_1} = 0 \\ \bar{\nabla}\bar{\phi}_{X_1} \cdot \bar{n} = v \cdot \bar{n} \end{cases}$$

## Modélisation du fluide (cinétique)

- Énergie cinétique du fluide:

Théorie de Kirchhoff  
des écoult. Pot.

$$T(F_D) = \int_0^1 T_f dX_1 = \frac{1}{2} \int_0^1 \mu \cdot (I_f \cdot \mu) dX_1$$

Densité de tenseur d'inertie ajoutée:

$$I_f = \begin{pmatrix} I_f & 0 \\ 0 & m_f \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} \bullet m_f = \rho_f \sum_{i=2}^3 A_{fi} t_i \otimes t_i \\ \bullet I_f = \rho_f J_{f1} t_1 \otimes t_1 \end{array} \right.$$

- Densité d'impulse:

$$\begin{pmatrix} \sigma_f \\ p_f \end{pmatrix} = \frac{\partial T_f}{\partial \mu} = \begin{pmatrix} I_f \cdot \omega \\ m_f \cdot v \end{pmatrix}$$

Les quantités cinétiques du fluide sont réduites sur l'espace des config. de  $B$

## Modèle de la dynamique Interne

- E.D.P. réglant la dynamique de toute la matière sur  $C$  de la poutre:

On part du Principe d'Hamilton étendu appliqué à un Cosserat mono-dim:

$$\text{(Cas général)} \quad \delta \int_{t_1}^{t_2} \int_0^1 L(g, g', \dot{g}) dX_1 dt = \int_{t_1}^{t_2} \delta W_{ext} dt \quad , \quad \forall \delta g$$

Ici: Cosserat = Poutre + fluide stratifié dans  $D$  :

$$\int_{t_1}^{t_2} \left( \int_0^1 \delta (T_f \oplus T_b - \quad_b) dX_1 \right) dt = \int_{t_1}^{t_2} \left( \delta W_{ext} - \left[ \left( V_1 \frac{\partial T_f}{\partial \mu} - f \begin{pmatrix} 0 \\ t_1 \end{pmatrix} \right) \cdot \delta v \right]_0^1 \right) dt$$

$$\forall \delta v = \delta g \cdot g^{-1}$$

Forces extérieures correctives

$F_D$  est un système ouvert  Échange de matière avec l'extérieure!

## Dynamique Interne

- Après factorisation, on obtient les E.D.P. (équilibre des « tranches fluide+solide » ):

- Équations de Champs

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \sigma_b + \sigma_f \\ p_b + p_f \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v \times p_f \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{res} \\ n_{res} \end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial X_1} \begin{pmatrix} c + V_1 \sigma_f \\ n + V_1 p_f \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_1 \times (n + V_1 p_f) \\ 0 \end{pmatrix}$$

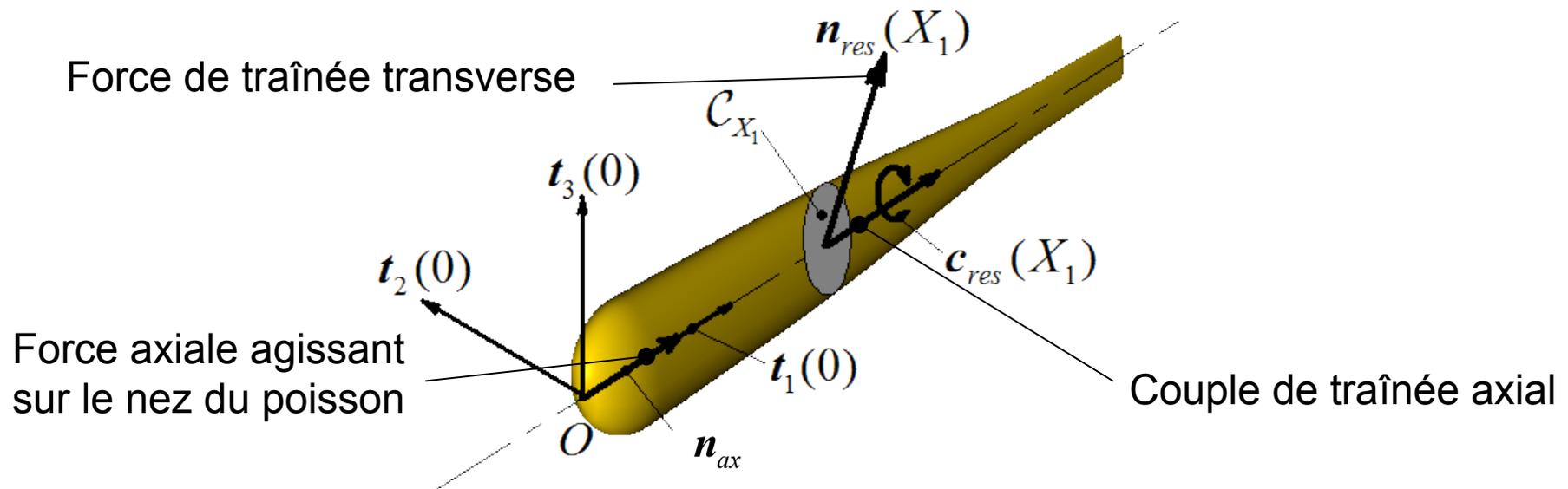
- Conditions aux limites

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} c \\ n \end{pmatrix} (0) = \begin{pmatrix} 0 \\ -T_f t_1 \end{pmatrix} (0) + \begin{pmatrix} 0 \\ n_{ax} \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} c \\ n \end{pmatrix} (1) = \begin{pmatrix} 0 \\ -T_f t_1 \end{pmatrix} (1)$$

- 1 Introduction
- 2 Le modèle du corps
- 3 Modélisation dynamique de la nage anguilliforme
- 4 Correction du modèle réactif de Lighthill 3-D
- 5 Dynamique externe
- 6 Algorithme rapide
- 7 Simulations et comparaisons

# Correction du Modèle réactif

- Jusqu'ici : modèle réactif et géométrie du corps élancé...



$$\mathbf{n}_{ax}, \mathbf{n}_{res}, \mathbf{c}_{res} = f(c_f, c_p, c_{d2}, c_{d3}, c_{d1}, k, X_1)$$

Lois empiriques



Calibrage des coefficients

## Termes correctifs

- Termes correctifs axiaux sur la tête du poisson

$$n_{ax} = -\frac{1}{2} \rho_f k_o V_1 |V_1| t_1(0) - m_o (t_1 \cdot \dot{v}) t_1(0)$$

La pression axiale

$$k_o = \pi c_p a_o b_o$$

La masse ajoutée axiale de la tête

$$m_o = \rho_f \pi k a_o b_o c_o$$

- Termes correctifs sur le corps:

$$\begin{pmatrix} c_{res} \\ n_{res} \end{pmatrix} = -\frac{1}{2} \rho_f \begin{pmatrix} k_4 \Omega_1 |\Omega_1| t_1 \\ \sum_{i=2}^3 k_i V_i |V_i| t_i \end{pmatrix}$$

➤ la traînée axial

$$k_1 = c_f P$$

➤ la traînée transverse selon  $t_2$

$$k_2 = c_{d2} 2b$$

➤ la traînée transverse selon  $t_3$

$$k_3 = c_{d3} 2a$$

➤ la traînée axiale de rotation

$$k_4 = c_{d1} \pi (a^2 - b^2)^2$$

- 1 Introduction
- 2 Modèle du corps
- 3 Modélisation dynamique de la nage anguilliforme
- 4 Correction du modèle réactif de Lighthill 3-D
- 5 **Dynamique externe**
- 6 Algorithme rapide
- 7 Simulations et comparaisons



## Dynamique externe

- $I_o$  : Le tenseur d'inertie (fluide+corps)

$$I_o = \int_0^1 Ad_{h^*}^* \cdot_f Ad_{h^*} dX_1 + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & m_o(t_1 \otimes t_1)(0) \end{pmatrix}$$

- $F_o$  : Le torseur des forces indépendantes des accélérations tête

$$F_o = \int_0^1 f \cdot \begin{pmatrix} \dot{\omega}_e \\ \gamma_e \end{pmatrix} dX_1 + \begin{pmatrix} c_{r-} \\ n_{r-} \end{pmatrix} + \int_0^1 Ad_{h^*}^* \cdot \begin{pmatrix} \omega \times I \cdot \omega + (v \times m_f \cdot v) + \bar{c} \\ \omega \times m_f \cdot v - m_f \cdot (\omega \times v) + \bar{n} \end{pmatrix} dX_1$$

$$+ Ad_{h(1)}^* \left( V_1 \begin{pmatrix} \sigma_f \\ p_f \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ T_f t_1 \end{pmatrix} \right) \quad (1)$$

- 1 Introduction
- 2 Modèle du corps
- 3 Modélisation dynamique de la nage anguilliforme
- 4 Correction du modèle réactif de Lighthill 3-D
- 5 Dynamique externe
- 6 **Algorithme rapide**
- 7 Simulations et comparaisons

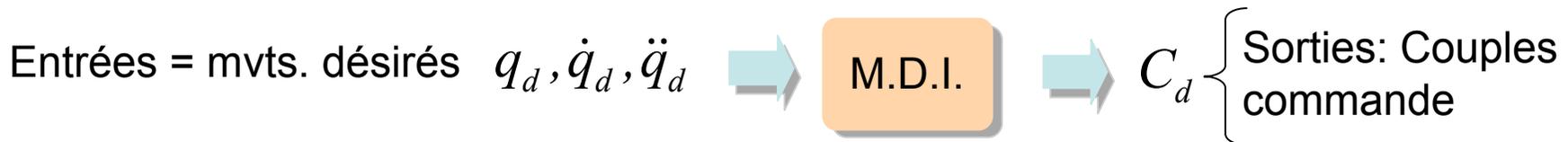
## Algorithme numérique

- Pour Exploiter numériquement les résultats analytiques présentés...
  - L'algorithme Macro-Continu *[Boyer, Porez, Khalil, 2006]*
    - Dédié à la simulation rapide et la commande en ligne
    - Résout la dynamique externe directe  { Problème de la locomotion
    - Résout la dynamique interne inverse  { Dimensionnement et commande

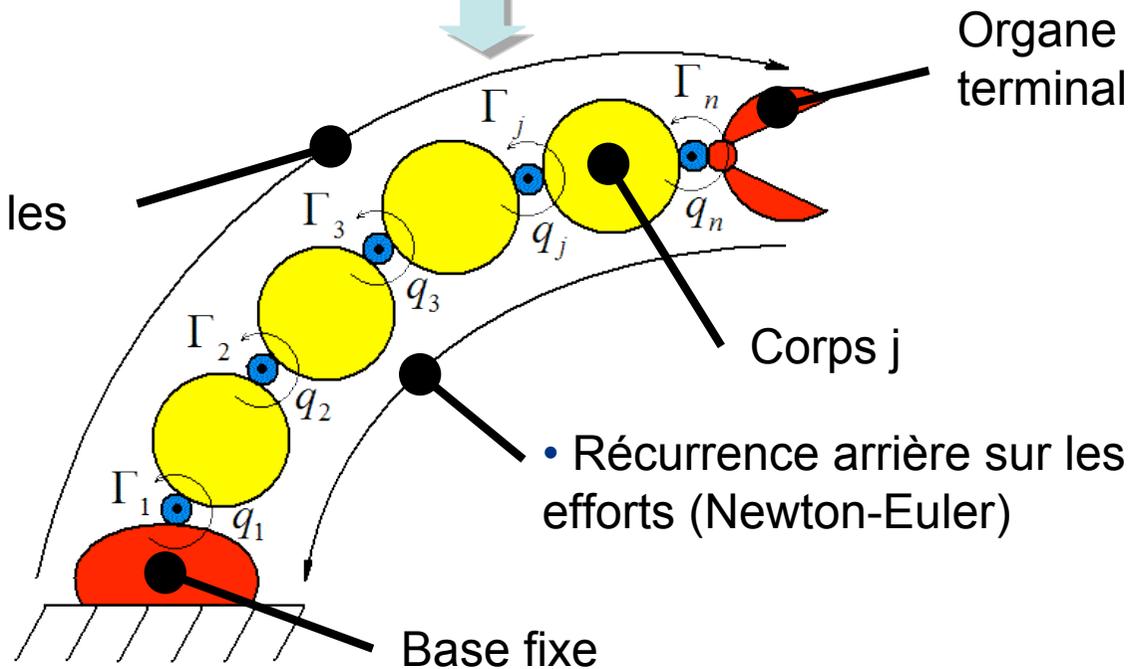
Pour établir cet algorithme: Approche de « Newton-Euler »...

# Algorithme de « Newton-Euler » des manipulateurs

- Modèle dynamique inverse d'un robot manipulateur « discret »: [Khalil, Dombre, 2002]



- Récurrence avant sur les mouvements



## Extension du discret au continu

- En suivant la même approche...

Robots Manipulateurs Discrets

Robots Locomoteurs Continus

Entrées  $q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d$

Entrées  $K_d, \dot{K}_d, \ddot{K}_d$

Corps  $j$

Section  $X_1$

Réurrences avants

E.D.P. cinématiques

Réurrence arrière

E.D.P. de Cosserat

Base fixe

Tête réglée par la locomotion

## Algorithme Macro-Continu

- Récurrence avant sur les mouvements:

1x avec état  
+ acc. tête=0,  
1x avec état+acc.

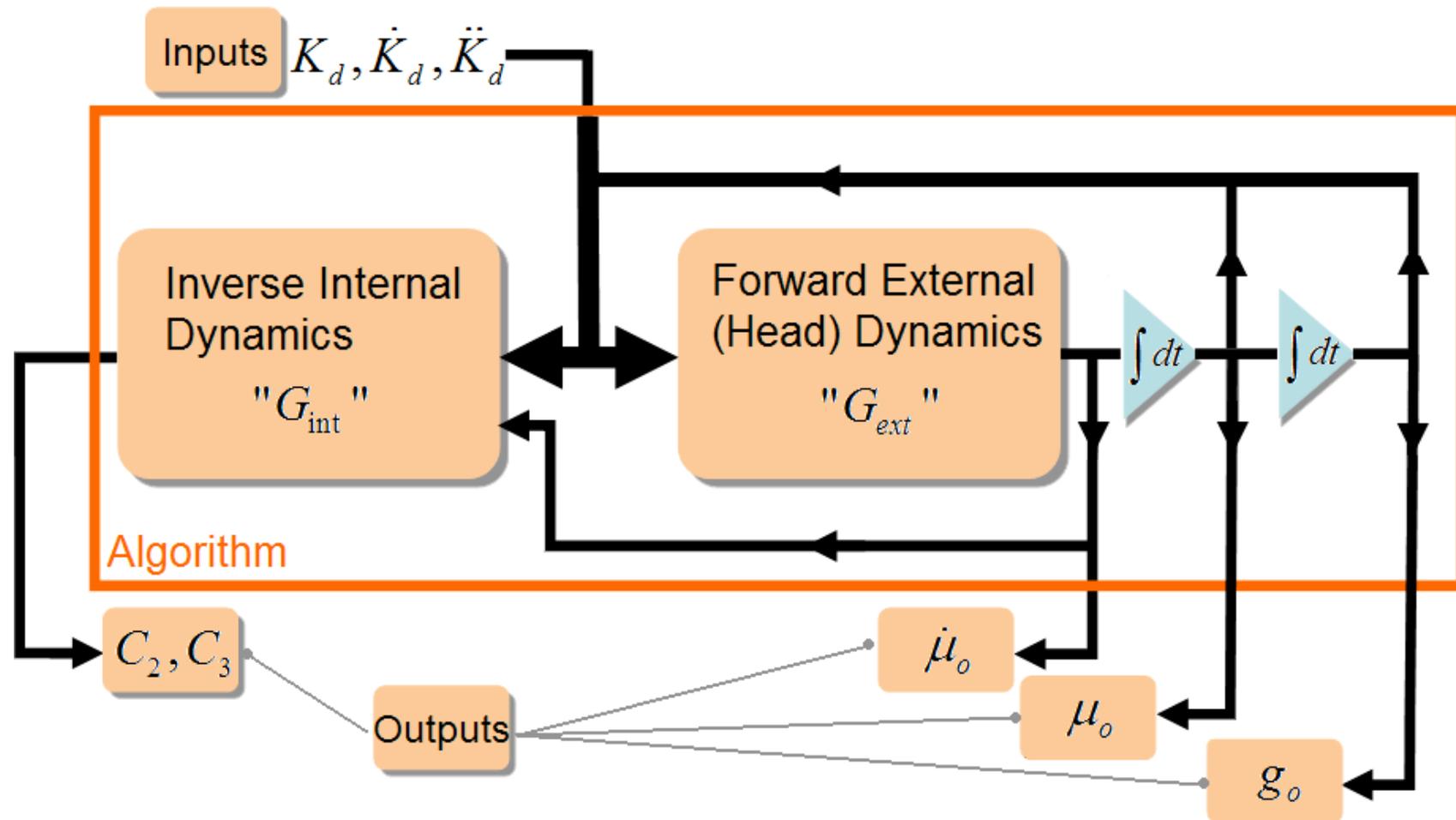
- Modèle géométrique  $\longrightarrow R' = R.\hat{K}_d(t), r' = R.E_1$
- Modèle cinématique d'ordre 1  $\longrightarrow \omega' = R.\dot{K}_d(t), v' = \omega \times r'$
- Modèle géométrique d'ordre 2  $\longrightarrow \begin{cases} \dot{\omega}' = R.\ddot{K}_d(t) + \omega \times R.\dot{K}_d(t) \\ \dot{v}' = \dot{\omega} \times r' + \omega \times (\omega \times r') \end{cases}$

- Récurrence arrière sur les efforts

Après chgt de variables

$$\begin{cases} n_* = n + V_1 m_f . v & \longrightarrow n'_* = m . \dot{v} + \omega \times (m_f . v) - m_f . (\omega \times v) + n_{res} \\ c_* = c + V_1 I_f . \omega & \longrightarrow c'_* = -t_1 \times n_* + I . \dot{\omega} + \omega \times I . \omega + v \times m_f . v + c_{res} \end{cases}$$

# Algorithme Macro-Continu



- 1 Introduction
- 2 Modèle du corps
- 3 Modélisation dynamique de la nage anguilliforme
- 4 Correction du modèle réactif de Lighthill 3-D
- 5 Dynamique externe
- 6 Algorithme rapide
- 7 Simulations et comparaisons

## Démarche de Validation

- Afin de valider notre modèle, nous devons:

- Calibrer les Coefficients du fluide:  $C_f, C_P, C_{d1}, C_{d2}$  et  $C_{d3}$

- Collaboration avec le LMF

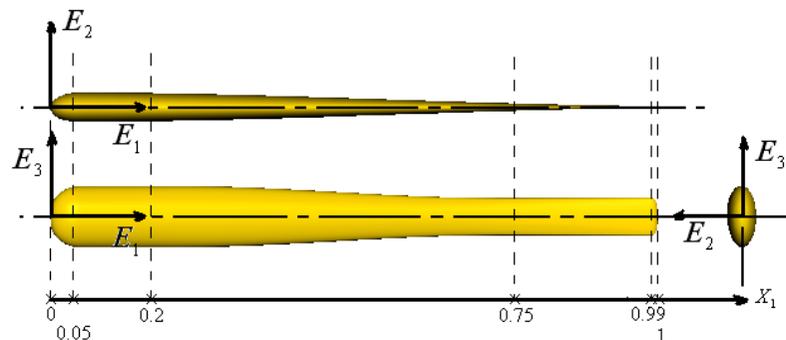


(A. Leroyer, M. Visonneau, G. Delhommeau)

- Jeu unique de coefficients

- Comparaisons sur des allures 2-D avec ISIS.

- Sur cette géométrie de référence:

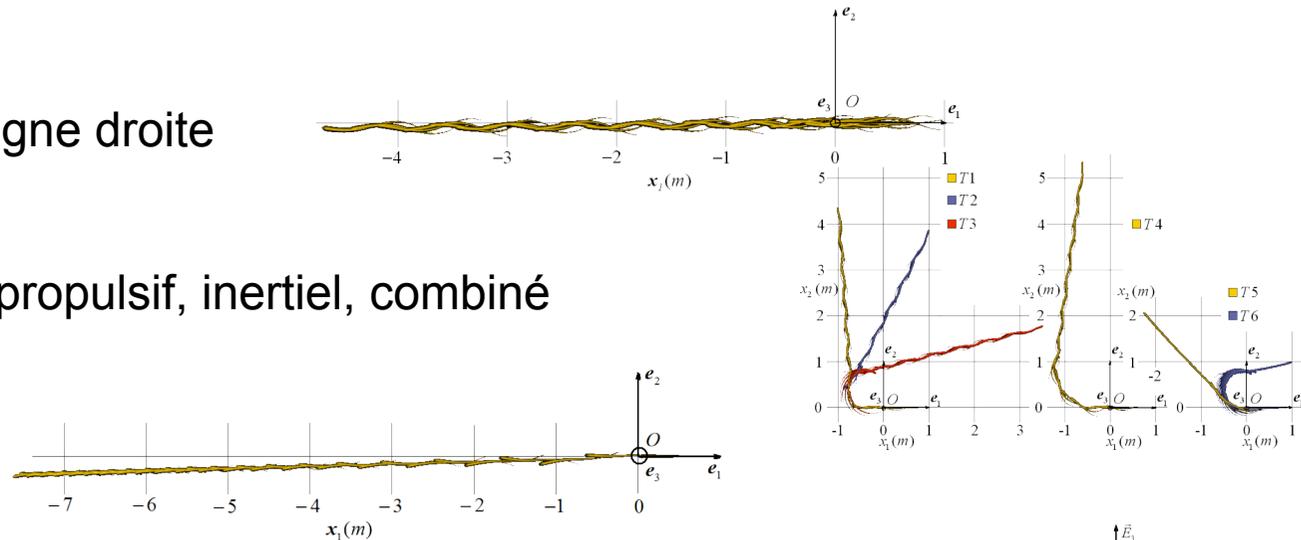


Proche de l'anguille

# Allures de Nage Testées

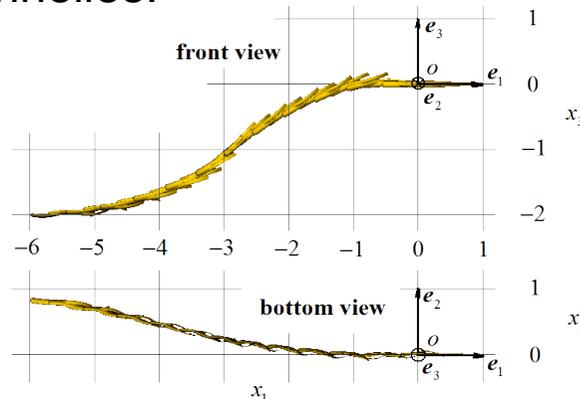
- Allures planes:

- La Nage en ligne droite
- Les virages: propulsif, inertiel, combiné
- Le freinage



- Allures tridimensionnelles:

- La plongée

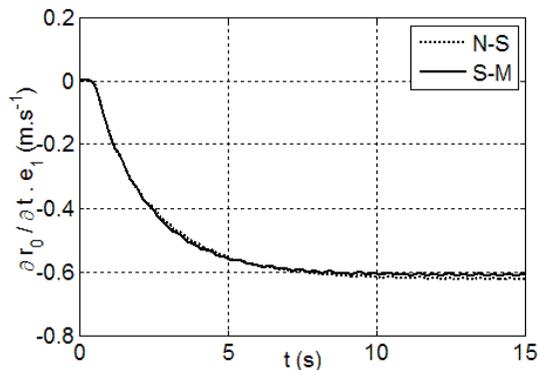


- La spirale

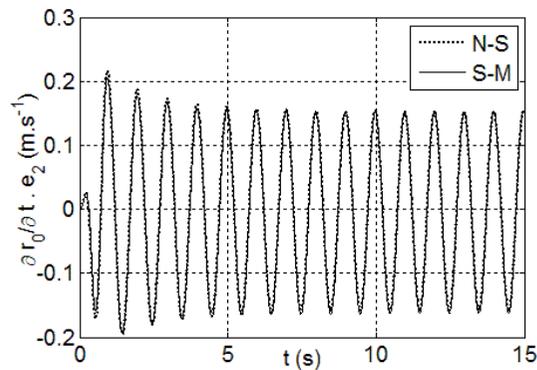


# La Nage en Ligne Droite

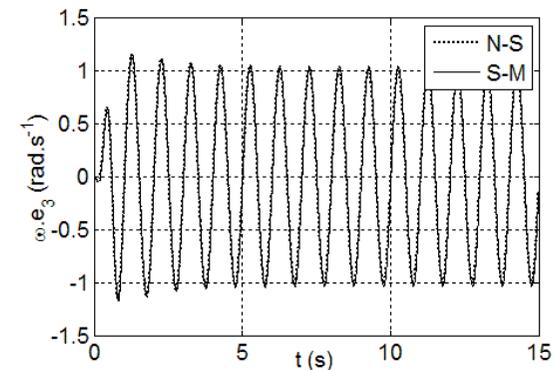
- Démarrage + nage (F1)
- Comparaison avec ISIS (code N-S)



Vitesse d'avance



Vitesse Transverse  
de la tête



Vitesse angulaire  
de la tête

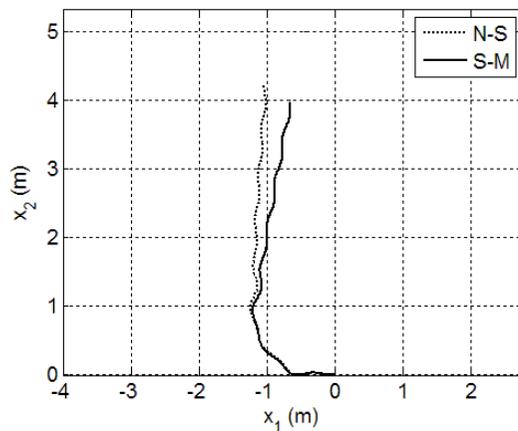
- Discussion



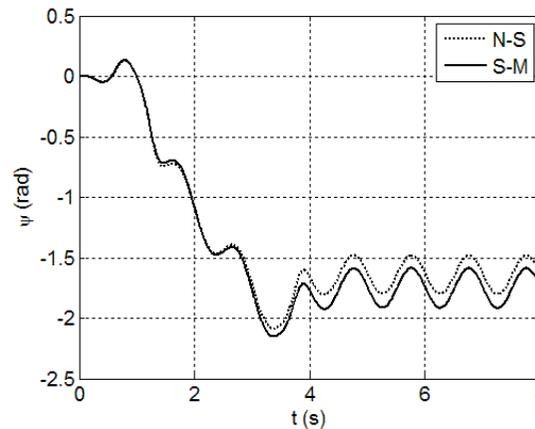
Erreur < 5%/N-S pour l'estimation de la vitesse d'avance du poisson

# Le Virage Plan

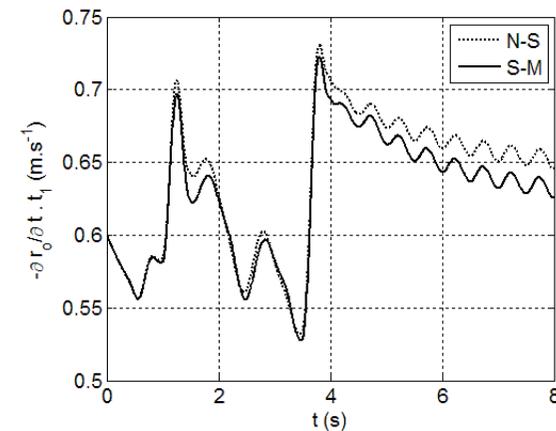
- Cas du Virage propulsif (T4)
- Comparaison avec ISIS (code N-S)



Trajectoire



Angle de lacet



Vitesse d'avance

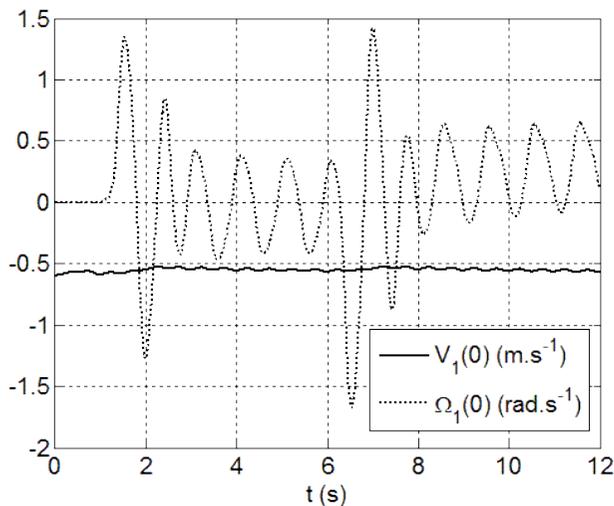
- Discussion



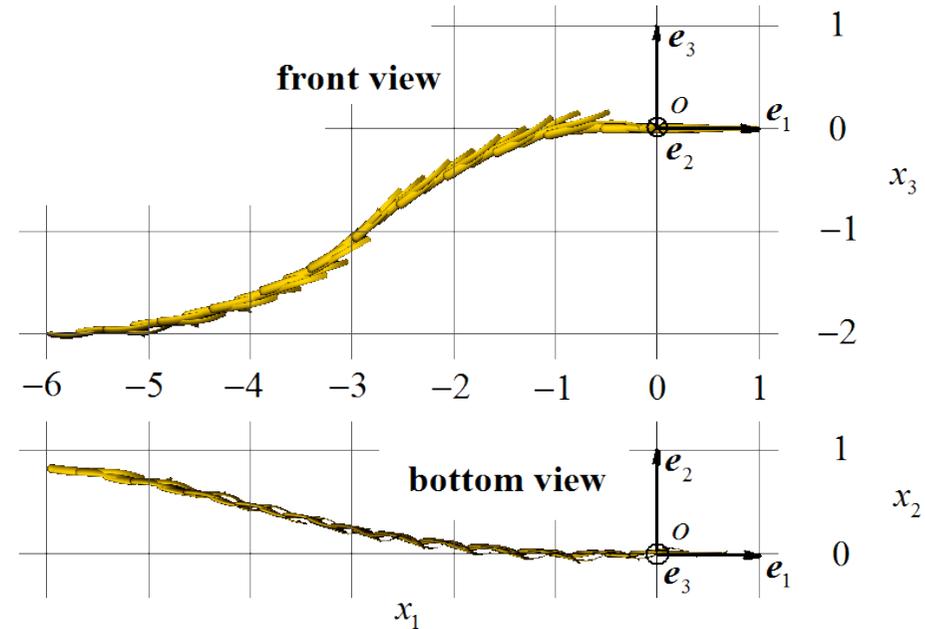
Erreur sur l'angle de lacet  $< 10\%$  sur l'ensemble des simulations réalisées

# La Plongée Droite (locomotion 3-D):

- Objectif:
  - Changement de plan de nage.



Vitesse d'avance et vitesse angulaire de roulis



## • Discussion

- Problème: ➡ Dynamique de roulis
- Solution: ➡ Nageoires pectorales ou « ailerons » [El-Rafei et al]